

# Implementasi Art Gallery Theorem mengenai Graph Coloring dengan Program Dinamis

Elvina 13517079

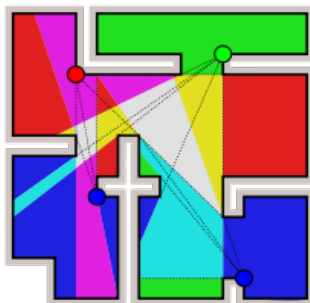
Program Studi Teknik Informatika  
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika  
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10  
Bandung 40132, Indonesia  
ryu.kago19@gmail.com

**Abstract**—Pada tahun 1975, seorang matematikawan bernama Chvatal menemukan sebuah teorema baru untuk mencari jumlah penjaga minimal yang dibutuhkan di dalam sebuah museum atau bangunan lain. Teorema itu dikenal sebagai *Art Gallery Theorem*. Dengan memanfaatkan teori pewarnaan graf, teorema ini dapat dibuktikan. Pewarnaan graf dapat diimplementasikan dengan banyak algoritma, salah satunya adalah pemrograman dinamis dan BFS. Dengan gabungan dari dua algoritma ini, teorema yang dicetus Chvatal dapat dibuktikan.

**Keywords**—pewarnaan graf, *Art Gallery Theorem*, program dinamis

## I. PENDAHULUAN

Banyak ruang yang tidak memiliki struktur melengkung. Jika ruangan ini cukup luas dan memiliki bentuk yang cukup unik, akan sulit untuk menentukan jumlah penjaga yang cukup untuk menjaga setiap sudut ruangan. Hal ini biasa menjadi masalah di museum-museum zaman dulu. Bukan hanya penjaga, tapi juga letak penerangan (lampu), kamera, dan sebagainya. Masalah ini melahirkan sebuah teorema baru yang disebut *Art Gallery Theorem*. Teorema ini pertama kali dicetuskan oleh Victor Klee, dan dilanjutkan oleh Vaclav Chvatal. Teorema ini menyelesaikan masalah jumlah penjaga atau lampu minimum yang diperlukan di dalam sebuah museum dengan memanfaatkan pewarnaan graf. Selain untuk menyelesaikan masalah di museum, teorema ini juga dapat diaplikasikan dalam pembuatan aplikasi. Misalnya dalam game, teorema ini digunakan untuk menentukan jumlah 'musuh' minimum untuk menjaga keseluruhan map.



**Gambar 1. Art Gallery Problem**  
Sumber : Claudio Rocchini

Sudah banyak perhitungan dengan menggunakan berbagai algoritma untuk membuktikan kebenaran teorema ini. Sudah banyak juga ahli yang melakukan perhitungan matematis atau menggunakan induksi matematika untuk membuktikan *Art Gallery Theorem*. Biasanya, pewarnaan graf untuk teorema ini dilakukan dengan Algoritma Welch-Powell. Kali ini, dengan menggunakan sifat *staging* dari algoritma program dinamis, dengan pengembangan sendiri dari penulis, akan dilakukan simulasi teorema *Art Gallery Theorem*, sehingga dapat sekaligus membuktikan kebenaran teorema ini.

## II. DASAR TEORI

### A. Pewarnaan Graf

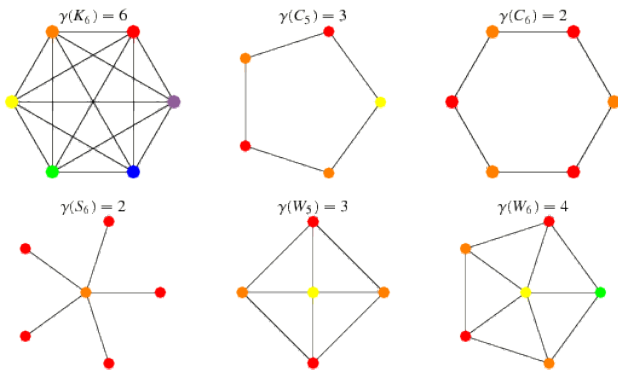
Graf sendiri merupakan salah satu cara untuk merepresentasikan objek-objek diskrit, sehingga dapat melihat hubungan antar objek. Biasanya, graf digambarkan dengan bulatan-bulatan atau titik-titik yang dihubungkan dengan garis. Setiap bulatan atau titik pada graf merepresentasikan objek, sementara garis menggambarkan hubungan antar objek. Graf dapat dinotasikan dengan  $G=(V,E)$  dengan  $G$  adalah nama Graf,  $V$  adalah *vertices* (simpul/titik/bulatan), dan  $E$  adalah *edges* (garis).

Pewarnaan graf adalah sebuah proses untuk mewarnai suatu bagian di dalam graf dengan beberapa warna, sehingga setiap bagian yang bersebelahan atau menempel memiliki warna yang berbeda. Pewarnaan graf terbagi menjadi tiga tipe, yaitu pewarnaan sisi, pewarnaan simpul, dan pewarnaan wilayah. Pada pewarnaan sisi, setiap sisi diwarnai sehingga sisi yang saling terhubung memiliki warna yang berbeda. Demikian juga dengan pewarnaan simpul dan wilayah. Setiap simpul dan wilayah yang terhubung, bersebelahan, atau menempel harus diberi warna dengan warna yang berbeda.

Biasanya, pewarnaan graf dilakukan dengan menggunakan algoritma Well-Powell. Berikut adalah langkah-langkah menggunakan algoritma Well-Powell :

1. Mengurutkan simpul dari yang derajatnya paling besar ke derajat yang paling kecil.
2. Memberi warna ke simpul yang derajatnya paling tinggi, dilanjutkan dengan simpul-simpul lain yang bertetangga dengan simpul tersebut dengan memberi warna dengan warna yang berbeda.

- Langkah 2 diulang sampai semua simpul telah berhasil diberi warna.



**Gambar 2. Bilangan Kromatik**

(Sumber : <http://mathworld.wolfram.com>, diakses pada 26 April 2019 pukul 02.35)

Dari algoritma tersebut, akan dihasilkan graf yang sudah diberi warna. Setelah itu, akan terlihat jumlah warna yang digunakan untuk mewarnai graf. Pada awalnya, untuk mewarnai sebuah graf planar, dikatakan cukup menggunakan 6 warna berbeda. Kemudian, ada yang menemukan bahwa sebenarnya 4 warna sudah cukup. Sekarang, dikatakan bahwa jumlah warna minimal untuk digunakan dalam pewarnaan graf cukup 3 warna berbeda. Jumlah tersebut disebut dengan bilangan kromatik. Konsep bilangan kromatik ini kemudian digunakan dalam pengaplikasian banyak hal, salah satunya *Art Gallery Theorem*.

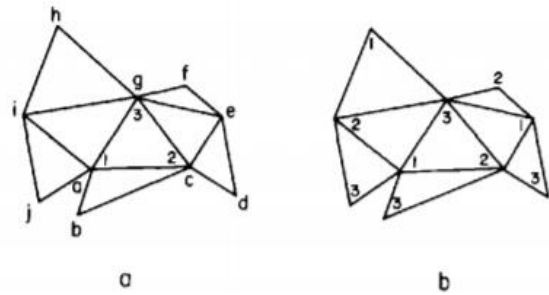
### B. Art Gallery Theorem

Intinya, *Art Gallery Theorem* berbunyi sebagai berikut : Jumlah penjaga minimal yang diperlukan untuk menjaga sebuah museum tidak akan melebihi sepertiga dari jumlah sudut pada museum tersebut. Teorema ini pertama kali dicetus oleh Victor Klee, dibuktikan oleh Fisk, dan kemudian dikembangkan dan disempurnakan oleh Chvatal.

Pada saat Victor Klee pertama kali mengajukan pertanyaan mengenai masalah jumlah penjaga museum, muncul sebuah teorema baru pada masa itu. Teorema itu adalah '*Original*' *Art Gallery Theorem*. Pertama, misalkan terdapat sebuah poligon yang terdiri dari beberapa titik sudut dan sisi. Diketahui bahwa sebuah segitiga yang memiliki 3 titik sudut dan 3 sisi cukup dijaga oleh 1 orang penjaga. Oleh karena itu, muncul asumsi bahwa 1 penjaga dapat menjaga 3 titik sudut. Dengan demikian, jumlah penjaga yang diperlukan untuk museum berbentuk poligon dengan  $n$  titik sudut tidak akan melebihi  $n/3$ . Hal ini dirumuskan dengan :  $g(n) \geq \lceil n/3 \rceil$ . Tapi, muncul kasus-kasus lain yang membuat konsep "1 penjaga 3 sudut" menjadi semakin lemah. Peletakan penjaga di tempat yang salah dapat membuat jumlah penjaga yang dibutuhkan tidak lagi memenuhi konsep awal yang dicetuskan. Karena itulah hal kedua yang dilakukan oleh para ahli adalah mengurangi jangkauan pandang yang dapat dilihat oleh penjaga, untuk memastikan keberhasilan teorema di kasus yang lebih rumit. Setelah itu, terjadi kebingungan karena penjaga sebenarnya dapat ditempatkan di mana saja di seisi ruang museum. Karena

itulah dilakukan asumsi yang ketiga, yaitu penjaga hanya dapat ditempatkan di titik-titik sudut museum.

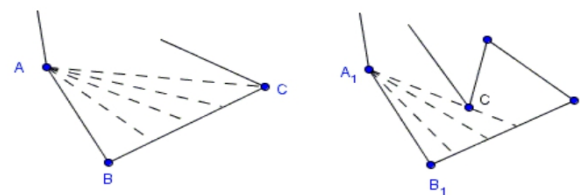
Setelah dicetuskan konsep dasar dan asumsi dalam *Art Gallery Theorem*, Fisk membuktikan kebenaran konsep algoritma tersebut. Cara yang Fisk lakukan adalah dengan melakukan *triangulation*, yaitu dengan membagi museum yang berbentuk poligon menjadi beberapa segitiga, untuk menyesuaikan dengan asumsi pertama *Art Gallery Theorem*, yang mengatakan bahwa sebuah segitiga pasti cukup dijaga oleh 1 orang penjaga. Teorema untuk *triangulation* adalah : sebuah poligon dapat dibagi menjadi  $n-2$  buah segitiga ditambah  $n-3$  diagonal dalam, dengan  $n$  adalah jumlah titik sudut poligon.



**Gambar 3. Poligon dengan Triangulation dan Pewarnaan Graf**

(Sumber : O'Rourke, Joseph., *Art Gallery Theorems and Algorithms*)

Dengan memanfaatkan cara *triangulation*, dapat dibuktikan bahwa benar kalau jumlah penjaga paling sedikit yang dibutuhkan untuk sebuah museum tidak melebihi sepertiga jumlah titik sudut. Pada Gambar 3, sudah ada poligon yang sudah terbagi-bagi menjadi beberapa segitiga dan setiap titik sudutnya diberi warna dengan algoritma pewarnaan graf. Dari gambar, dapat terlihat bahwa warna 1 digunakan 3 kali, warna 2 digunakan 3 kali, dan warna 3 digunakan 4 kali. Warna yang paling sedikit digunakan adalah warna 1 dan 2, yaitu sebanyak 3 kali. Jika misalnya penjaga diletakan di titik dengan warna 1, walaupun jumlah penjaga yang ada dikalikan 3, jumlah dari penjaga yang dibutuhkan adalah  $3 * 3 = 9$ . Diketahui bahwa jumlah total titik sudut adalah 10 titik. Dengan demikian, benar bahwa jumlah penjaga yang dibutuhkan pasti lebih sedikit daripada sepertiga jumlah titik sudut.

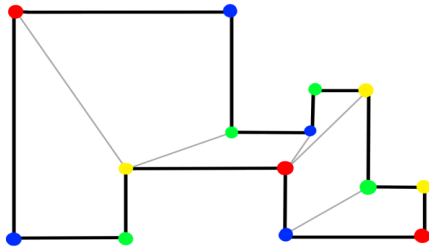


**Gambar 4. Gambaran jarak pandang penjaga**

(Sumber : <http://www.cut-the-knot.org/>, diakses pada 26 April 2019 pukul 03.56)

Bagaimana bisa diketahui bahwa peletakan penjaga di titik sudut dengan warna yang digunakan paling sedikit cukup untuk menjaga seluruh bagian museum? Hal ini tidak lepas

dari konsep awal dari *Art Gallery Theorem* mengenai “1 penjaga 1 segitiga”. Misalnya pada Gambar 4, terdapat penjaga di titik A. Pada gambar sebelah kiri, penjaga A dapat melihat tanpa terhalang 'tembok' sampai ke titik C, sehingga terbentuk jarak pandang yang membentuk segitiga ABC. Namun, pada gambar kanan, bentuk poligon dimodifikasi sedikit. Dengan demikian, jarak pandang penjaga di titik A membentuk segitiga, namun bukan segitiga yang sama. Untuk mencapai sisi lain dari museum yang terhalang oleh 'tembok', perlu diletakkan penjaga lain.



**Gambar 5. Orthogonal Art Gallery Theorem**

Selain membagi museum yang berbentuk poligon menjadi beberapa segitiga, terdapat cara lain untuk membagi museum. Jika museum berbentuk poligon yang hanya terdiri dari sudut-sudut sebesar 270 dan 90 derajat, maka jumlah penjaga minimum yang diperlukan hanya seperempat dari jumlah titik sudut pada museum. Teorema ini disebut dengan *Orthogonal Art Gallery Theorem*. Jika pada versi sebelumnya sebuah bangun poligon dibagi menjadi beberapa segitiga, maka kali ini bangun poligon dibagi menjadi beberapa segiempat, seperti pada Gambar 5.

**C. Algoritma Program Dinamis**

Program Dinamis adalah algoritma yang memiliki ciri khas dengan menguraikan solusi menjadi sekumpulan tahapan atau *stage*. Dengan membagi solusi yang ada menjadi beberapa tahapan, persoalan dapat dilihat dari serangkaian keputusan yang saling berkaitan.

Program Dinamis memiliki beberapa karakteristik, yaitu :

1. Persoalan dibagi menjadi beberapa tahap atau *stage*
2. Masing-masing *stage* terdiri dari beberapa status atau *state* yang berhubungan dengan tahap tersebut.
3. Program Dinamis memiliki himpunan solusi yang berhingga.
4. Solusi setiap tahap dihasilkan dan dipengaruhi oleh solusi pada tahapan sebelumnya.
5. Menggunakan persoalan optimasi yang membatasi pilihan-pilihan yang perlu dipertimbangkan pada setiap tahap.

Pada program dinamis, setiap rangkaian keputusan dihasilkan sehingga dapat memperoleh hasil yang lebih optimal jika dibandingkan dengan algoritma *greedy* yang hanya menghasilkan satu rangkaian keputusan. Rangkaian keputusan yang optimal yang dibuat oleh program dinamis dihasilkan

melalui Prinsip Optimalitas. Prinsip Optimalitas berarti jika dilakukan penelusuran dari tahap k ke k+1, maka kita dapat menggunakan hasil optimal dari tahap k tanpa harus kembali ke tahap awal.

Pada umumnya, langkah-langkah dalam melakukan algoritma Program Dinamis adalah :

1. Mengkarakteristikan struktur solusi optimal.
2. Mendefinisikan secara rekursif nilai dari solusi optimal.
3. Menghitung nilai solusi optimal secara maju atau mundur
4. Membangun solusi optimal.

Biasanya, program dinamis digunakan dalam mencari solusi paling optimal. Misalnya persialan mencari lintasan terpendek (*shortest path*), penganggaran modal (*Capital Busgeting*), *Knapsack Problem*, *Travelling Salesperson Problem* (TSP), dan sebagainya.

**III. EKSPERIMEN**

Dengan menggunakan algoritma program dinamis, akan diimplementasikan *Art Gallery Theorem* dan membuktikan bahwa teorema tersebut memang benar. Walaupun biasanya program dinamis digunakan dalam pencarian solusi optimal, penulis menggunakan program dinamis sebagai cara penelusuran dan pemilihan warna yang akan diberikan pada setiap titik sudut dari poligon yang ada.

Penulis memilih program dinamis karena strukturnya yang menarik, yaitu pembagian persoalan yang ada menjadi tahapan-tahapan. Dengan demikian, langkah-langkah pewarnaan menjadi lebih terstruktur.

**A. Asumsi yang Digunakan**

Agar *Art Gallery Theorem* dapat bekerja dengan konsisten, ada beberapa asumsi yang harus dipenuhi. Tidak boleh ada bentuk melengkung pada tembok museum. Museum harus berbentuk poligon (segi banyak). Kemudian, diasumsikan penjaga pasti berdiri di titik sudut, bukan di sisi atau tengah ruangan, sehingga pewarnaan graf yang digunakan adalah pewarnaan simpul graf.

**B. Penjelasan Singkat Algoritma yang Digunakan**

Eksperimen akan dilakukan dengan algoritma program dinamis. Langkah-langkah implementasi *Art Gallery Theorem* adalah sebagai berikut :

1. Lakukan *triangulation* pada poligon, atau bagi poligon menjadi beberapa segiempat jika poligon memenuhi syarat untuk *Orthogonal Art Gallery Theorem*, sehingga poligon terlihat menyerupai sebuah graf planar.
2. Beri nomor pada setiap simpul yang ada pada graf planar yang sudah dibentuk.
3. Ubah graf planar menjadi graf multistage (*multistage graph*), dengan asumsi bahwa graf menjadi graf

berarah dengan simpul dengan nomor lebih kecil mengarah ke simpul dengan nomor lebih besar.

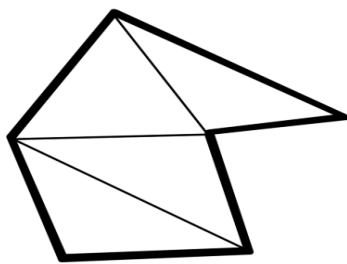
4. Buat tabel yang menunjukkan tahap dan state. State tabel tersebut berisi warna simpul dan warna-warna yang masih mungkin dipakai oleh simpul yang sedang diperiksa.
5. Dari simpul 1 sampai simpul paling akhir, periksa ketetanggaan graf, dan eliminasi satu per satu warna yang mungkin digunakan oleh suatu simpul.
6. Periksa jumlah warna yang paling sedikit digunakan di dalam proses pewarnaan graf.

Sementara untuk sistem pewarnaan graf dengan algoritma program dinamis (poin 5 pada langkah-langkah sebelumnya), langkah-langkah yang digunakan adalah sebagai berikut : (satu poin menandakan 1 tahap)

1. Assign warna pertama pada simpul 1
2. Assign warna kedua pada semua simpul yang bertetangga dengan simpul 1, dan eliminasi warna pertama dari kemungkinan warna yang mungkin dipakai oleh simpul-simpul tersebut.
3. Assign warna pada setiap simpul yang berhubungan dengan setiap simpul pada tahap 2, mulai dari simpul yang diberi nomor paling kecil. Jika didapat simpul yang terhubung bernomor sama, maka gunakan warna yang sama (misal simpul 2 terhubung ke simpul 2'). Jika nomor simpul yang terhubung berbeda, assign warna yang berbeda dari simpul di tahap 2, dan hapus warna yang digunakan oleh simpul tahap 2 dari tabel warna yang mungkin digunakan oleh simpul tersebut.
4. Ulangi langkah 3 sampai semua simpul berhasil diwarnai.
5. Hitung jumlah dari penggunaan setiap warna dari tabel status untuk menentukan warna yang paling jarang digunakan beserta letak simpulnya.

**C. Penomoran dan Pemberian Arah pada Graf**

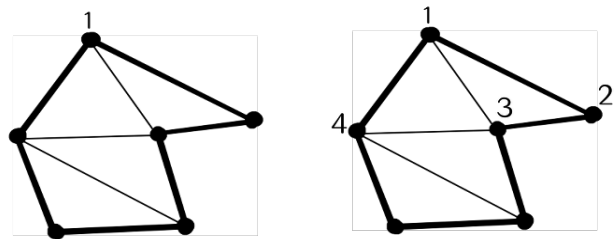
Misalnya, terdapat sebuah poligon seperti Gambar 6. Poligon tersebut sudah dibagi menjadi beberapa segitiga (proses *triangulation*).



**Gambar 6. Contoh poligon yang sudah di- triangulate**

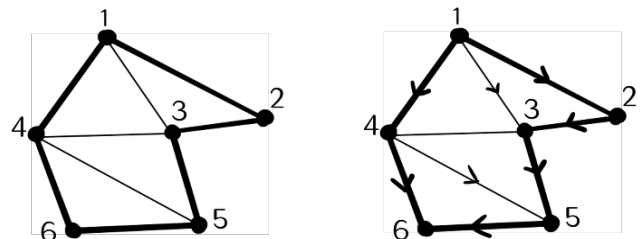
Pilih salah satu simpul, dan beri nomor 1 pada simpul tersebut. Beri nomor pada setiap simpul yang bertetangga

dengan simpul 1. Lakukan hal yang sama sampai semua simpul pada graf telah diberi nomor.



**Gambar 7. Gambaran proses penomoran graf**

Setelah semua simpul pada graf berhasil diberi nomor, beri arah pada semua sisi pada graf. Untuk setiap sisi, gambarkan panah sehingga semua simpul hanya dapat mengarah ke simpul yang nomornya lebih besar.

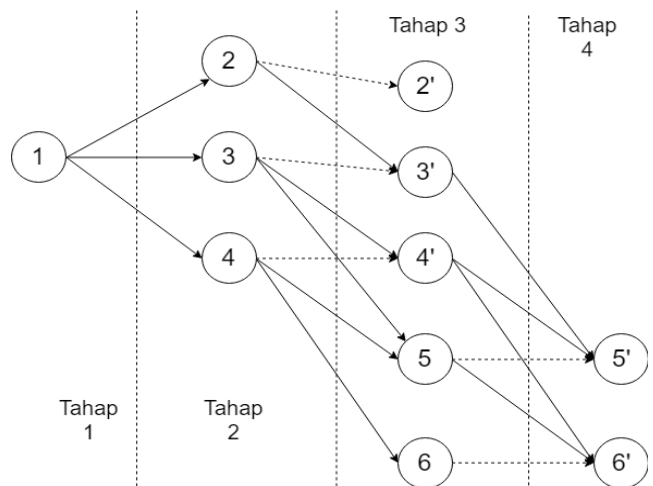


**Gambar 8. Gambaran pemberian arah pada graf**

Setelah graf sudah lengkap diberi nomor dan arah, graf siap diaplikasikan ke algoritma program dinamis untuk implementasi *Art Gallery Theorem*.

**D. Implementasi Algoritma Program Dinamis dan Art Gallery Theorem**

Dari graf berarah yang sudah dihasilkan dari langkah sebelumnya, bangun graf multistage yang menjadi cirikhas dari program dinamis. Karena ada beberapa simpul yang dapat berperan sebagai simpul di tahap X dan tahap Y, maka dibuat simpul baru yang merupakan simpul tersebut.



**Gambar 9. Graf Multistage yang Dihasilkan**

Setelah itu, tabel state dibangun. Isi dari tabel state harus dapat menggambarkan tentang simpul yang sedang diakses, warna yang sedang 'dikenakan' oleh simpul tersebut, dan warna-warna yang masih mungkin digunakan oleh simpul tersebut. Pada tahap pertama, masukkan warna 1 sebagai warna untuk simpul 1.

Warna	Simpul 1
Yang sedang dikenakan	Warna 1
Warna 1	
Warna 2	
Warna 3	

Tabel 1. Tabel Status tahap pertama

Berikutnya, gunakan warna 2 untuk mewarnai semua simpul yang bertetangga dengan simpul 1, dan eliminasi warna pertama dari kemungkinan warna yang mungkin dipakai oleh simpul-simpul tersebut. Kolom Simpul 1 tidak perlu diupdate karena tidak akan pernah diakses lagi, karena salah satu karakteristik program dinamik di mana status saat ini sudah menggambarkan status secara keseluruhan.

Warna	Simpul 1	Simpul 2	Simpul 3	Simpul 4
Yang sedang dikenakan	Warna 1	Warna 2	Warna 2	Warna 2
Warna 1		X	X	X
Warna 2				
Warna 3				

Tabel 2. Tabel Status tahap kedua

Setelah itu, pada tahap ketiga, masukkan warna pada setiap simpul yang berhubungan dengan setiap simpul pada tahap 2, mulai dari simpul yang diberi nomor paling kecil. Jika didapat simpul yang terhubung bernomor sama, maka gunakan warna yang sama (misal simpul 2 terhubung ke simpul 2'). Jika nomor simpul yang terhubung berbeda, assign warna yang berbeda dari simpul di tahap 2, dan hapus warna yang digunakan oleh simpul tahap 2 dari tabel warna yang mungkin digunakan oleh simpul tersebut.

Pada saat melihat simpul-simpul yang bertetangga dengan simpul 2, didapat simpul 3 yang juga menggunakan warna 2. Oleh karena itu, warna pada simpul 3 harus diganti menjadi warna lain yang mungkin digunakan oleh simpul 3, dalam kasus ini adalah warna 3, dan warna 2 dieliminasi dari warna yang mungkin digunakan oleh simpul 3.

Selain kasus pada simpul 3, terdapat dua simpul baru yang bertetangga dengan simpul 3 dan 4. Kedua simpul tersebut adalah simpul 5 dan 6. Kedua simpul tersebut dapat langsung diwarnai dengan warna 1, untuk menjaga konsistensi algoritma untuk mengambil warna yang mungkin digunakan mulai dari warna paling atas pada tabel.

Warna	1	2	3	4	5	6
Digunakan	Warna 1	Warna 2	Warna 3	Warna 2	Warna 1	Warna 1
Warna 1		X	X	X		
Warna 2			X		X	X
Warna 3						

Tabel 3. Tabel Status tahap ketiga

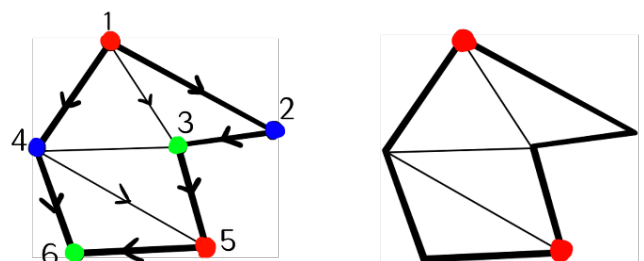
Terakhir, pada tahap keempat, dilakukan cara yang sama untuk setiap simpul yang bertetangga dengan simpul-simpul yang ada di tahap 3.

Pada saat menelusuri simpul-simpul yang bertetangga dengan simpul 5, ditemukan simpul 6 yang memiliki warna yang sama dengan simpul 5, yaitu warna 1. Oleh karena itu, warna pada simpul 6 harus diganti dengan warna lain, dalam kasus ini hanya mungkin digunakan warna 3.

Warna	1	2	3	4	5	6
Digunakan	Warna 1	Warna 2	Warna 3	Warna 2	Warna 1	Warna 3
Warna 1		X	X	X		X
Warna 2			X		X	X
Warna 3						

Tabel 4. Tabel Status tahap keempat

Dengan ini, semua simpul sudah diberi warna. Tapi, algoritma belum selesai. Harus dihitung jumlah dari pemakaian setiap warna. Pada kasus ini, warna 1 digunakan 2 kali, warna 2 digunakan 2 kali, dan warna 3 digunakan 2 kali. Jumlah penggunaan warna yang paling sedikit adalah sejumlah 2. Setiap warna memiliki jumlah pemakaian yang sama. Untuk menjaga konsistensi algoritma, maka digunakan warna 1 sebagai patokan peletakan penjaga pada museum, sehingga diambil warna dengan urutan teratas.



Gambar 10. Hasil akhir peletakan prajurit di museum

*Art Gallery Theorem* menyatakan bahwa jumlah prajurit yang diperlukan tidak akan melebihi sepertiga dari jumlah titik sudut poligon. Jumlah titik sudut poligon sama dengan jumlah simpul, yaitu 6. Karena  $6/3$  adalah 2, dan 2 sebagai jumlah penggunaan warna paling sedikit tidak lebih besar daripada 2 sebagai jumlah dari  $6/3$ , maka *Art Gallery Theorem* berhasil terpenuhi dengan baik.

#### IV. KESIMPULAN

*Art Gallery Theorem* dapat dibuktikan dengan menggunakan program dinamis, dengan cara implementasi pewarnaan graf dengan program dinamis. Jumlah penggunaan warna yang paling sedikit, jika didapat dari implementasi program dinamis, akan menghasilkan nilai yang sesuai dengan isi *Art Gallery Theorem*.

#### ACKNOWLEDGMENT

Penulis mengucapkan terima kasih kepada segala pihak yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan makalah ini.

Terima kasih yang sebesar-besarnya kepada Tuhan YME, sehingga penulis diberi kesempatan dan kemampuan untuk menyelesaikan makalah ini tepat pada waktunya. Terima kasih juga kepada dosen yang sudah membekali penulis dengan ilmu yang cukup untuk menjadi dasar pengerjaan makalah. Terima kasih juga kepada segala pihak lain yang sudah mendukung dalam pembuatan makalah, semua penulis sumber-sumber yang digunakan oleh penulis sebagai bahan referensi, dan teman-teman penulis yang sudah menciptakan lingkungan yang mendukung penulisan makalah.

#### REFERENCES

- [1] Rinaldi Munir, *Diktat Kuliah IF2211 Strategi Algoritma*, Bandung, 2009
- [2] Joseph O'Rourke, *Art Gallery Theorems and Algorithms*, Department of Computer Science Johns Hopkins University, New York, Oxford, 1987
- [3] Elvina, *Menentukan Jumlah Penjaga Minimal yang Mungkin untuk Menjaga Museum dengan Art Gallery Theorem*, Program Studi Teknik Informatika, Sekolah Teknik Elektro dan Informatika, Institut Teknologi Bandung, Bandung, 2018
- [4] <http://www.cut-the-knot.org/Curriculum/Combinatorics/Chvatal.shtml>  
Waktu akses : 26 April 2019 pukul 03.56

#### PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 29 April 2012



Elvina 13517079