PENERAPAN ALGORITMA *GREEDY* DALAM *EGYPTIAN FRACTION*

Naila Fithria (13506036)

Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung
Jln. Ganeca no. 10 Bandung
Indonesia
e-mail: nail_beebee@yahoo.co.uk, if16036@students.if.itb.ac.id

ABSTRAK

***Egyptian Fraction* (pecahan Mesir) adalah representasi dari pecahan sebagai penjumlahan dari unit-unit pecahan. Representasi ini digunakan pada jaman dahulu kala di masa Peradaban Mesir Kuno masih berdiri.**
Permasalahan yang ada adalah cara efisien menemukan unit-unit pecahan pembentuk pecahan tersebut. Dimana, pemecahan permasalahan ini telah dicoba oleh berbagai matematikawan dari seluruh dunia.
Walaupun, metode untuk menemukan unit-unit pecahan tersebut telah banyak ditemukan, namun belum ada di antaranya yang paling efisien untuk memecahkan permasalahan ini.
Sedangkan, sebelum metode-metode tersebut bermunculan, metode sitametik permasalahan ini dipublikasikan pertama kali oleh Fibonacci pada tahun 1202.
Metode tersebut disebut Algoritma Greedy karena setiap langkah dari algoritma tersebut secara *greed* (rakus) memilih unit pecahan terbesar yang dapat digunakan sebagai representasi dari pecahan tersebut dan secara rekursif melakukan hal yang sama dengan pecahan yang tersisa.
Makalah ini akan membahas secara umum metode tersebut dan algoritmanya dalam memecahkan permasalahan *Egyptian Fraction*.

Kata kunci: *Egyptian Fraction*, Pecahan, Algoritma *Greedy*, Fibonacci

1. PENDAHULUAN

Bangsa Mesir dari tahun 3000 SM memiliki cara yang menarik dalam merepresentasikan pecahan. Walaupun mereka memiliki notasi untuk 1/2, 1/3, 1/4, dan selanjutnya, namun notasi mereka tidak mengizinkan mereka untuk menulis $^2/_5$, $^3/_4$, atau $^4/_7$ sebagaimana yang kita lakukan sekarang.

Mereka malah menulis semua pecahan sebagai penjumlahan dari unit pecahan dimana setiap unit pecahan tersebut berbeda. Representasi ini dijelaskan secara mendetail, di kertas Papyrus. Berdasarkan penjelasan di kertas Papyrus tersebut, metode ini digunakan mereka untuk membagi roti untuk beberapa orang.

Dimana, pecahan yang tertulis sebagai penjumlahan dari unit pecahan yang berbeda disebut *Egyptian Fraction.*

Mengapa menggunakan *Egyptian Fraction* di masa kini?

Alasan pertama didasarkan pada pertimbangan kepraktisan. Misalnya, kita ingin membangi 5 karung beras kepada 8 orang sehingga berdasarkan perhitungan pecahan di masa kini, masing-masing orang akan menerima 5/8 kue tersebut. Bagaimana cara melakukannya secara simpel, tanpa menggunakan kalkulator? Bisa saja dengan menuangkan 5 karung tersebut menjadi 8 timbunan dan dengan hati-hati membandingkannya, mungkin dengan menghitung berat masing-masing timbunan beras tersebut, menyeimbangkannya sehingga jumlah masing-masing timbunan sama. Akan tetapi, adakah cara yang lebih baik? Kita akan melakukannya dengan *Egyptian Fraction.*

Alasan kedua adalah lebih mudah membandingkan pecahan dengan memakai *Egyptian Fraction* dibandingkan dengan menggunakan notasi pecahan di masa kini.

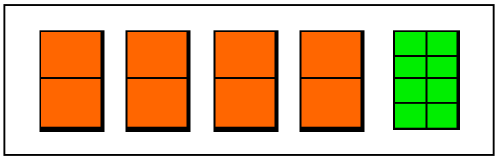
Sebagai contoh, yang manakah yang lebih besar $^5/_8$ atau $^4/_7$, tanpa kalkulator untuk menjawabnya. Ternyata, unit pecahan dapat menjawabnya dengan cara yang lebih sederhana.

1.1 Penggunaan *Egyptian Fraction*

Untuk penggunaan *Egyptian Fraction* salah satunya adalah dengan menyelesaikan permasalahan pembagian beras yang telah dibahas sebelumnya.

Pertama, kita lihat bahwa masing-masing timbunan paling tidak mendapat setengah karung sehingga tiap timbunan dapat dituang dengan setengah karung, dan tinggal 1 karung yang belum dibagi.

Sekarang, menjadi lebih mudah untuk membagi satu karung menjadi 8 timbunan. Maka dari satu karung tersebut, dapat dibagi menjadi 8 timbunan, dan masing-masing karung terbagi secara merata ke menjadi 8 timbunan.



Gambar 1. Ilustrasi pembagian karung beras

Penggunaan lain *Egyptian Fraction* adalah untuk membandingkan pecahan.

Contohnya adalah, manakah yang lebih besar antara ¾ dengan 4/5? Kita dapat menggunakan desimal sehingga ¾ = 0,75 dan 4/5 = 0,8, dimana 0,8 lebih besar dari 0,75 yang berarti 4/5 lebih besar dari ¾.

Bagaimana caranya, menentukan pecahan yang lebih besar dengan *Egyptian Fraction*? Dengan *Egyptian Fraction*, kita dapat menulis masing-masing pecahan sebagai penjumlahan dari unit pecahan.

$$^{3}/_{4} = {}^{1}/_{2} + {}^{1}/_{4}$$
$$^{4}/_{5} = {}^{1}/_{2} + {}^{3}/_{10}$$

Dimana,

$$^{3}/_{10} = {}^{1}/_{4} + {}^{1}/_{20}$$

Sehingga kita dapati,

$$^{4}/_{5} = {}^{1}/_{2} + {}^{1}/_{4} + {}^{1}/_{20}$$

Sekarang kita dapat menentukan bahwa $^{4}/_{5}$ lebih besar dengan perbedaan $^{1}/_{20}$.

1.2 Dari Pecahan ke *Egyptian Fraction*

Egyptian Fraction untuk pecahan $^{T}/_{B}$ merupakan penjumlahan dari unit-unit pecahan, dengan masing-masing unit berbeda sehingga jika dijumlahkan menjadi sebesar $^{T}/_{B}$.

Matematikawan telah membuktikan bahwa setiap pecahan $^{T}/_{B}$ dapat dituliskan sebagai penjumlahan dari unit-unit pecahan dan masing-masing unit pecahan dapat dituliskan dengan berbagai unit pecahan yang tak terbatas.

Contohnya adalah pecahan ¾, dimana dapat dituliskan sebagai,

$^{3}/_{4} = {}^{1}/_{2} + {}^{1}/_{4}$,
$^{3}/_{4} = {}^{1}/_{2} + {}^{1}/_{8} + {}^{1}/_{12} + {}^{1}/_{24}$, atau
$^{3}/_{4} = {}^{1}/_{2} + {}^{1}/_{8} + {}^{1}/_{12} + {}^{1}/_{48} + {}^{1}/_{72} + {}^{1}/_{144}$

Hal ini menunjukkan bahwa bila kita menuliskan $^{T}/_{B}$ dalam suatu cara, maka kita dapat memperoleh hasil yang lain sebanyak mungkin.

2. METODE FIBONACCI

Metode ini dituliskan Fibonacci dalam bukunya yang berjudul *Liber Abaci* yang diprodulsi pada tahun 1202.

Pertama, harus kita pastikan terlebih dahulu bahwa,

$^{T}/_{B}<1$ dan

Jika T=1, permasalahan telah terselesaikan (sebagaimana kita ketahui $^{T}/_{B}$ sudah termasuk unit pecahan). Jadi kini kita akan mendalami pecahan dimana nilai T lebih besar dari 1.

Metode ini digunakan untuk menemukan unit pecahan terbesar dari $^{T}/_{B}$ dan merupakan algoritma *Greedy.*

Setelah unit pecahan terbesar dari pecahan tersebut ditemukan, maka proses tersebut diulang kembali untuk menemukan unit pecahan dari sisa pecahan.

Dapat diketahui bahwa rentetan unit pecahan ini akan selalu mengecil dan mengecil nilainya, tidak pernah mengulang unit pecahan yang telah ada, dan tidak berakhir.

Proses ini disebut algoritma dan algoritma ini adalah salah satu contoh algoritma *greedy*, karena kita (secara *greed*) mengambil unit pecahan terbesar dan mengulangnya untuk sisa pecahan.

Dalam algoritma ini, untuk menemukan unit-unit pecahan dari pecahan $^{T}/_{B}$, dan untuk mengambil unit pecahan terbesar, dapat dilakukan dengan melakukan langkah-langkah berikut:

Langkah 1. Lakukan peng-*assign*-an T = x dan B= y

Langkah 2. Jika x= 1, maka x/y menjadi bagian perluasan, dan perluasan berhenti disini. Jika tidak, lakukan perluasan melalui persamaan berikut.

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{\lceil y/x\rceil} + \frac{-y \bmod x}{y\lceil y/x\rceil} \quad ....(1)$$

Langkah 3. Kembali ke Langkah 2.

Contohnya,

$$\frac{7}{15} = \frac{1}{3} + \frac{2}{15} = \frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{120}.$$

Dari hasil perluasan di atas, 3, penyebut dari unit pecahan pertama merupakan hasil dari pembulatan 15/7 ke integer yang lebih besar, dan pecahan sisanya 2/15 adalah hasil dari penyederhanaan (-15 mod 7)/15×3 = 6/45.

Penyebut dari unit pecahan kedua, 8, adalah hasil dari membulatkan 15/2 ke integer yang lebih besar, dan sisa pecahan 1/120 adalah sisa dari 7/15 setelah dikurangi dengan 1/3 dan 1/8.

Masing-masing langkah perluasan menurunkan penyebut dari sisa pecahan yang akan diperluas.

Langkah-langkah dalam algortima *Greedy* tersebut dapat diterjemahkan menjadi *pseudo-code*, sebagai berikut:

```
function GreedyEgypt(int T, int B)->List
{fungsi untuk mencari unit-unit pecahan
 dari Egyptian Fraction}

  deklarasi:
     L:List;
     x':integer
     y':integer

  algoritma:
     begin
     x:=T
     y:=B
     if (x=1)
       begin
             ListL, berisi satu elemen x/y
       end
       else
       begin
             ListL, berisi unit pecahan
                   1/[y div x]
             x':= (-y) mod x
             y':= y*[y div x]
             GreedyEgypt(x',y')
       end
  return L
  end;
```

Akan tetapi, bagaimanapun juga, *Egyptian Fraction* yang dihasilkan oleh metode ini tidak kesemuanya merupakan hasil yang terbaik.

Contohnya, dengan metode *greedy*, ${}^{4}/_{17}$ tereduksi menjadi

$${}^{4}/_{17} = {}^{1}/_{5} + {}^{1}/_{29} + {}^{1}/_{1233} + {}^{1}/_{3039345}$$

Dimana dapat kita cek bahwa

$${}^{4}/_{17} = {}^{1}/_{5} + {}^{1}/_{30} + {}^{1}/_{510}$$

Sehingga, dapat disimpulkan bahwa hasil perluasan dari pecahan ini, tidak selalu yang terbaik.

3. KESIMPULAN

Algoritma *Greedy* dapat digunakan untuk melakukan pencarian unit-unit pecahan berdasarkan *Egyptian Fraction*. Akan tetapi, algoritma ini belum memberikan hasil yang sempurna dalam memperluas semua pecahan sehingga algoritma atau metode lain dapat dikembangkan untuk menyempurnakan algoritma ini.

REFERENSI

[1] *ICS Official Website.* http://www.ics.uci.edu akses: 14 Mei 2008 16:07

[2] *University of Surrey.* http://www.mcs.surrey.ac.uk/ akses: 14 Mei 2008 15:34

[2] Wikipedia. http://en.wikipedia.org/wiki/ akses: 13 Mei 2008 20.23