

# Penerapan Algoritma Graham's Scan Dengan Pendekatan 3-koin Pada Permasalahan Convex Hull

Leo Tomarere

Laboratorium Ilmu dan Rekayasa Komputasi  
 Program Studi Teknik Informatika  
 Sekolah Teknik Elektro dan Informatika  
 Jl. Ganesa 10, Bandung

e-mail: if12028@students.if.itb.ac.id

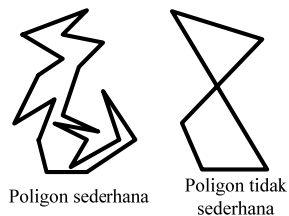
## ABSTRAK

Diberikan sekumpulan titik pada  $R^2$ . Akan dibentuk sebuah Convex Hull dengan memanfaatkan Algoritma Graham's Scan dengan Pendekatan 3-koin. Algoritma Graham's Scan termasuk kedalam algoritma runut balik. Sedangkan Pendekatan 3-koin dipakai untuk memudahkan pemahaman.

**Kata kunci:** Convex Hull, Graham's Scan, Pendekatan 3-koin, runut balik.

## 1. PENDAHULUAN

Poligon adalah kurva tertutup pada  $R^2$  yang dibentuk dengan membentuk sisi (*edges*) dari sekumpulan titik (*vertex*). Poligon sederhana (*simple polygon*) adalah poligon yang tidak mengandung sisi berpotongan (Gambar 1). Setiap poligon sederhana memiliki dua area: area dalam dan area luar<sup>[1]</sup>.

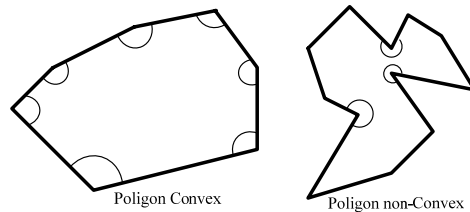


Gambar 1. Poligon sederhana dan tidak sederhana

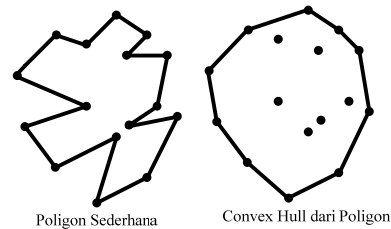
Poligon sederhana dikatakan *convex* jika sudut pada area dalam antara dua buah sisi lebih kecil dari  $180^\circ$ . Atau dengan kata lain, jika seseorang menjalani poligon tersebut maka orang tersebut akan selalu belok kanan atau selalu belok kiri<sup>[1]</sup> (Gambar 2).

Convex Hull adalah poligon *convex* sederhana yang melingkupi sekumpulan titik dengan melibatkan jumlah

titik paling sedikit<sup>[1]</sup> (Gambar 3). Convex Hull dapat diilustrasikan dengan papan yang telah dipaku dengan sekumpulan paku. Seluruh paku tersebut akan dilingkupi dengan sebuah karet gelang. Area yang dilingkupi tersebut merupakan Convex Hull<sup>[2]</sup>.



Gambar 2. Poligon Convex dan non-Convex



Gambar 3. Contoh Convex Hull

Untuk membentuk sebuah convex hull maka diperlukan minimal 3 buah titik.

### 1.1 Ruang Lingkup

Yang menjadi pokok bahasan dalam makalah ini adalah: Membahas penerapan algoritma Graham's Scan dengan pendekatan 3-koin untuk mencari Convex Hull pada sekumpulan titik.

## 2. METODE YANG DIGUNAKAN

Ada beberapa metode yang dapat digunakan untuk mencari Convex Hull<sup>[2]</sup>, namun yang akan dibahas dalam

makalah ini adalah algoritma Graham's Scan dengan pendekatan 3-koin<sup>[1]</sup>.

### 2.1 Graham's Scan

Algoritma ini dikembangkan oleh Ronald Graham pada tahun 1972 untuk mencari Convex Hull dari sekumpulan titik. Algoritma ini termasuk algoritma runut balik, karena jika solusi yang coba dibentuk tidak sesuai maka akan dilakukan runut balik untuk memilih titik berikutnya. Garis Besar algoritma ini terdiri dari 3 tahap.

1. Memilih titik external yang akan menjadi pivot. Titik external adalah titik unik yang memiliki kriteria tertentu misalnya: titik yang memiliki nilai absis paling besar atau paling kecil atau nilai ordinat paling besar atau paling kecil. Dalam makalah ini, titik external didefinisikan sebagai titik yang memiliki nilai ordinat paling kecil<sup>[1]</sup>.
2. Melakukan *sorting* terhadap titik sisa secara mengecil berdasarkan besar sudut relatif terhadap titik external<sup>[1]</sup>.
3. Lakukan traversal terhadap titik yang sudah terurut. Bentuk sisi baru jika sudut yang dibentuk lebih kecil dari 180°. Lakukan runut balik jika lebih besar dari 180°. Cara lain adalah dengan memeriksa determinan 3 buah titik :
  - a. jika determinan > 0 maka sudut > 180°
  - b. jika determinan < 0 maka sudut < 180°

untuk  $(x_1,y_1), (x_2,y_2), (x_3,y_3)$ , determinannya dihitung dengan rumus :

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = x_1y_2 + x_3y_1 + x_2y_3 - x_3y_2 - x_2y_1 - x_1y_3 \quad (1)$$

### 2.2 Pendekatan 3-koin

Pendekatan 3-koin diterapkan pada algoritma Graham's Scan merupakan sebuah usaha untuk memudahkan pemahaman terhadap proses pembentukan Convex Hull. Pendekatan 3-koin dilakukan pada tahap-3 dari algoritma Graham's Scan pada saat hendak menambahkan sisi dan pada saat melakukan runut balik<sup>[1]</sup>.

Pendekatan 3-koin mengandaikan ada 3 buah koin: belakang (B), tengah (C), dan depan (F) yang diletakkan pada tiga titik.

Cara kerja ketiga koin ini ketika menambahkan sisi adalah:

1. Sisi dibentuk dari koin B ke C lalu dari C ke F.
2. Setelah sisi dibentuk, pindahkan koin F ke titik berikutnya, pindahkan koin C ke titik berikutnya (titik yang ditinggalkan koin F),

pindahkan koin B ke titik berikutnya (titik yang ditinggalkan koin C).

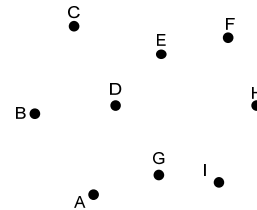
Cara kerja ketiga koin ini ketika melakukan runut balik adalah:

1. Hapus sisi koin B-C dan C-F.
2. Pindahkan koin B ke titik sebelumnya, pindahkan koin C ke titik sebelumnya (titik yang ditinggalkan koin B).
3. Bentuk sisi dari koin C ke koin F. (Posisi koin F tidak berubah)

Pendekatan 3-koin juga dapat diterapkan pada algoritma pencarian Convex Hull yang lain misalnya: Algoritma Sklansy<sup>[1]</sup>.

### 3. Pembahasan Masalah

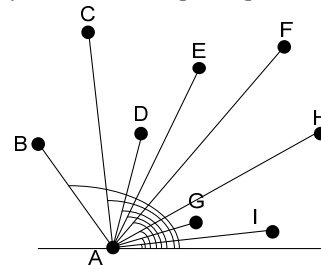
Agar pemakaian algoritma Graham's Scan dengan pendekatan 3-koin dapat lebih mudah dimengerti, akan dipecahkan sebuah persoalan dengan memanfaatkan algoritma ini. Contoh titik yang menjadi persoalan dapat dilihat pada Gambar 4 (minimal 3 titik).



Gambar 4. Contoh Persoalan

Tahapan untuk menyelesaikan persoalan ini adalah<sup>[1]</sup>:

1. Pilih titik external, yaitu titik yang memiliki nilai ordinat (sb-y) paling kecil, yaitu titik A. Titik A menjadi p0.
2. Urutkan titik B,C,D,E,F,G,H,I berdasarkan besar sudutnya relatif terhadap titik p0.



Gambar 5. Besar Sudut dari titik sisa relatif terhadap A

Dari gambar diatas dapat ditentukan  $(p_0,p_1,p_2,p_3,p_4,p_5,p_6,p_7,p_8,p_9) = (A,B,C,D,E,F,G,H,I)$ .

3. Tempatkan koin B (belakang) di p0, koin C (tengah) di p1, koin F (depan) di p2. lalu bentuk sisi dari B ke C dan C ke F.

4. **IF** sudut yang dibentuk oleh kedua sisi (BC dan CF) lebih < dari  $180^\circ$  atau determinan < 0  
**THEN** pindahkan F ke titik berikutnya,  
 pindahkan C ke titik berikutnya,  
 pindahkan B ke titik berikutnya.  
**ELSE** (sudut antara BC dan CF >  $180^\circ$  atau determinan > 0)
  - hapus sisi BC dan CF
  - pindahkan B ke titik sebelumnya
  - pindahkan C ke titik sebelumnya
  - bentuk sisi dari C ke F (posisi F tidak berubah)
5. Ulang langkah no.4 hingga koin F berada kembali di titik p0 dan sudut antara BC dan CF <  $180^\circ$  (atau determinannya < 0).

Pohon Ruang Status Yang Dibentuk dapat dilihat pada Gambar 6.

Dari Gambar 6 dapat dilihat bahwa algoritma Graham's Scan termasuk algoritma Runut Balik karena algoritma Graham's Scan tidak melakukan pencarian terhadap seluruh kemungkinan solusi. Pencarian hanya diteruskan jika mengarah kepada solusi (sudut yang dibentuk <  $180^\circ$ ), sama dengan definisi algoritma runut balik<sup>[4]</sup>. Runut Balik dilakukan ketika sudut yang dibentuk > dari  $180^\circ$ . Runut balik dilakukan dengan cara "memundurkan" koin C dan B dan membentuk sisi baru dari koin C ke F.

Sedangkan properti algoritma Runut Balik dalam algoritma Graham's Scan adalah:

1. Solusi persoalan. Solusi persoalan dinyatakan sebagai vektor dengan jumlah anggota maksimal sebanyak jumlah simpul atau minimal 3 buah.
2. Fungsi pembangkit adalah proses memilih simpul berikutnya.
3. Fungsi Pembatas, adalah fungsi yang menentukan apakah solusi yang sedang dibentuk mengarah ke solusi akhir. Fungsi pembatas dalam pembentukan Convex Hull adalah: sudut yang dibentuk harus <  $180^\circ$  (atau nilai determinan 3 buah titik tersebut < 0). Jika >  $180^\circ$  (atau nilai determinan 3 buah titik > 0), maka runut balik.

#### 4. KESIMPULAN DAN SARAN

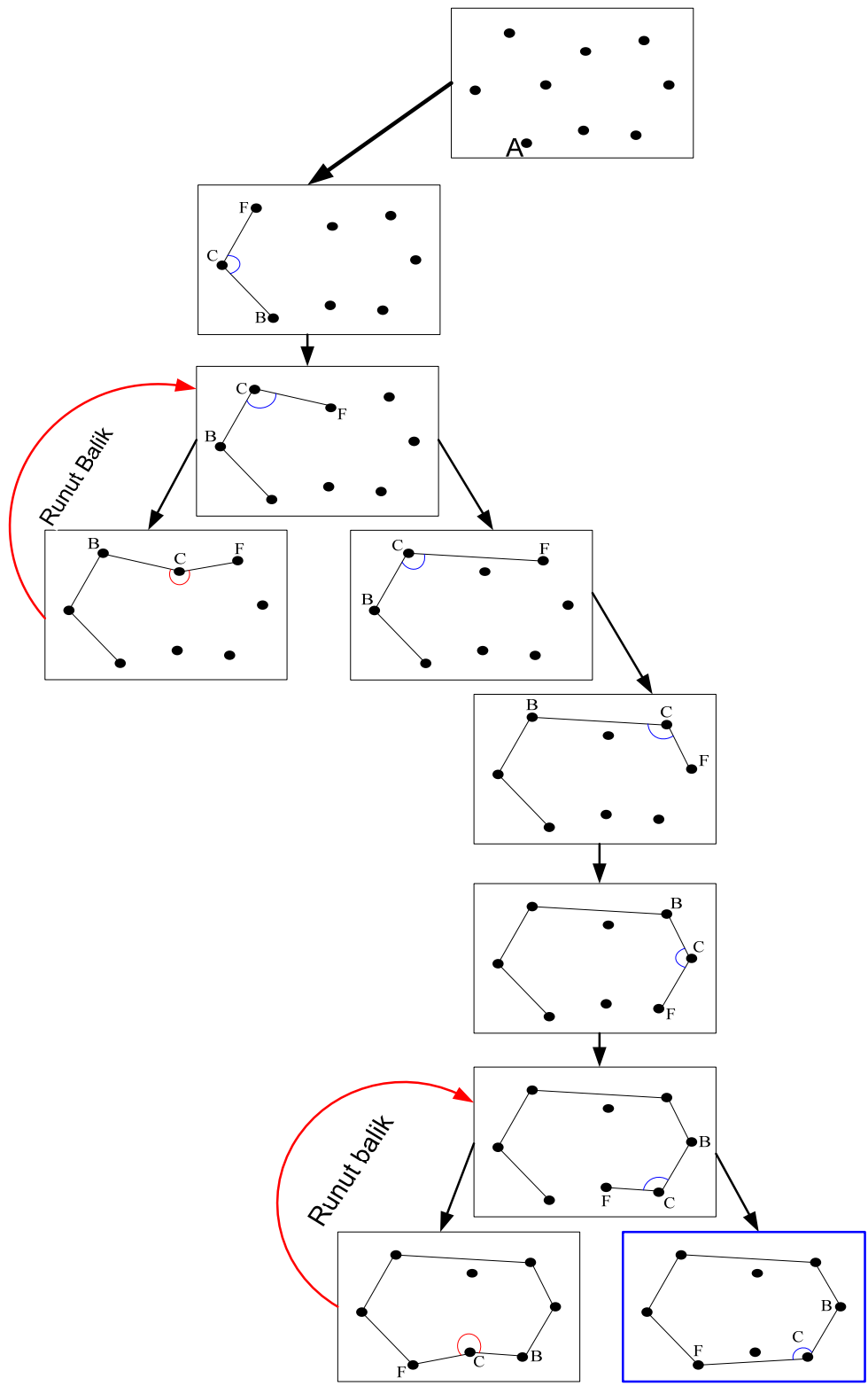
Dari keterangan diatas dapat disimpulkan bahwa algoritma Graham's Scan termasuk kedalam algoritma runut balik, karena seluruh properti yang ada pada algoritma runut balik dimiliki oleh algoritma Graham's Scan. Selain itu, algoritma Graham's Scan terbukti efektif untuk membentuk Convex Hull dari sekumpulan titik yang diberikan. Pemakaian pendekatan 3-koin juga dapat

lebih mempermudah pemahaman terhadap proses pembentukan Convex Hull.

Sebagai masukan untuk pengembangan selanjutnya dapat dipertimbangkan untuk mengombinasikannya dengan algoritma *divide and conquer*, dengan membagi 2 (*divide*) kumpulan titik yang ada dan membentuk solusinya secara parsial dengan Graham's Scan (Runut Balik)<sup>[3]</sup> Lalu menggabungkannya kembali (*conquer*).

#### 5. REFERENSI

- [1] Aloupis, Greg. "The Three-Coins Algorithm for Convex Hull of Polygons".  
<http://cgm.cs.mcgill.ca/~beezer/cs507/3coins.html>.  
 Diakses tanggal 18 Mei 2007 pukul 13.00.
- [2] [http://www.cs.princeton.edu/~ah/alg\\_anim/version1/ConvexHull.html](http://www.cs.princeton.edu/~ah/alg_anim/version1/ConvexHull.html). Diakses tanggal 18 Mei 2007 pukul 13.30.
- [3] <http://www.cse.ohio-state.edu>. Diakses tanggal 16 Mei 2007 pukul 10.00.
- [4] Munir, Rinaldi 2007. "Strategi Algoritmik". Program Studi Teknik Informatika, Sekolah Teknik Elektro dan Informatika, Institut Teknologi Bandung.



Gambar 6. Pohon Ruang untuk Persoalan pembentukan Convex Hull