

Menentukan Susunan Pengambil Tendangan Penalti dalam Skema Adu Penalti pada Pertandingan Sepak Bola dengan Algoritma Branch and Bound

Ari Pratama Zhorifiandi / 13514039
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
13514039@std.stei.itb.ac.id

Abstrak—Menentukan susunan pengambil tendangan penalti dalam skema adu penalti merupakan hal yang krusial dalam pertandingan Sepak Bola. Banyak pertimbangan yang diambil dalam menentukan pengambil tendangan penalti dalam pertandingan sepak bola. Tujuan dari pemilihan pengambil tendangan penalti ini adalah memanfaatkan momentum yang ada sehingga kemenangan dapat diraih. Dalam makalah ini akan dijelaskan langkah untuk menentukan susunan pengambil tendangan penalti terbaik dengan algoritma Branch and Bound.

Kata Kunci – *Branch and Bound, Sepak Bola, Tendangan Penalti, Adu Penalti.*

I. PENDAHULUAN

Dalam pertandingan sepak bola, berbagai kejadian dapat terjadi. Setiap peluang yang ada harus dimaksimalkan semaksimal mungkin agar tercapainya kemenangan. Diantara sekian banyak peluang yang dapat terjadi, ada sebuah peluang yang disebabkan oleh pelanggaran yang dilakukan oleh tim lawan. Peluang istimewa ini diberikan oleh wasit berupa sepakan penalti (bola yang diam). Peluang tersebut dinamakan tendangan bola mati.

Tendangan bola mati terdiri dari banyak jenis, yaitu tendangan bebas langsung, tendangan bebas tak-langsung, tendangan, dan tendangan penalti. Namun, yang akan dibahas dalam makalah ini hanyalah tendangan penalti.

Tendangan Penalti adalah metode menendang dalam pertandingan sepak bola, yang dilakukan dari titik penalti berjarak 11 meter menuju gawang. Tendangan penalti dilakukan selama permainan berlangsung. Hal ini diberikan ketika pelanggaran dengan hukuman tendangan bebas terjadi dalam area penalti.

Tendangan yang sama yang dibuat dalam adu penalti di beberapa sistem kompetisi untuk menentukan tim pemenang setelah pertandingan berakhir imbang. Hal yang akan dibahas dalam makalah ini adalah tendangan penalti yang dibuat untuk menentukan tim pemenang setelah pertandingan berakhir imbang.

Adu penalti merupakan skema terakhir apabila pertandingan belum dapat menentukan pemenangnya. Skema adu penalti dilakukan 5 tendangan melawan 5 tendangan yang tiap

tendangannya harus berbeda. Tiap urutan pada pengambilan tendangan penalti memegang beban yang berbeda. Hal ini menimbang dari faktor mental yang diakibatkan dari tendangan sebelumnya ataupun faktor supporter. Oleh karena itu, perlu disusun strategi dalam penyusunan penendang penalti.

II. DASAR TEORI

Algoritma Branch & Bound (B&B) digunakan untuk persoalan optimisasi yakni meminimalkan atau memaksimalkan suatu fungsi objektif, yang tidak melanggar batasan (constraints) persoalan. Algoritma ini mengadaptasi algoritma BFS (Breadth First Search), namun B&B memiliki modifikasi dalam hal pemilihan simpul yang akan diekspansio pada penentuan arah selanjutnya.

Algoritma BFS selalu memilih simpul yang ada di awal antrian sedangkan algoritma B&B memilih simpul yang telah diperhitungkan secara optimal yang akan menuju ke simpul solusi dengan langkah yang paling sedikit.

Penelusuran suatu graf dengan algoritma BFS membutuhkan waktu yang relatif lebih lama karena harus menelusuri setiap simpul. Jika kita menggunakan algoritma B&B, maka penelusuran graf dapat dilakukan dengan waktu yang lebih singkat. Hal tersebut dapat dilakukan karena algoritma B&B mengadaptasi algoritma BFS dan menambahkan variable untuk membangun ruang solusi.

Langkah untuk menggambarkan ruang solusi adalah dengan memberi nilai ongkos (cost) pada setiap simpul yang telah dibangkitkan di langkah sebelumnya.

Secara umum, algoritma B&B adalah sebagai berikut:

1. Masukkan simpul akar ke dalam antrian Q. Jika simpul akar adalah simpul solusi, maka solusi telah ditemukan dan pencarian berhenti.
2. Jika Q kosong, tidak ada solusi, pencarian dihentikan.
3. Jika Q tidak kosong, pilih dari antrian Q simpul I yang mempunyai $\hat{c}(i)$ paling kecil. Jika terdapat beberapa simpul I yang memenuhi, pilih salah satu secara sembarang.
4. Jika simpul I adalah simpul solusi, artinya solusi telah ditemukan dan pencarian diberhentikan. Jika bukan,

bangkitkan anak-anaknya. Jika simpul tidak memiliki anak, maka ulang lagi langkah 2.

5. Untuk setiap anak j dari simpul I , hitung $\hat{c}(j)$ dan masukkan semua anak tersebut ke dalam antrian Q .
6. Kembali ke langkah 2 hingga solusi ditemukan.

Dalam makalah ini, akan dibahas penyelesaian masalah Assignment Problem (Masalah Penugasan) menggunakan algoritma Branch and Bound. Hal ini bertujuan untuk menentukan suatu pilihan sehingga dicapai susunan penugasan yang memiliki cost seminimal mungkin.

Pemberian nilai cost akan dilakukan dengan *Reduced Cost Matrix* (matriks tereduksi) yang didapat dari matriks jarak antar simpul yang dibentuk suatu graf. Matriks tereduksi yang dimaksudkan adalah bentuk matriks yang setiap kolom dan barisnya memiliki minimal satu angka nol (0) dan elemen-elemen lainnya bernilai tidak negatif. Untuk mendapatkan matriks tereduksi, maka tiap baris atau kolom yang belum memiliki angka nol akan dikurangi dengan nilai terkecil yang ada di dalam baris atau kolom tersebut.

Semua angka yang digunakan untuk mengurangi tiap baris atau kolom di atas kemudian akan dijumlahkan yang kemudian akan dijadikan sebagai $\hat{c}(\text{root})$ atau cost dari simpul awal. Hal ini juga mendeskripsikan bahwa solusi pada persoalan assignment problem tersebut memiliki cost minimal sebesar $\hat{c}(\text{root})$.

Selanjutnya, misalkan A adalah matriks tereduksi untuk simpul R dan misal S adalah anak dari simpul R sedemikian sehingga sisi (R, S) pada pohon ruang status melambangkan sisi (i, j) pada suatu graf. Jika S bukan merupakan simpul daun, maka untuk mendapatkan matriks jarak yang tereduksi untuk simpul S adalah dengan cara sebagai berikut:

1. Jadikan semua elemen matriks pada baris i dan kolom j menjadi bernilai ∞ .
2. Ubah elemen matriks di baris j kolom pertama menjadi bernilai ∞ .
3. Reduksi kembali matriks dengan cara seperti yang telah dijelaskan sebelumnya.

Berdasarkan hasil dari perhitungan di atas, maka fungsi pembatas yang juga merupakan cost untuk simpul S adalah:

$$\hat{c}(S) = \hat{c}(R) + A(i, j) + r$$

Keterangan:

- $\hat{c}(S)$ merupakan cost perjalanan minimum yang melalui simpul S .
- $\hat{c}(R)$ merupakan cost perjalanan minimum yang melalui simpul R , di mana R adalah simpul bapak (parent) dari S .
- $A(i, j)$ merupakan nilai pada baris i dan kolom j pada matriks jarak suatu graf yang berkoresponden dengan sisi (R, S) pada pohon ruang status.
- r merupakan jumlah total dari angka-angka pengurang pada proses reduksi matriks untuk

simpul S .

Hasil dari reduksi matriks di atas kemudian kita sebut sebagai matriks B .

III. IMPLEMENTASI ALGORITMA

Kita akan membahas mengenai cara optimasi dalam menentukan susunan pengambil tendangan penalti dalam skema adu penalti.

A. Batasan Masalah

Pada bab sebelumnya dijelaskan bahwa pada skema adu penalti, jumlah pemain yang diperbolehkan adalah 5 orang. Jumlah job yang akan diambil untuk menyelesaikan Assign Problem adalah lima, dengan rincian sebagai berikut:

- Job 1: Penendang pertama
- Job 2 : Penendang kedua
- Job 3: Penendang ketiga
- Job 4: Penendang keempat

Untuk jumlah pemain yang akan dimasukkan ke dalam perhitungan juga dapat lebih dari lima. Namun untuk pengambilan contoh persoalan dalam makalah ini akan menggunakan lima orang saja dengan asumsi diambil lima penendang terbaik.

Nilai yang akan digunakan pada pembahasan algoritma ini adalah kemungkinan kegagalan dalam eksekusi penalti. Semakin kecil nilainya semakin sedikit kemungkinan gagal dalam eksekusi penalti. Begitu juga dengan sebaliknya, semakin besar nilainya, semakin besar kemungkinan untuk gagal dalam eksekusi penalti.

Berikut adalah matriks yang akan digunakan dalam pembahasan ini.

	<i>job 1</i>	<i>job 2</i>	<i>job 3</i>	<i>job 4</i>	<i>job 5</i>	
[1	2	5	8	4	<i>orang 1</i>
	3	3	2	4	6	<i>orang 2</i>
	7	2	4	4	5	<i>orang 3</i>
	6	6	3	2	3	<i>orang 4</i>
]	8	2	9	5	1	<i>orang 5</i>

Gambar 1 Matriks Awal

Dari matriks diatas, kita dapat melihat nilai setiap pemain dalam tiap urutan eksekusi penalti.

B. Penerapan Algoritma

Langkah awal yang akan dilakukan adalah menentukan $\hat{c}(\text{root})$. Matriks yang digambarkan dalam Gambar 1 akan direduksi seperti di bawah ini:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & 8 & 4 \\ 3 & 3 & 2 & 4 & 6 \\ 7 & 2 & 4 & 4 & 5 \\ 6 & 6 & 3 & 2 & 3 \\ 8 & 2 & 9 & 5 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} B1-1 \\ B2-2 \\ B3-2 \\ B4-2 \\ B5-1 \end{matrix} = A \begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 & 7 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 2 & 4 \\ 5 & 0 & 2 & 2 & 3 \\ 4 & 4 & 1 & 0 & 1 \\ 7 & 1 & 8 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

Gambar 2 Matriks Tereduksi 1

Matriks tereduksi yang telah kita peroleh kita namakan matriks A. Nilai $\hat{c}(\text{root})$ merupakan jumlah total nilai yang digunakan untuk melakukan proses reduksi.

$$\hat{c}(\text{root}) = 1 + 2 + 2 + 2 + 1 = 8$$

Selanjutnya kita akan melakukan penelusuran (ekspansi) untuk mendapatkan simpul anak-anaknya. Dari setiap simpul anak tersebut akan dianalisis untuk mendapatkan cost. Berikut hasil penelusurannya.

1. Simpul 2, orang 1 job 1:

$$\begin{bmatrix} \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 1 & 0 & 2 & 4 \\ \infty & 0 & 2 & 2 & 3 \\ \infty & 4 & 1 & 0 & 1 \\ \infty & 1 & 8 & 4 & 0 \end{bmatrix} = B$$

Gambar 3 Matriks B

$$\text{Cost} = 8 + 0 + 0 = 8$$

2. Simpul 3, orang 1 job 2

$$\begin{bmatrix} \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 1 & \infty & 0 & 2 & 4 \\ 3 & \infty & 0 & 0 & 1 \\ 4 & \infty & 1 & 0 & 1 \\ 7 & \infty & 8 & 4 & 0 \end{bmatrix} = C$$

Gambar 4 Matriks C

$$\text{Cost} = 8 + 2 + 0 = 10$$

3. Simpul 4, orang 1 job 3

$$\begin{bmatrix} \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 0 & 0 & \infty & 1 & 3 \\ 5 & 0 & \infty & 2 & 3 \\ 4 & 4 & \infty & 0 & 1 \\ 7 & 1 & \infty & 4 & 0 \end{bmatrix} = D$$

Gambar 5 Matriks D

$$\text{Cost} = 8 + 0 + 1 = 9$$

4. Simpul 5, orang 1 job 4

$$\begin{bmatrix} \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 0 & 1 & 0 & \infty & 4 \\ 4 & 0 & 2 & \infty & 3 \\ 2 & 3 & 0 & \infty & 0 \\ 6 & 1 & 8 & \infty & 0 \end{bmatrix} = E$$

Gambar 6 Matriks E

$$\text{Cost} = 8 + 1 + 1 = 10$$

5. Simpul 6, orang 1 job 5

$$\begin{bmatrix} \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 0 & 1 & 0 & 2 & \infty \\ 4 & 0 & 2 & 2 & \infty \\ 3 & 4 & 1 & 0 & \infty \\ 5 & 0 & 7 & 3 & \infty \end{bmatrix} = F$$

Gambar 7 Matriks F

$$\text{Cost} = 8 + 1 + 1 = 10$$

Dari matriks tereduksi di atas, kita dapat melihat bahwa simpul 2 (Matriks B) memiliki cost yang terkecil yaitu dengan cost 8. Selanjutnya kita akan mengekspansi simpul 2.

1. Simpul 7, orang 2 job 2

$$\begin{bmatrix} \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 0 & 0 & 1 \\ \infty & \infty & 1 & 0 & 1 \\ \infty & \infty & 8 & 4 & 0 \end{bmatrix} = G$$

Gambar 8 Matriks G

$$\text{Cost} = 8 + 2 + 0 = 10$$

4. Simpul 10, orang 2 job 5

$$\begin{bmatrix} \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 0 & 1 & 2 & \infty \\ \infty & 4 & 0 & 0 & \infty \\ \infty & 0 & 6 & 3 & \infty \end{bmatrix} = J$$

Gambar 11 Matriks J

$$\text{Cost} = 8 + 1 + 1 = 10$$

2. Simpul 8, orang 2 job 3

$$\begin{bmatrix} \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 0 & \infty & 2 & 3 \\ \infty & 4 & \infty & 0 & 1 \\ \infty & 1 & \infty & 4 & 0 \end{bmatrix} = H$$

Gambar 9 Matriks H

$$\text{Cost} = 8 + 0 + 0 = 8$$

Dari matriks tereduksi di atas, kita dapat melihat bahwa simpul 8 (Matriks H) memiliki cost yang terkecil yaitu dengan cost 8. Selanjutnya kita akan mengekspansi simpul 8.

1. Simpul 11, orang 3 job 2

$$\begin{bmatrix} \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 0 & 1 \\ \infty & \infty & \infty & 4 & 0 \end{bmatrix} = K$$

Gambar 12 Matriks K

$$\text{Cost} = 8 + 0 + 0 = 8$$

3. Simpul 9, orang 2 job 4

$$\begin{bmatrix} \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 0 & 2 & \infty & 3 \\ \infty & 3 & 0 & \infty & 0 \\ \infty & 1 & 8 & \infty & 0 \end{bmatrix} = I$$

Gambar 10 Matriks I

$$\text{Cost} = 8 + 1 + 0 = 9$$

2. Simpul 12, orang 3 job 4

$$\begin{bmatrix} \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 2 & \infty & \infty & 0 \\ \infty & 0 & \infty & \infty & 0 \end{bmatrix} = L$$

Gambar 13 Matriks L

$$\text{Cost} = 8 + 1 + 1 = 10$$

3. Simpul 13, orang 3 job 5

$$\begin{bmatrix} \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 4 & \infty & 0 & \infty \\ \infty & 0 & \infty & 3 & \infty \end{bmatrix} = M$$

Gambar 14 Matriks M

$$Cost = 8 + 1 + 0 = 9$$

Dari matriks tereduksi di atas, kita dapat melihat bahwa simpul 11 (Matriks K) memiliki cost yang terkecil yaitu dengan cost 8. Selanjutnya kita akan mengekspansi simpul 11

1. Simpul 14, orang 4 job 4

$$\begin{bmatrix} \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \end{bmatrix} = N$$

Gambar 15 Matriks N

$$Cost = 8 + 0 + 0 = 8$$

2. Simpul 15, orang 4 job 5

$$\begin{bmatrix} \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 4 & \infty \end{bmatrix} = O$$

Gambar 16 Matriks O

$$Cost = 8 + 0 + 0 = 8$$

Dari matriks tereduksi di atas, kita dapat melihat bahwa simpul 14 (Matriks N) memiliki cost yang terkecil yaitu dengan cost 8.

Karena tidak ada lagi simpul hidup di dalam pohon ruang status, maka susunan pemain yang diperoleh dari algoritma Branch and Bound adalah:

$$A \rightarrow B \rightarrow H \rightarrow K \rightarrow N \rightarrow \text{Sisa}$$

C. Solusi Assignment Problem untuk Menentukan Susunan Pemain dalam Skema Adu Penalti

Dari pencarian berdasarkan cost, dapat disimpulkan bahwa susunan pemain dalam skema adu penalti terbaik adalah:

- Orang 1 mengambil tendangan penalti urutan ke- 1
- Orang 2 mengambil tendangan penalti urutan ke- 3
- Orang 3 mengambil tendangan penalti urutan ke- 2
- Orang 4 mengambil tendangan penalti urutan ke- 4
- Orang 5 mengambil tendangan penalti urutan ke- 5

IV. ANALISIS

Berdasarkan hasil perhitungan diatas, algoritma Branch and Bound menunjukkan perbedaan bila dibandingkan dengan algoritma BFS. Algoritma BnB tidak menelusuri seluruh simpul, sedangkan BFS akan menelusuri seluruh simpul.

Hal ini ada disebabkan adanya fungsi pembatas dalam algoritma B&B yang menentukan simpul mana yang akan dianalisis. Terlihat dalam analisis di atas bahwa pola ekspansi yang ditunjukkan algoritma B&B terlihat beda dengan algoritma BFS. Perbandingan hasil kedua algoritma adalah harus menelusuri semua simpul hingga mencapai solusi permasalahan untuk mencapai solusi yang optimal.

Dari pernyataan diatas, penulis menyimpulkan algoritma BnB menghasilkan solusi yang optimal dan efisien tanpa harus menelusuri seluruh simpul. Namun, penulis tidak menjamin bahwa algoritma Branch and Bound merupakan algoritma terbaik dalam memecahkan Assignment Problem. Perlu diadakan studi lebih lanjut.

V. KESIMPULAN

Kesimpulan yang diperoleh setelah melakukan analisis terhadap permasalahan Assignment Problem dengan algoritma branch and Bound, adalah sebagai berikut:

- Algoritma Branch and Bound lebih efisien dari algoritma BFS
- Salah satu permasalahan yang dapat diselesaikan dengan algoritma B&B adalah Assignment Problem.

3. Susunan pemain dalam skema adu penalti terbaik dapat dicari dengan menggunakan algoritma Branch and Bound. Susunan pemain yang dihasilkan adalah:
- a. Orang 1 mengambil tendangan penalti urutan ke- 1
 - b. Orang 2 mengambil tendangan penalti urutan ke- 3
 - c. Orang 3 mengambil tendangan penalti urutan ke- 2
 - d. Orang 4 mengambil tendangan penalti urutan ke- 4
 - e. Orang 5 mengambil tendangan penalti urutan ke- 5

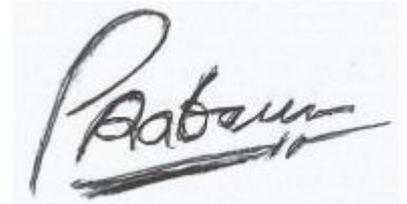
REFERENSI

- [1] Munir, Rinaldi, "Matematika Diskrit", Informatika, Bandung: 2010
- [2] Rosen, K.H., Discrete Mathematics and Its Applications, 2006, McGraw-Hil

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 4 Mei 2016



Ari Pratama Zhorifiandi - 13514039