

Algoritma Branch & Bound

(Bagian 3)

Bahan Kuliah IF2211 Strategi Algoritma

Oleh: Rinaldi, Nur Ulfa Maulidevi, Masayu Leylia Khodra



Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika ITB
2026

2. TSP: Cost Berdasarkan Bobot Tur Lengkap

- Pada pembahasan algoritma B&B, *cost* setiap simpul i , yaitu $\hat{c}(i)$, dihitung sebagai penjumlahan dari: $\hat{f}(i)$ = ongkos dari simpul akar ke simpul i , dan $\hat{g}(i)$ = ongkos dari simpul i ke simpul tujuan (*goal*) , atau $\hat{c}(i) = \hat{f}(i) + \hat{g}(i)$

- Pada persoalan TSP dengan *cost* dihitung berdasarkan matriks ongkos tereduksi, jika S adalah anak dari simpul R , maka

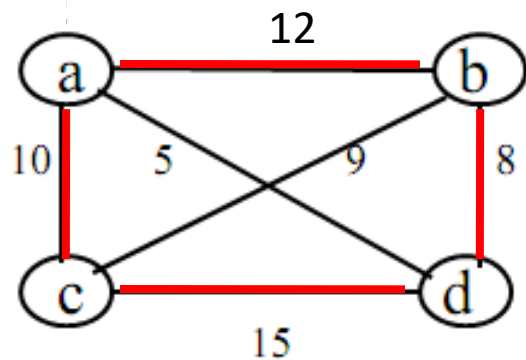
$$\hat{c}(S) = \hat{c}(R) + A(i, j) + r$$

$$\hat{f}(R) = \hat{c}(R) = \text{cost dari orangtua simpul } S$$

$$\hat{g}(R) = A(i, j) + r$$

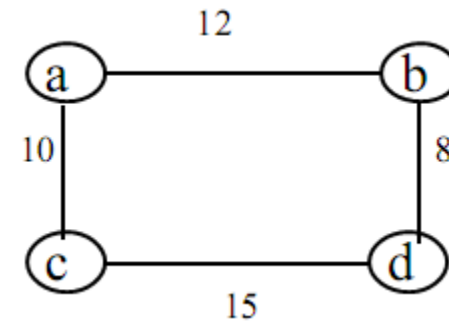
- Terdapat pendekatan heuristik lain dalam menghitung nilai *cost* untuk setiap simpul berdasarkan bobot tur lengkap.

Bobot Tur Lengkap (tur dimulai dari a)



Solusi: (a, i_2, i_3, i_4, a)

Tour lengkap:
a,c,d,b,a



$$10 + 15 + 8 + 12 = 45$$

$$= 1/2 [(10 + 12) + (10 + 15) + (15 + 8) + (12 + 8)]$$

$$= 1/2 \times 90$$

$$= 45$$

$$\text{bobot tur lengkap} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \text{bobot sisi } i_1 + \text{bobot sisi } i_2$$

sisi i_1 dan sisi i_2 adalah dua sisi yang bersisian dengan simpul i di dalam tur lengkap.

B&B-TSP dengan Bobot Tur Lengkap

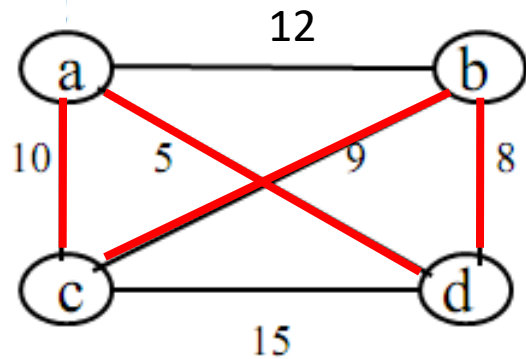
Hasil pengamatan:

$$\begin{aligned} M \equiv cost &= \text{bobot minimum tur lengkap} \\ &\geq 1/2 \sum \text{bobot sisi } i_1 + \text{bobot sisi } i_2 \end{aligned}$$

Yang dalam hal ini, sisi i_1 dan sisi i_2 adalah sisi yang bersisian dengan simpul i dengan bobot minimum.

M dapat digunakan sebagai fungsi pembatas (*bound*) untuk menghitung cost setiap simpul di dalam pohon

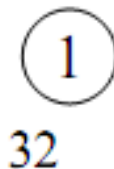
Cost Simpul Akar



Cost untuk simpul akar (simpul 1)

$$\begin{aligned} \text{cost} &\geq 1/2 [(5+10) + (9+8) + (9+10) + (8+5)] \\ &\geq 32 \end{aligned}$$

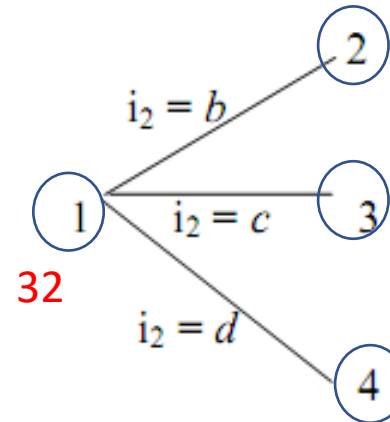
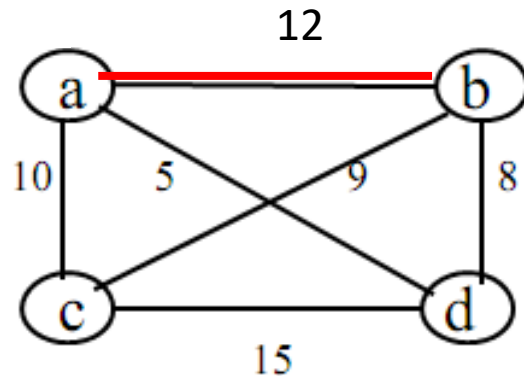
Pohon ruang status yang terbentuk:



B&B-TSP dengan Bobot Tur Lengkap

Contoh untuk menghitung cost simpul 2:

Untuk $i_2=b$, sisi (a, b) wajib diambil.

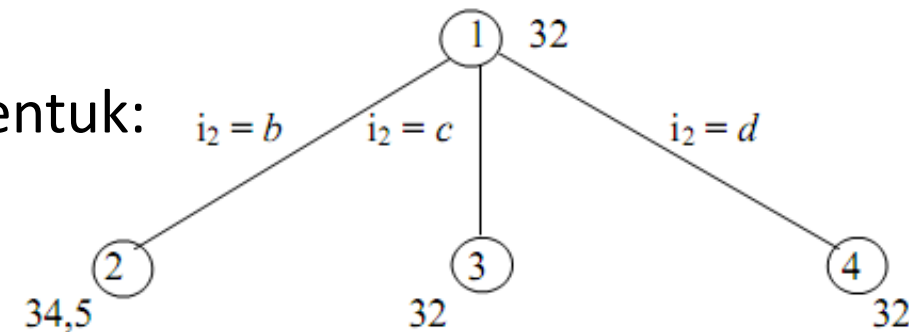


$$\begin{array}{c} \text{a} \quad \text{b} \quad \text{c} \quad \text{d} \\ \text{cost} \geq 1/2 [(12+5) + (12+8) + (9+10) + (8+5)] \\ \geq 34,5 \end{array}$$

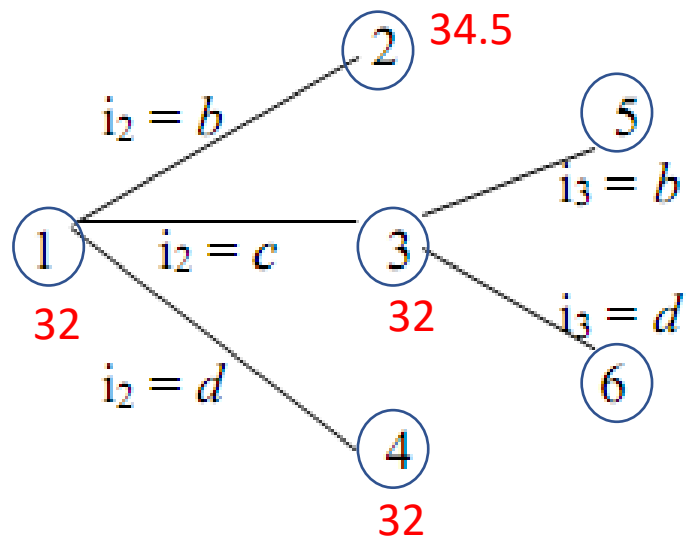
$$\begin{array}{c} \text{a} \quad \text{b} \quad \text{c} \quad \text{d} \\ \text{cost} \geq 1/2 [(10+5) + (9+8) + (10+9) + (8+5)] \\ \geq 32 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{a} \quad \text{b} \quad \text{c} \quad \text{d} \\ \text{cost} \geq 1/2 [(5+10) + (9+8) + (10+9) + (8+5)] \\ \geq 32 \end{array}$$

Pohon ruang status yang terbentuk:



Simpul hidup berikutnya yang akan diekspansi: simpul 3 atau 4

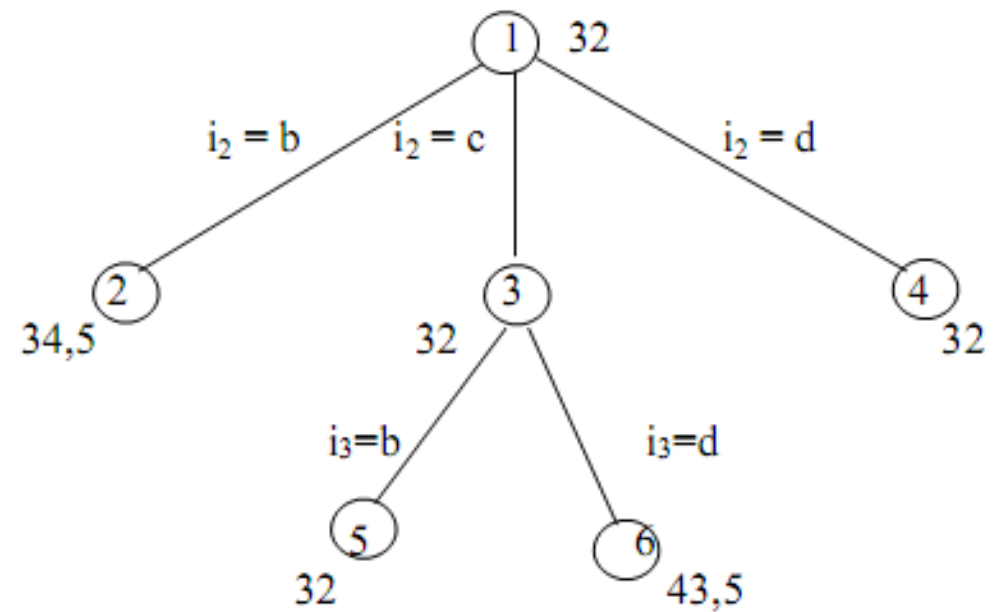
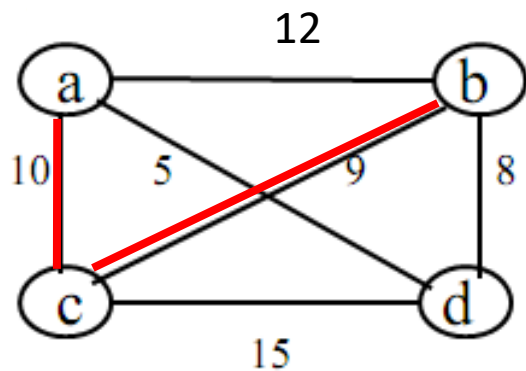


$$cost \geq \frac{1}{2} [\overset{a}{(10+5)} + \overset{b}{(9+8)} + \overset{c}{(10+9)} + \overset{d}{(5+8)}] = 32$$

$$cost \geq \frac{1}{2} [\overset{a}{(10+5)} + \overset{b}{(9+8)} + \overset{c}{(10+15)} + \overset{d}{(15+5)}] = 43,5$$

Contoh menghitung cost simpul 5:

Untuk $i_3=b$, sisi (a, c) dan sisi (c, b) wajib diambil.

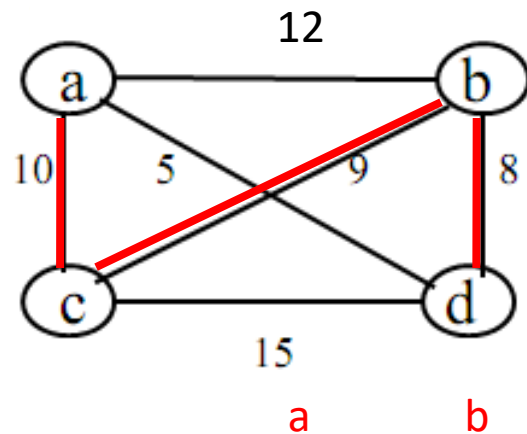


Simpul hidup berikutnya yang akan diekspansi: simpul 5 atau 4

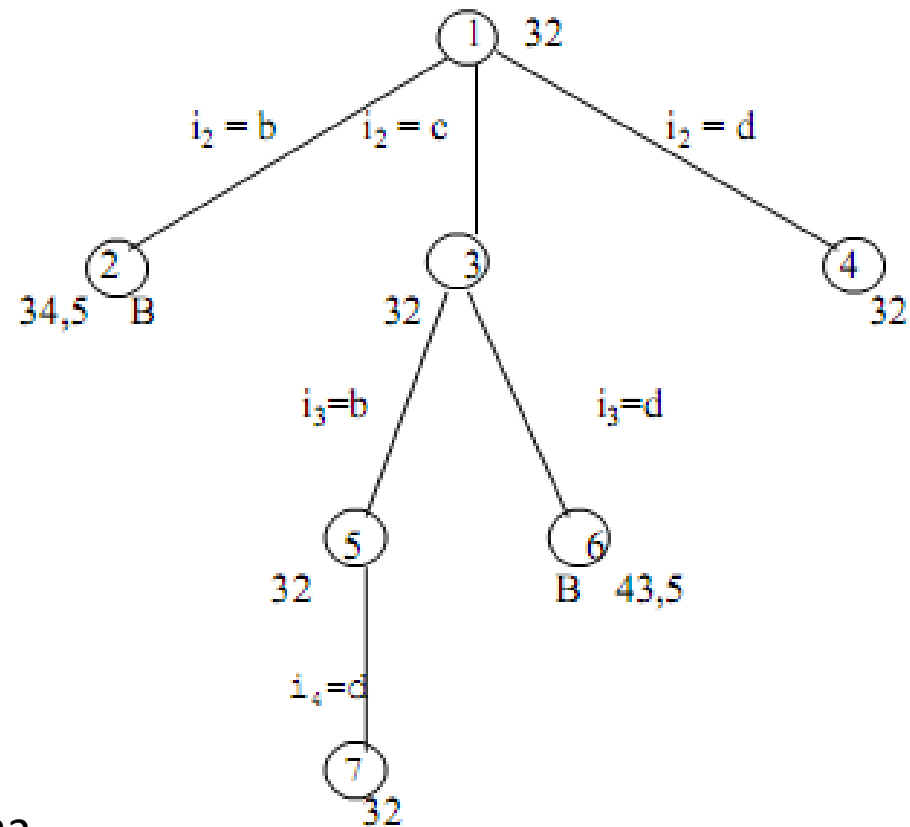
Pohon ruang status yang terbentuk:

Contoh menghitung cost simpul 7:

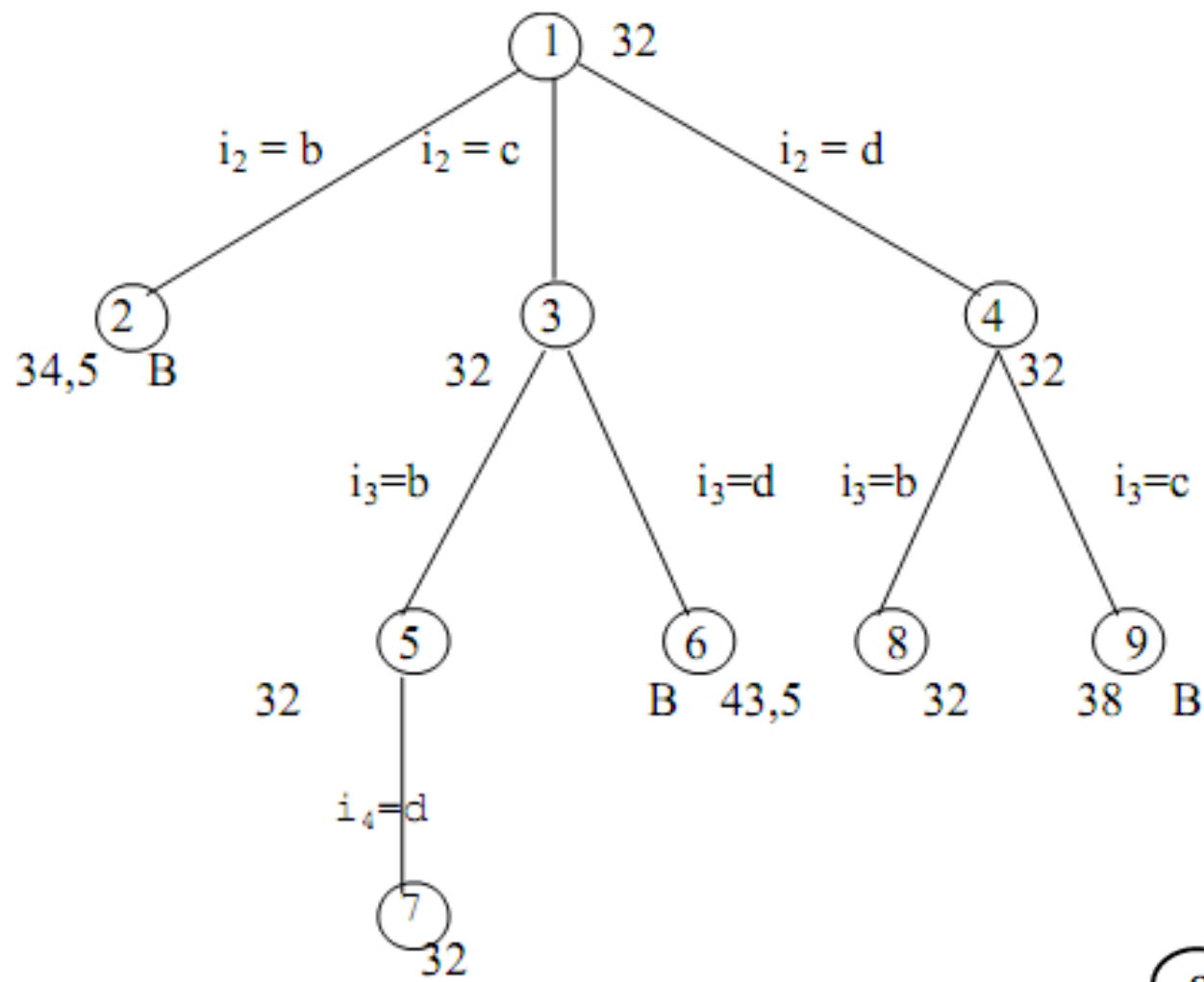
Sisi (a, c), (c, b), dan (b, d) wajib diambil.



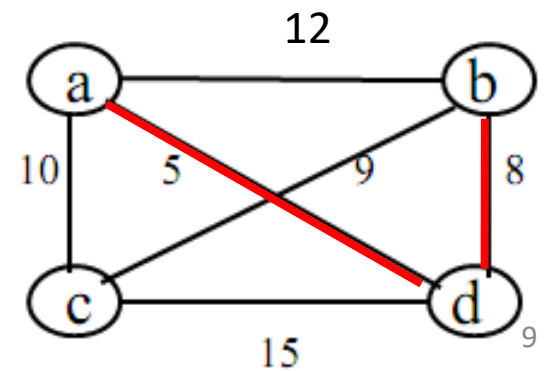
$$\text{Cost} \geq 1/2 [(10 + 5) + (8 + 9) + (10 + 9) + (5 + 8)] = 32$$

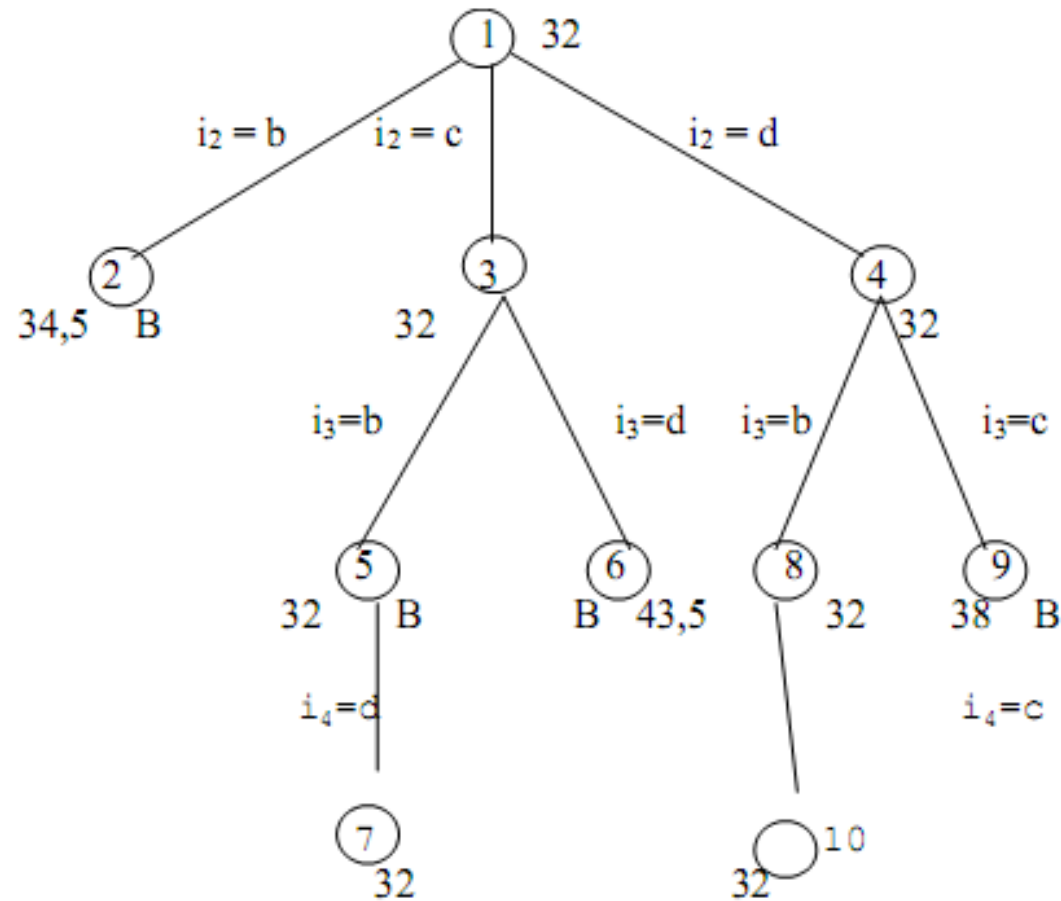


Solusi pertama: Tur a, c, b, d, a dengan bobot 32 (*the best solution so far*). Bunuh semua simpul dengan cost > 32. (ditandai dengan B)



$$\text{Cost simpul 8} \geq \frac{1}{2}[(5+10)+(8+9)+(9+10)+(5+8)] = 32$$





$$Cost \text{ simpul } 10 \geq \frac{1}{2}[(5+10)^a + (9+8)^b + (9+10)^c + (5+8)^d] = 32$$

Solusi ke-2: tur a, d, b, c, a dengan bobot 32

BERSAMBUNG