

PEMECAHAN CHINESE POSTMAN PROBLEM UNTUK GRAF TAK BERARAH

Yuri Andri Gani
13506118

Mahasiswa Teknik Informatika ITB
Jl. Ganesha, no. 10
e-mail: if16118@students.if.itb.ac.id

ABSTRAK

Chinese postman problem pertama kali dikemukakan oleh Mei Gan yang berasal dari Cina pada tahun 1962. Ia mengemukakan masalah yang disebut persoalan tukang pos. masalahnya adalah sebagai berikut

Seorang tukang pos akan mengantar surat ke alamat-alamat sepanjang jalan di suatu daerah. Bagaiman ia merencanakan rute perjalanannya agar ia melewati jalan tepat sekali dan kembali lagi ke tempat awal keberangkatannya.

Persoalan ini tak lain adalah persoalan untuk menentukan sirkuit Euler dalam graf. Jika peta jalan tempat tukang pos bekerja adalah graf genap, sirkuit Euler akan mudah ditemukan. Jika tidak, maka harus di cari rute terpendek yang harus di ulangi oleh tukang pos.

Kata kunci: *postman problem, graf genap, graf ganjil.*

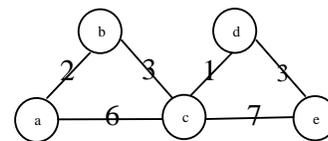
1. PENDAHULUAN

Sebelum memulai perjalanannya tukang pos harus pergi ke kantor pos untuk mengambil surat. Barulah dia pergimenganatarkan surat dengan menelusuri setiap jalan pada daerahnya, dan akhirnya ia harus kembali ke kantor pos untuk mengembalikan semua surat yang tidak terkirim. Untuk menghemat energi Tukang pos ingin menelusuri daerahnya dengan dengan sesedikit mungkin jarak yang ditempuh.

Pada intinya masalah tukang pos adalah bagaimana menelusuri semua jalan yang ada pada rutenya dan kembali ke asal dengan jarak tempuh yang paling sedikit. Pada kenyataannya tidak hanya tukang pos saja yang menghadapi masalah ini, banyak profesi lain yang menghadapi masalah serupa seperti polisi ingin menempuh jalur yang paling efisien dalam berpatroli, tukang jualan bakso ingin melewati setiap rumah dengan efisien, petani ingin mengetahui jalur terbaik dalam

menebarkan benih, dan lain-lain. Masalah ini muncul pada sebuah jurnal di cina yang di sebut sebagai “*postman problem*” dan sering kali disebut “*Chinese postman problem*”.

Postman problem dapat digambarkan sebagai graf, dimana tiap sisi adalah jalan dan tiap simpul adalah persimpangan dari jalan-jalan. Postman problem adalah permasalahan (problem) untuk menemukan jalur terpendek untuk melalui tiap sisi graf setidaknya sekali dan kembali lagi ke simpul awal.



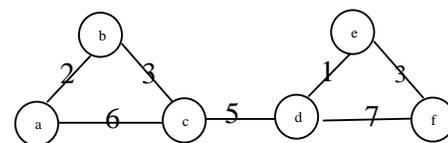
Gambar 1

Ada beberapa cara agar tukang pos dapat menelusuri semua sisi graf dan kembali kembali ke simpul awal. Sebagai contoh pada gambar 1 rute-rute yang dapat di terima adalah:

- Jalur 1: a, b, c, d, e, c, a
- Jalur 2: a, b, c, e, d, c, a
- Jalur 3: a, c, d, e, c, b, a
- Jalur 4: a, c, e, d, c, b, a

setiap jalur di atas melalui tiap sisi graf tepat sekali dan kembali lagi ke simpul awal(a). maka total jarak yang ditempuh adalah: $2+3+1+3+6+7 = 22$. Tidak ada jalur yang lebih baik dari ini.

Jalur dimana tiap sisi dilalui tepat satu kali disebut juga jalur *Euler*, yang merujuk pada matematikawan yang bernama Leonhard Euler.



Gambar 2: jembatan Konigsberg

Pada kasus jembatan Königsberg (gambar 2), tidak mungkin untuk menempuh c-d hanya sekali, jadi tidak terdapat jalur Euler dan jalur yang paling optimal berjarak 27.

Jumlah dari sisi yang masuk harus sama dengan jumlah sisi yang keluar dari simpul, jika kita tidak mengulangi sisi manapun maka jumlah sisi yang bersinggungan dengan simpul tersebut haruslah genap. Total sisi yang bersinggungan dengan suatu simpul dinyatakan sebagai derajat dari simpul tersebut dan dinotasikan dengan $d(x)$. Dan jika semua simpul pada graf tersebut genap maka graf tersebut dikatakan genap.

Anggaplah kita tahu jalur yang terbaik untuk graf G yang diawali dan diakhiri dengan simpul a , bagaimana kita dapat menemukan jalur yang optimal untuk simpul awal yang berbeda, katakanlah simpul c ? hal ini dapat dipecahkan dengan cara berikut: suatu jalur optimal pada graf G , katakanlah R , yang berawal dan berakhir di simpul a akan melalui simpul c , yang akan memotong jalur menjadi dua bagian. Anggaplah bagian pertama (a ke c) adalah R_1 dan sisanya (c ke a) adalah R_2 . Buatlah sebuah jalur baru, katakanlah R' , yang berawal merupakan R_2 yang diikuti R_1 . Jalur R' akan bermula dan berakhir di c dan dengan jarak yang sama dengan R , sehingga terbentuklah jalur dari c yang optimal.

Dari kajian di atas dapat dikatakan bahwa total panjang optimal dari jalur postman problem akan sama untuk tiap simpul.

2. POSTMAN PROBLEM

Bab ini akan menjelaskan bagaimana memecahkan postman problem untuk tiap graf G , yang mana sisinya tidak memiliki arah tertentu.

Ada dua kasus yang harus ditangani secara terpisah.

- Graf genap
- Graf ganjil

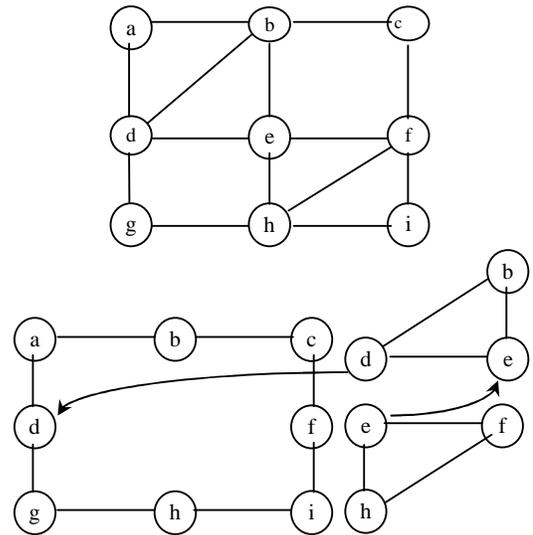
2.1 Graf Genap

Pada kasus graf genap, maka solusi optimal dapat dicapai dengan jalur Euler, sehingga tukang pos tidak perlu melewati jalan yang sama dua kali.

Bagaimana caranya kita dapat menemukan jalur Euler untuk graf G yang di mulai dari simpul a ? ikuti sisi yang bersinggungan dengan a dan teruskan sampai bertemu kembali dengan simpul a . pada simpul yang dilewati kurva tersebut, ambil simpul yang belum mati (masih memiliki sisi yang belum dilewati) lakukan penelusuran dari simpul tersebut terhadap sisi yang belum dilewati sampai bertemu dengan sisi awalnya, ulangi sampai semua simpul mati. Maka akan terbentuk kurva-kurva tertutup $C_1, C_2, C_3, \dots, C_N$. Kemudian sambungkan tiap-tiap kurva yang diperoleh sehingga membentuk suatu kurva yang kontinu

C dan melewati semua sisi-sisi pada graf G . maka di dapatlah jalur R dimana $R = C$ yang melewati semua sisi pada graf G tepat sekali sehingga merupakan jalur Euler yang merupakan solusi optimal.

Secara lebih spesifik, dua kurva tertutup dapat disambungkan jika dan hanya jika keduanya memiliki simpul yang sama minimal 1.



Gambar 3

Sebagai contoh, pada graf pada gambar 3 kita akan mulai pada simpul a , kemudian lanjutkan ke simpul b, c, f, i, h, g, d, a . masih terdapat simpul yang belum mati pada kurva $abcfhgda$, yaitu simpul b, e, f, h, d . kita akan memulai kembali pada simpul d (dipilih secara acak, tidak perlu menggunakan algoritma khusus), sampai katakanlah terbentuk kurva $debd$ dan masih ada simpul yang belum mati yaitu e, f, h . kita akan memulai lagi pada e sehingga membentuk kurva $efhe$. Maka didapat tiga buah kurva tertutup

$$C_1 = abcfhgda$$

$$C_2 = debd$$

$$C_3 = efhe$$

Untuk menyambungkan ketiga kurva ini, harus dicari simpul yang sama pada tiap-tiap kurva. Jika ketiga kurva di atas disambung maka akan terdapat beberapa kemungkinan kurva baru

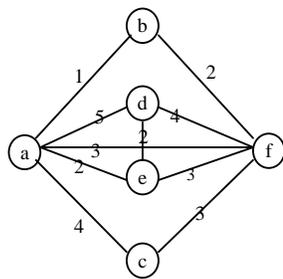
- $abdebcfhgda$
- $abcfhefhgdebd$
- $abcfhehdefhgd$
- dll

tidak perlu bingung semua kurva tersebut sama-sama optimal karena merupakan jalur Euler.

2.2 Graf Ganjil

Pada kasus kedua, dimana graf G bukanlah graf genap, karena jumlah sisi yang masuk pada suatu simpul harus sama dengan jumlah sisi yang keluar dari simpul tersebut, akibatnya jika ada sisi yang memiliki simpul ganjil maka simpul ini harus melewati setidaknya satu sisi yang sama dua kali.

Jika terdapat sejumlah ganjil sisi simpul yang ganjil maka akan terdapat sejumlah ganjil pula sisi yang harus diulangi. Begitu juga jika terdapat sejumlah genap simpul yang ganjil maka akan terdapat sejumlah genap simpul yang harus di ulangi (tidak juga bilangan genap).



Gambar 4

Jika kita menelusuri sisi berulang yang keluar dari simpul ganjil maka perjalanan sisi yang berulang ini akan berakhir di sisi yang ganjil yang lain. Jadi awal dan akhir jalur sisi-sisi yang di ulang adalah simpul-simpul yang ganjil. Tentu saja dalam perjalanannya dapat melewati sejumlah simpul-simpul yang genap sebagai perantara. Pertanyaannya adalah mana simpul ganjil yang akan dihubungkan oleh jalur sisi-sisi yang diulangi, dan bagaimana konfigurasi dari sisi-sisi pembentuk jalur tersebut.

Dengan menggunakan metoda branch and bound, kita dapat menemukan jalur terpendek untuk menghubungkan simpul-simpul yang ganjil, simpul-simpul yang tidak ganjil dapat diperlakukan seperti halnya graf genap.

Contoh kasus: pada graf G seperti pada gambar 4, dapat dilihat bahwa simpul a, d, e, dan f adalah simpul ganjil, karena terdapat 4 buah simpul ganjil dan karena tiap jalur sisi-sisi yang di ulang hanya menghubungkan 2 simpul maka kita akan membutuhkan 2 jalur sisi-sisi yang diulang. Akan ada 3 variasi 2 jalur sisi-sisi yang menghubungkan ke empat simpul ganjil tersebut. Kemungkinan itu adalah:

- {(a,d),(e,f)}, {(a,e),(d,f)}, {(a,f),(d,e)}

Ketiga-tiganya akan dibandingkan mana yang terkecil setelah diketahui jalur terpendek masing-masing jalur.

Lihat kemungkinan {(a,d), (e,f)}

(a,d) optimum = aed = 4

a, 0	b, 1	f, 3(dead)
	c, 4	f, 7(dead)
	d, 5(finish)	(dead)
	e, 2	d, 4(finish)
		f, 5(dead)
	f, 3	b, 5(dead)
		c, 6(dead)
		d, 7(dead)
		e, 6(dead)

(e,f) optimum = ef = 3

e,0	a,2	b, 3(dead)
		d, 7(dead)
		c, 4(dead)
	d, 2	a, 7(dead)
		f, 6(dead)
	f, 3(finish)	(finish)

(a,d)+(e,f) = 7

Lihat kemungkinan {(a,e),(d,f)}

(a,e) optimum = ae = 2

a, 0	b, 1	f, 3(dead)
	c, 4(dead)	
	d, 5(dead)	
	e, 2(finish)	(finish)
	f, 3(dead)	

(d,f) optimum = df = 4

d,0	a, 5(dead)	
	e, 2	a, 4(dead)
		f, 5(dead)
	f, 4(finish)	

(a,e)+(d,f) = 6

Lihat kemungkinan {(a,f),(d,e)}

(a,f) optimum = af = 3

a, 0	b, 1	f, 3(dead)
	c, 4(dead)	
	d, 5(dead)	
	e, 2	d, 4(dead)
		f, 5(dead)
	f, 3(finish)	(finish)

(d,e) optimum = de = 2

d,0	a, 5(dead)	
	e, 2(finish)	(finish)
	f, 4(finish)	

$(a,f)+(d,e) = 5$

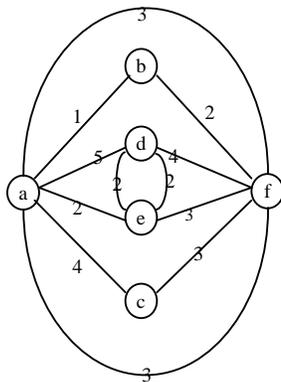
Didapat

$\{(a,d),(e,f)\} = 7$

$\{(a,e),(d,f)\} = 6$

$\{(a,f),(d,e)\} = 5$

Karena yang paling pendek adalah jalur {(a,f),(d,e)}, maka kedua jalur inilah yang akan di ulangi sehingga graf baru akan tampak seperti gambar 5.



Gambar 5.

Sekarang kita hanya perlu melakukan teknik yang sama dengan graf genap pada graf baru dan didapatkan $3+1+2+5+4+2+2+2+3+4+3+3 = 34$ yang merupakan solusi paling optimal dari persoalan ini.

IV. KESIMPULAN

Dalam menentukan rute terpendek untuk masalah tukang pos cina, pertama-tama kita harus menentuka dahulu apakah graf yang didapat adalah graf genap atau ganjil, jika genap maka dengan mudah dapat dicari jalur euler-nya, jika ganjil maka harus dicari jalur tependek yang menghubungkan simpul-simpul yang ganjil, gandakan jalur tersebut dan dan perlakukan graf baru seperti graf genap.

Note: graf ganjil hanya dapat di pecahkan jika jumlah simpul ganjilnya genap jika tidak maka tidak ada pemecahan masalah ini.

REFERENSI

- [1] Munir, Rinaldi., "*Matematika Diskrit*", 4th, Teknik Informatika ITB, 2006
- [2] Munir, Rinaldi., "*Strategi Algoritmik*", Teknik Informatika ITB, 2006
- [3] Minieka, Edward., "*Optimization Algorithms for Network and Graphs*", Marcel Dekker. inc, 1978