

Soal Esay Dynamic Programming

Koefisien binomial diberikan oleh $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ untuk $0 \leq k \leq n$, dan dapat diformulasikan secara rekursif sebagai berikut:

$$\binom{n}{k} = \begin{cases} \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} & , 0 < k < n \\ 1 & , k = 0 \text{ atau } k = n \end{cases}$$

sehingga koefisien binomial ini bisa diselesaikan dengan algoritma Dynamic Programming sebagai berikut:

```
function bin2(n, k: integer): integer;
var
  i, j: index;
  B: array[0..n, 0..k] of integer;
begin
  for i:= 0 to n do
    for j:= 0 to minimum(i,k) do
      if j = 0 or j = i then
        B[i,j]:= 1
      else
        B[i,j]:= B[i-1, j-1] + B[i-1, j]
      end
    end
  end
end;
bin2:= B[n,k]
end;
```

Contoh:
 $B[7, 6] = B[6, 5] + B[6, 6] = ?$

- a) Dengan algoritma di atas, hitung $B[3, 2] = \text{bin2}(3, 2) = \binom{3}{2}$ dengan menuliskan setiap $B[i, j]$ untuk $0 \leq i \leq n$ dan $0 \leq j \leq k$ seperti pada contoh (memperlihatkan dekomposisi jika ada dan nilai akhirnya).

Karena harus menelusuri algoritma dynamic programming, jawaban harus berurutan sebagai berikut:

$$B[0,0] = 1$$

Baris 1:

$$B[1,0] = 1$$

$$B[1,1] = 1$$

Baris 2:

$$B[2,0] = 1$$

$$B[2,1] = B[1,0] + B[1,1] = 1 + 1 = 2$$

$$B[2,2] = 1$$

Baris 3:

$$B[3,0] = 1$$

$$B[3,1] = B[2,0] + B[2,1] = 1 + 2 = 3$$

$$B[3,2] = B[2,1] + B[2,2] = 2 + 1 = 3$$

- b) Karena memiliki bentuk rekursif, koefisien dapat juga diselesaikan dengan pendekatan Divide & Conquer. Mana algoritma perhitungan koefisien binomial yang lebih lebih efisien, apakah dengan pendekatan Dynamic Programming atau Divide & Conquer, dan jelaskan mengapa bisa lebih efisien?

Dynamic Programming lebih efisien karena elemen $B[x, y]$ yang paling sering dipakai dihitung terlebih dahulu dan disimpan nilainya untuk dipergunakan pada perhitungan elemen lainnya yang membutuhkan. Sedangkan pada Divide & Conquer terjadi pengulangan perhitungan B pada nilai x dan y yang lebih rendah.

$$\min \{ C_{qm} + \min \{ C_{mn} + f(n, \text{null}) \}, C_{qn} + \min \{ C_{nm} + f(m, \text{null}) \} \}$$

$$\min \{ C_{qm} + \min \{ C_{mn} + f(n, \emptyset) \}, C_{qn} + \min \{ C_{nm} + f(m, \emptyset) \} \}$$