

Penggunaan *Dynamic Programming* pada Persoalan Penjadwalan Kedatangan Pesawat Terbang

Sidik Soleman, 13508101¹

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

¹sidik_324@students.itb.ac.id

Abstrak—Penjadwalan merupakan salah satu bagian yang terpenting dalam dunia penerbangan. Bandara yang semakin ramai dan keterbatasan infrastruktur menjadikan penjadwalan dalam bandara semakin kompleks. Ada beberapa penjadwalan dalam bandara salah satunya adalah penjadwalan kedatangan pesawat. Pesawat yang datang memiliki keragaman tipe dan datang dengan waktu yang berbeda-beda, mungkin saja pesawat tersebut datang bersama ataupun berurutan. Dan pesawat tersebut bisa datang dari berbagai tempat. Disisi lain kondisi bandara yang terbatas, terutama untuk landasan atau *runway* menjadikan beberapa pesawat untuk mengantri ketika hendak mendarat di bandara. Oleh karena itu, penjadwalan kedatangan pesawat sangat penting untuk dilakukan agar tidak terjadi tubrukan atau kecelakaan ataupun kondisi menunggu yang sangat lama untuk mendarat sehingga perusahaan penerbangan merugi dalam mengoperasikan pesawat. Keterlambatan pada penerbangan akan mengakibatkan efek domino yang akan merambat ke penerbangan lainnya sehingga bisa saja terjadi perubahan jadwal secara besar-besaran. Tentu hal ini akan menambah dan menghabiskan biaya yang tidak sedikit. Selain itu, dari sisi penumpang, keterlambatan juga akan mengakibatkan penumpukan penumpang di bandara dan menimbulkan kekecewaan bagi penumpang. Faktor lain adalah jumlah bahan bakar dalam pesawat yang terbatas sehingga pesawat tidak dapat berlama-lama dalam menunggu untuk mendarat. Persoalan penjadwalan ini dapat diselesaikan dengan beberapa algoritma salah satunya adalah algoritma program dinamis atau *dynamic programming*.

Kata Kunci—*dynamic programming*, penjadwalan, kedatangan.

I. PENDAHULUAN

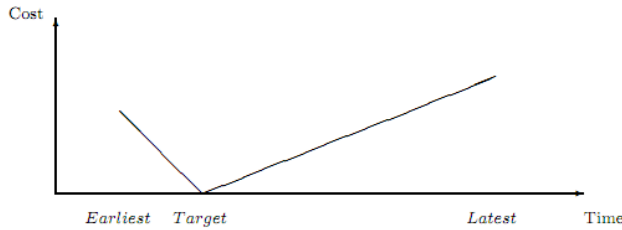
Penjadwalan merupakan bagian penting dalam pengelolaan suatu bandara. Puluhan bahkan ratusan pesawat bisa singgah dalam suatu bandara, misalnya pada bandara Atlanta harus menangani sekitar 80 juta pendaratan dan pemberangkatan dalam satu tahun. Jumlah tersebut merupakan gabungan penerbangan domestik maupun internasional. Tentu untuk mengatur semua itu, dibutuhkan penjadwalan pesawat baik yang datang maupun yang diberangkatkan agar tidak terjadi keterlambatan.

Keterlambatan merupakan hal yang sangat dihindari dalam dunia transportasi terutama transportasi udara. Hal ini dilakukan karena keterlambatan dalam transportasi udara dapat mengakibatkan efek domino. Efek tersebut dapat menyebar ke penerbangan yang lain, sehingga bisa jadi akibat keterlambatan, terjadi perubahan jadwal secara besar-besaran. Jika hal ini terjadi tentu akan menambah pengeluaran perusahaan penerbangan dan pihak bandara.

Dalam pembuatan penjadwalan ini tentu ada banyak faktor yang terkait di dalamnya. Sebagai contoh ketika melakukan penjadwalan kedatangan pesawat, pesawat tentu sudah memiliki *time window* sendiri. *Time window* merupakan rentang waktu kedatangan suatu pesawat yang menunjukkan waktu minimum dan maksimum pesawat tiba di bandara. Namun, biasanya pengelola dari pesawat tersebut telah menentukan target waktu kedatangan pada suatu bandara. Waktu minimum dipenuhi ketika pesawat menggunakan kecepatan maksimumnya untuk menjangkau bandara (*maximum airspeed*), sedangkan waktu maksimum dicapai biasanya ketika pesawat tersebut harus berputar terlebih dahulu untuk mengefisienkan bahan bakarnya sampai mendapat izin untuk mendarat.

Lebih cepat atau lebih lambat dalam mendarat, kedua hal tersebut akan memberikan konsekuensi tersendiri bagi pihak maskapai. Hal ini disebabkan setiap pesawat telah direncanakan dalam setiap penerbangannya baik biaya operasionalnya juga kecepatan yang disarankan. Pesawat memiliki keterbatasan dalam bahan bakar, sehingga pesawat tidak dapat menunggu terlalu lama di udara sehingga sebisa mungkin pesawat untuk segera di daratkan ketika mencapai bandara. Oleh karena itu, target waktu ditentukan pesawat adalah waktu yang paling tepat sebagai waktu kedatangan. Semakin tinggi deviasi antara waktu kedatangan sesungguhnya dengan waktu kedatangan yang telah ditargetkan, semakin besar pula biaya yang akan ditanggung oleh maskapai. Apalagi jika pesawat tersebut tiba di bandara tidak dalam rentang waktu pada *time window*, misalnya pesawat datang terlambat akibatnya penumpang harus menunggu, terjadi penjadwalan ulang untuk krew, penjadwalan ulang pesawat, dan membengkaknya biaya untuk bahan bakar. Berikut ini adalah contoh pembengkakan biaya yang harus ditanggung perusahaan dibandingkan dengan waktu tiba

pesawat di bandara.



Gambar 1. Biaya berbanding dengan kedatangan pesawat

Faktor lain yang perlu diperhatikan dalam penjadwalan pesawat adalah jumlah pesawat yang datang tiap waktu bersifat fluktuatif. Fluktuatif artinya tidak diketahui secara pasti jumlah pesawat yang akan mendarat di suatu bandara pada waktu tertentu dan jumlah pesawat yang akan mendarat pun beragam. Selain itu, jenis pesawat yang beragam dan waktu yang digunakan untuk mendarat juga menjadi faktor yang cukup penting dalam penjadwalan. Jumlah *runway* atau landasan juga menjadi hal yang tidak boleh disepelekan karena untuk mendarat, pesawat tentu membutuhkan landasan. Jika jumlah landasan sedikit akan membuat pesawat mengantri pada saat akan mendarat di bandara. Dan hal ini dapat mengakibatkan pesawat mendarat tidak sesuai dengan target waktunya.

Persoalan penjadwalan kedatangan pesawat tersebut merupakan persoalan yang dapat diselesaikan dengan program dinamis karena di dalamnya terdapat optimasi. Optimasi ini adalah mencari deviasi terkecil dari waktu yang digunakan pesawat untuk mendarat. Program dinamis merupakan pemecahan persoalan dengan menguraikan persoalan menjadi beberapa tahapan atau langkah sehingga keputusan dapat dipandang sebagai serangkaian keputusan yang saling berkaitan. Selain itu, pada program dinamis terdapat prinsip optimasi, sehingga bisa dipastikan pilihan yang diperoleh dari penggunaan algoritma ini merupakan pilihan yang paling optimal.

Dalam persoalan penjadwalan kedatangan pesawat terbang, persoalan difokuskan untuk memperoleh biaya yang paling sedikit dari pendaratan pesawat terbang. Biaya ini adalah biaya yang dikeluarkan ketika pesawat mendarat tidak sesuai dengan target waktunya. Penghitungan biaya ini berbanding lurus dengan jumlah selisih dari semua pesawat yang akan mendarat dalam rentang waktu tertentu. Dan besarnya biaya untuk masing-masing pesawat bisa berbeda dan bisa sama.

II. DYNAMIC PROGRAMMING DALAM PENJADWALAN KEDATANGAN PESAWAT TERBANG

1. Persoalan penjadwalan kedatangan pesawat terbang

Pada persoalan penjadwalan kedatangan pesawat terbang ini, persoalan dibatasi dengan menganggap ada

sejumlah pesawat yang akan mendarat di bandara pada waktu tertentu. Waktu dalam konteks ini adalah selang waktu tertentu yang di dalamnya terdapat waktu kedatangan pesawat-pesawat. Tujuan dari pemecahan persoalan ini adalah mencari biaya paling kecil dari pengaturan jadwal pendaratan pesawat terbang tersebut. Dalam hal ini, biaya tersebut sebanding dengan perbedaan waktu antara pendaratan sesungguhnya dengan waktu pendaratan yang ditargetkan. Semakin tinggi perbedaannya, semakin tinggi pula biaya tersebut.

Pesawat yang akan mendarat memiliki tipe yang tidak sama. Oleh karena itu, pesawat memiliki waktu untuk mendarat berbeda-beda dengan yang lainnya. Selain itu, biaya yang harus ditanggung tiap waktu keterlambatan berbeda-beda untuk tiap-tiap pesawat.

Semua pesawat yang akan mendarat menggunakan satu buah landasan sehingga tidak mungkin ada pesawat yang mendarat secara paralel. Dalam persoalan ini, *time window* belum digunakan, artinya semua pesawat akan telah datang sesuai dengan waktu yang telah ditargetkan dan dapat mendarat kapanpun setelah kedatangannya tersebut. Hal yang tak kalah pentingnya adalah semua pesawat yang tiba pada suatu bandara, dipastikan akan mendarat pada bandara tersebut, tetapi waktu untuk pendaratan diasumsikan tak terbatas. Ini berarti pesawat dapat mendarat kapanpun ketika telah sampai bandara. Hal ini juga berarti faktor seperti bahan bakar belum dilibatkan sehingga diasumsikan pesawat dapat terbang di sekitar bandara untuk mengganggu giliran untuk mendarat dalam waktu yang lama.

Sebagai contoh persoalan dalam penjadwalan dalam pendaratan pesawat adalah berikut ini:

Pesawat	T_i	L_i	C_i
1	88	6	3
2	95	12	5
3	100	6	10

Gambar 2. Contoh persoalan penjadwalan kedatangan pesawat

Pada gambar di atas, ada tiga buah pesawat yang akan mendarat pada sebuah bandara. T_i merupakan target waktu yang telah ditentukan oleh pesawat untuk mendarat. Target waktu juga menandakan kedatangan pesawat. Artinya saat target waktu itu tiba, pesawat juga telah tiba pada bandara untuk mendarat.

L_i adalah waktu yang digunakan untuk pendaratan. Setiap pesawat memiliki waktu pendaratan masing-masing dan berbeda antara satu pesawat yang satu dengan yang lain. C_i merupakan biaya yang harus ditanggung pesawat dalam hal ini maskapai ketika pesawatnya telah mendarat. Biaya tersebut merupakan biaya untuk setiap satu satuan waktu keterlambatan pesawat dalam mendarat.

Dari contoh di atas pula, waktu kedatangan untuk masing-masing pesawat berbeda-beda, begitupula waktu untuk melandaskan pesawat dan biaya yang harus

ditanggung oleh maskapai ketika mengalami keterlambatan.

Penerjemahan persoalan penjadwalan kedatangan pesawat terbang menjadi bentuk matematis akan memudahkan dalam menyelesaikan persoalan ini dengan menggunakan algoritma program dinamis.

Asumsikan ada sebanyak P pesawat yang akan mendarat. Pesawat datang dengan waktu yang telah ditargetkan T_i . Pesawat dapat mendarat dalam waktu x_i . x_i memiliki sifat relatif terhadap pesawat sebelumnya, artinya nilai x_i bergantung pada pesawat sebelumnya yang mendarat di bandara. Untuk mendarat pesawat memerlukan waktu L_i . Biaya keterlambatan dihitung dari C_i dikalikan dengan lamanya keterlambatan.

$$\sum_{i=1}^P ((x_i - T_i) \times C_i)$$

$$x_i \geq T_i \quad \forall i \in P$$

Untuk contoh persoalan di atas diperoleh biaya paling minimum sebesar 55 dengan urutan jadwal pendaratan 1,3,2. Biaya tersebut merupakan biaya yang paling minimum dan pemilihan tersebut merupakan pemilihan yang paling optimal karena memenuhi prinsip optimalitas.

3. Dynamic Programming

Dalam menyelesaikan persoalan dengan menggunakan *dynamic programming*, persoalan dibagi menjadi beberapa langkah atau tahap sehingga keputusan yang diambil menjadi sebagai satu rangkaian yang saling berkaitan. Akibatnya, pada penyelesaian persoalan ini terdapat sejumlah berhingga pilihan yang mungkin. Solusi yang dibangun pada setiap tahap dibangun dari hasil solusi tahap sebelumnya. Sedangkan untuk mempertimbangkan pilihan dalam tiap tahapnya menggunakan prinsip optimasi dan kedala.

Dalam prinsip optimalitas, jika solusi total optimal, bagian dari solusi tersebut juga merupakan solusi yang optimal. Hal ini berarti pekerjaan dari tahap I ke J optimal maka pekerjaan antara I ke S yang berada dalam solusi pekerjaan dari tahap I ke J juga merupakan solusi yang optimal. Dengan prinsip optimalitas, keputusan yang diambil pada suatu tahap merupakan keputusan yang benar untuk keputusan pada tahap selanjutnya. Adanya hal tersebut, penyelesaian persoalan dengan program dinamis memungkinkan untuk memilih solusi lebih dari satu pada setiap tahapnya dan hanya rangkaian solusi atau keputusan yang memenuhi prinsip optimalitas yang akan diambil.

Program dinamis memiliki beberapa karakteristik persoalan yang dapat ditangani dengan algoritma ini:

1. Persoalan dibagi menjadi beberapa tahap dan pada setiap tahap hanya diambil satu keputusan.
2. Masing-masing setiap tahap memiliki sejumlah status yang berhubungan dengan tahap tersebut,

biasanya status berhubungan dengan sejumlah kemungkinan yang menjadi masukan pada tahap tersebut.

3. Keputusan yang diambil pada setiap tahap ditransformasikan dari status yang bersangkutan ke status berikutnya pada tahap berikutnya.
4. Biaya pada suatu tahap meningkat secara teratur dengan bertambahnya jumlah tahapan.
5. Biaya pada suatu tahap bergantung pada biaya tahap-tahap yang sudah berjalan dan biaya pada tahap tersebut.
6. Keputusan terbaik pada suatu tahap bersifat independen terhadap keputusan yang dilakukan pada tahap sebelumnya.
7. Adanya hubungan rekursif yang mengidentifikasi keputusan terbaik untuk setiap status pada tahap k memberikan keputusan terbaik untuk setiap status pada tahap $k+1$.
8. Persoalan mengikuti prinsip optimalitas.

Program dinamis menggunakan dua buah pendekatan yaitu pendekatan maju dan mundur. Misalkan x_1, x_2, \dots, x_n menyatakan peubah (*variable*) keputusan yang harus dibuat masing-masing untuk tahap 1, 2, ..., n. Maka, program dinamis maju. Program dinamis bergerak mulai dari tahap 1, terus maju ke tahap 2, 3, dan seterusnya sampai tahap n. Runtutan peubah keputusan adalah x_1, x_2, \dots, x_n .

Program dinamis mundur, program dinamis bergerak mulai dari tahap n, terus mundur ke tahap n-1, n-2, dan seterusnya sampai tahap 1. Runtutan peubah keputusannya adalah x_n, x_{n-1}, \dots, x_1 .

Beberapa langkah untuk menyelesaikan persoalan ini yang harus ditempuh adalah sebagai berikut ini:

1. Karakteristikkan struktur solusi optimal.
2. Definisikan secara rekursif nilai solusi optimal.
3. Hitung nilai solusi optimal secara maju atau mundur.
4. Konstruksi solusi optimal.

III. METODE PENYELESAIAN PERSOALAN PENJADWALAN KEDATANGAN PESAWAT DENGAN DYNAMIC PROGRAMMING

Penyelesaian masalah penjadwalan dengan metode program dinamis ini akan menggunakan program dinamis maju. Hal ini berarti runtutan keputusan dimulai dari tahap ke-1. Jika menggunakan program dinamis mundur agak sulit dan repot karena persoalan penjadwalan merupakan persoalan yang mudah dipahami jika disampaikan maju mengingat karakteristik dari penjadwalan yang bersifat maju kedepan dan sekuensial serta berlanjut.

Dengan algoritma program dinamis maju dapat digambarkan langkah atau tahapan yang akan ditempuh dengan contoh berikut ini, misalkan dalam persoalan ada tiga buah pesawat dengan waktu

kedatangan ke bandara masing-masing, maka runtutan keputusannya dimulai dari $P_1 \rightarrow P_2 \rightarrow P_3$. Dalam menyelesaikan permasalahan ini akan ada tiga tahap yang akan diperoleh.

Tahapan pertama akan memberikan tiga pilihan tahapan kedua akan memberikan enam pilihan dan tahapan ketiga juga akan memberikan tiga pilihan pula.

Persoalan yang diambil sebagai contoh penerapan algoritma program dinamis adalah persoalan urutan/jadwal kedatangan lima buah pesawat pada suatu bandara. Berikut adalah data kedatangan kelima pesawat tersebut

Pesawat	T_i	L_i	C_i
1	88	6	3
2	95	12	5
3	100	6	10

Gambar 3. Data kedatangan pesawat dalam suatu bandara

Untuk menyelesaikan persoalan tersebut dibutuhkan beberapa langkah agar bisa diselesaikan dengan program dinamis, langkah tersebut antara lain :

1. Pengkarakteristikan struktur solusi optimal

Untuk menyelesaikan persoalan tersebut terlebih dahulu dilakukan pengkarakteristikan persoalan optimal. Sesuai dengan bentuk matematis, bentuk optimal untuk persoalan ini adalah jumlah minimum dari

$$\sum_{i=1}^p ((x_i - T_i) \times C_i)$$

dengan batasan bahwa nilai

$$x_i \geq T_i \quad \forall i \in P$$

Selain itu, nilai tersebut selalu bergantung pada besarnya waktu untuk mendarat pesawat dan waktu pendaratan pesawat sebelumnya. Sehingga mungkin saja akan menghasilkan nilai yang berbeda untuk tahap tertentu dibandingkan tahapan sebelumnya.

2. Pendefinisian secara rekursif solusi penjadwalan

Langkah berikutnya adalah mendefinisikan secara rekursif solusi penjadwalan tersebut. Definisi secara rekursif dalam hal ini adalah fungsi rekursif yang digunakan untuk memecahkan persoalan ini. Fungsi tersebut adalah berikut ini

$$f(i, x_i, 0) = (x_i - C_i) \times T_i$$

$$f(i, C_i, n) = \min\{f(i, C_i, 0) + f(i - 1, x_i + L_i, n - 1)\}$$

Catatan :

$X_i - C_i$ jika bernilai negatif dibulatkan menjadi 0 (no).

X_{i-1} diperoleh dari waktu mendarat pesawat $X_i + L_i$

3. Menghitung nilai solusi

Dalam menghitung solusi, digunakanlah definisi rekursif. Dalam kasus ini, karena ada tiga pesawat, ada tiga tahap penyelesaian.

Karena algoritma program dinamis yang digunakan merupakan program dinamis maju, langkah dimulai dari langkah atau tahap pertama. Untuk tahap pertama ini ada tiga kemungkinan solusi antara lain :

Kemungkinan Urutan	$x_i - L_i$	C_i	Biaya
{1}	0	3	0
{2}	0	5	0
{3}	0	10	0

Gambar 4. Tahap 1 penyelesaian persoalan

Tahap berikutnya adalah tahap 2, berdasarkan fungsi rekursif maka tahap 2 menggunakan tahap 1 dalam menghitung keputusannya. Berikut ini adalah hasil penghitungan tahap 2 persoalan ini :

Kemungkinan Urutan	Biaya
{1→2}	0
{1→3}	0
{2→1}	57
{2→3}	70
{3→1}	54
{3→2}	55

Gambar 5. Tahap 2 Penyelesaian persoalan

Penghitungan selanjutnya adalah tahap 3, untuk tahap tiga diperoleh hasil sebagai berikut :

Kemungkinan Urutan	Biaya
{1→2→3}	70
{1→3→2}	55
{2→1→3}	180
{2→3→1}	124
{3→1→2}	104
{3→2→1}	109

- [2] Wen, Min. "Algorithm of Scheduling Aircraft Landing Problem", Master Thesis, Departement of Informatics and Mathematics Modelling, Technical University of Denmark. 2005-6-12.

Gambar 6. Tahap 3 Penyelesaian Persoalan

Perhitungan pada tahap tiga bisa mengacu pada perhitungan hasil tahap dua. Namun, tidak semua nilai sesuai pada tahap dua hal ini dikarenakan urutan waktu pendaratan pesawat yang berbeda-beda bergantung pada pesawat sebelumnya dan pada waktu pendaratan itu sendiri. Oleh karena itu perlu dilakukan penghitungan dengan fungsi rekursif yang telah didefinisikan sebelumnya sehingga akan menghasilkan hasil yang sesuai dengan tabel di atas.

Perhitungan pada tahap akhir diperoleh bahwa penjadwalan yang paling minimum biayanya adalah penjadwalan dengan urutan $\{1 \rightarrow 3 \rightarrow 2\}$ dengan biaya total yang mesti ditanggung adalah 55.

Hasil ini merupakan hasil yang paling optimal dari semua kombinasi penjadwalan ketiga pesawat tersebut. Hasil ini juga memenuhi prinsip optimasi karena penghitungan dan pemilihan jadwal pada algoritma program dinamis menggunakan prinsip tersebut.

Persoalan penjadwalan kedatangan pesawat terbang memang lebih kompleks. Terdapat beberapa faktor yang berpengaruh antara lain waktu mendarat yang berubah-ubah bergantung pada waktu pendaratan pesawat sebelumnya dan waktu pendaratan tiap pesawat itu sendiri. Selain faktor tersebut, faktor kedatangan juga menjadi hal yang menyebabkan penjadwalan lebih kompleks. Namun, dengan menggunakan program dinamis, persoalan penjadwalan dalam bandara untuk penjadwalan kedatangan pesawat bisa diselesaikan.

IV. KESIMPULAN

Dari hasil pemaparan di atas terkait dengan penggunaan algoritma program dinamis untuk menyelesaikan persoalan penjadwalan kedatangan pesawat terbang, dapat disimpulkan beberapa hal diantaranya :

1. Persoalan penjadwalan kedatangan di bandara merupakan hal yang cukup vital untuk menghindari keterlambatan pesawat terbang.
2. Persoalan penjadwalan tersebut dapat diselesaikan dengan menggunakan algoritma program dinamis sehingga pada penjadwalan kedatangan pesawat diperoleh jadwal yang paling optimal mengingat algoritma tersebut menggunakan prinsip optimalitas.
3. Penjadwalan kedatangan pesawat terbang merupakan persoalan optimalitas untuk meminimalkan selisih waktu pendaratan dengan waktu yang telah ditentukan untuk mendarat pada suatu bandara.

REFERENSI

- [1] R. Munir, "Strategi Algoritma", Program Studi Teknik Informatika, Institut Teknologi Bandung. Bandung: ITB, 2009.

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung,
7 Desember 2010



Sidik Soleman/13508101