

Penerapan Algoritma Program Dinamis untuk Mencari Pohon Merentang Minimum

Rosalina Paramita Nasution

Program Studi Informatika
Institut Teknologi Bandung
Jl. Ganeca 10, Bandung
e-mail: if15125@students.if.itb.ac.id

ABSTRAK

Pencarian pohon merentang minimum merupakan suatu masalah klasik dalam ilmu komputasi. Pada umumnya masalah ini diselesaikan dengan menggunakan algoritma Prim atau algoritma Kruskal, yang tergolong algoritma greedy.

Program Dinamis dapat digunakan pada masalah – masalah yang mempunyai karakteristik dapat dibagi per tahap, dan berkaitan dengan pencarian solusi optimum. Sehingga program dinamis dapat juga digunakan dalam pencarian pohon merentang minimum dari suatu graf tak berarah.

Kata kunci: Pohon merentang minimum, Program Dinamis, Prim, Kruskal.

1. PENDAHULUAN

Pencarian pohon merentang minimum merupakan suatu masalah klasik dalam ilmu komputasi. Algoritma yang biasa digunakan untuk mencari pohon merentang minimum adalah algoritma Prim dan Kruskal.

Algoritma Prim dan Kruskal termasuk algoritma *greedy*, yang menyelesaikan masalah per langkah, dan pada setiap langkah memilih solusi optimal lokal yang diharapkan akan membentuk solusi optimal global.

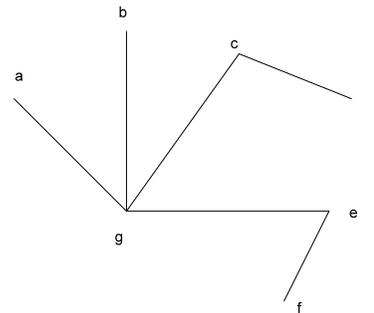
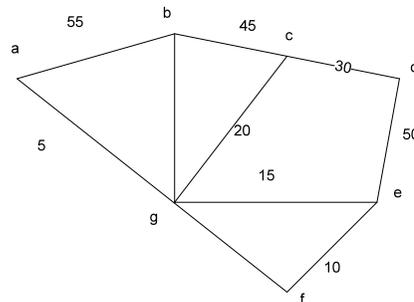
Algoritma Prim dan Kruskal sudah terbukti pasti dapat mencari solusi optimum pada pencarian pohon merentang minimum [1].

Penggunaan program dinamis untuk mencari bobot minimum dari suatu pohon merentang merupakan suatu alternatif selain penggunaan algoritma greedy.

2. POHON MERENTANG MINIMUM

Jika G adalah graf berbobot, maka bobot pohon merentang T dari G didefinisikan sebagai jumlah bobot semua sisi di T . Pohon merentang yang berbeda mempunyai bobot yang berbeda pula. Di antara semua pohon merentang di G , pohon merentang yang berbobot minimum – dinamakan pohon merentang minimum (minimum spanning tree).

Pohon merentang minimum mempunyai terapan yang luas dalam praktek. Misalkan, pemerintah akan membangun jalur rel kereta api yang menghubungkan sejumlah kota seperti yang digambarkan oleh graf pada gambar berikut.



Membangun jalur rel kereta api biayanya mahal, karena itu pembangunan jalur ini tidak perlu menghubungkan langsung dua buah kota; tetapi cukup membangun jalur

kereta seperti pohon merentang. Karena di dalam sebuah graf mungkin saja terdapat lebih dari satu pohon merentang, harus dicari pohon merentang yang mempunyai jumlah jarak terpendek, dengan kata lain harus dicari pohon merentang minimum.

3. PROGRAM DINAMIS

Program Dinamis (Dynamic Programming) adalah metode pemecahan masalah dengan cara menguraikan solusi menjadi sekumpulan langkah(step) atau tahapan (stage) sedemikian sehingga solusi dari persoalan dapat dipandang dari serangkaian keputusan yang saling berkaitan.

Karakteristik penyelesaian masalah dengan algoritma program dinamis :

1. terdapat sejumlah berhingga pilihan yang mungkin
2. solusi pada setiap tahap dibangun dari hasil solusi tahap sebelumnya.
3. kita menggunakan persyaratan optimasi dan kendala untuk membatasi sejumlah pilihan yang harus dipertimbangkan pada satu tahap.

4. PENERAPAN PROGRAM DINAMIS UNTUK Mencari Pohon Merentang Minimum

Metode yang digunakan untuk mencari pohon merentang minimum pada suatu graf hampir sama dengan menyelesaikan persoalan *Travelling Salesman Problem* (TSP) dengan menggunakan program dinamis.

Perbedaannya antara kedua masalah tersebut adalah pada kondisi akhir, jika pada TSP kondisi akhir adalah pada titik awal simpul yang dipilih, sementara pada pohon merentang minimum kondisi akhir tidak sama dengan simpul awal yang dipilih.

Selain itu, pada penyelesaian TSP graf yang digunakan bisa berupa graf berarah ataupun tidak, sementara pada pohon merentang minimum graf yang digunakan tidak berarah.

Berikut adalah penyelesaian untuk mencari pohon merentang minimum pada graf.

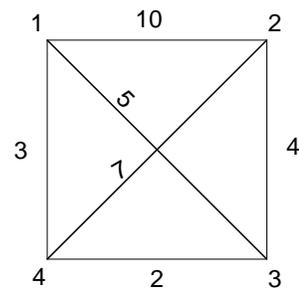
Misalkan $G = (V,E)$ adalah graf lengkap berarah dengan sisi – sisi yang diberi harga $c_{ij} > 0$ untuk setiap i dan j adalah simpul – simpul di dalam V . Misalkan $|V| = n$ dan $n > 1$. Setiap simpul diberi nomor $1,2,\dots,n$.

Pembentukan pohon dimulai dari satu simpul, kemudian mengunjungi simpul – simpul yang terhubung dengan simpul awal, dan menyimpannya untuk menentukan nilai optimum pada tahap selanjutnya, dan begitu seterusnya, sampai semua simpul selesai dikunjungi.

Misalkan $f(i, S)$ adalah bobot lintasan terpendek yang berawal pada simpul i , yang melalui semua simpul di dalam S dan berakhir pada simpul 1. Nilai $f(1, V - \{1\})$ adalah bobot minimum pohon merentang.

$$f(1, V - \{1\}) = \min\{c_{1k} + f(k, V - \{1, k\})\} \dots \dots \dots (1)$$

Tinjau persoalan MST untuk $n = 4$. Graf lengkap dengan 4 simpul yang direpresentasikan



Tahap 1 :

$$f(i, \emptyset) = c_{j,i}, \quad 2 \leq i \leq n$$

Diperoleh :

$$f(2, \emptyset) = c_{21} = 10$$

$$f(3, \emptyset) = c_{31} = 5$$

$$f(4, \emptyset) = c_{41} = 3$$

Tahap 2 :

$$f(i, S) = \min_{j \in S} \{c_{ij} + f(j, S - \{j\})\} \text{ untuk } |S| = 1$$

Diperoleh :

$$f(2, \{3\}) = \min\{c_{23} + f(3, \emptyset)\} = \min\{4 + 5\} = 9$$

$$f(2, \{4\}) = \min\{c_{24} + f(4, \emptyset)\} = \min\{7 + 3\} = 10$$

$$f(3, \{2\}) = \min\{c_{32} + f(2, \emptyset)\} = \min\{4 + 10\} = 14$$

$$f(3, \{4\}) = \min\{c_{34} + f(4, \emptyset)\} = \min\{2 + 3\} = 5$$

$$f(4, \{2\}) = \min\{c_{42} + f(2, \emptyset)\} = \min\{7 + 10\} = 17$$

$$f(4, \{3\}) = \min\{c_{43} + f(3, \emptyset)\} = \min\{2 + 5\} = 7$$

Tahap 3 :

$$f(i, S) = \min_{j \in S} \{c_{ij} + f(j, S - \{j\})\} \text{ untuk } |S| = 2$$

Diperoleh :

$$f(2, \{3, 4\}) = \min\{c_{23} + f(3, \{4\}), c_{24} + f(4, \{3\})\} \\ = \min\{4 + 5, 7 + 7\} = 9$$

$$\begin{aligned}
f(3, \{2, 4\}) &= \min\{c_{32} + f(2, \{4\}), c_{34} + f(4, \{2\})\} \\
&= \min\{4 + 10, 2 + 17\} = 14 \\
f(4, \{2, 3\}) &= \min\{c_{42} + f(2, \{3\}), c_{43} + f(3, \{2\})\} \\
&= \min\{7 + 9, 2 + 14\} = 16
\end{aligned}$$

Jadi, bobot pohon merentang minimum adalah
 $\min\{9, 14, 16\} = 9$

Lintasan pohon merentang dapat diperoleh dengan menyimpan pada setiap $f(i, S)$ nilai j yang membuat minimum. Misalkan $J(i, S)$ adalah nilai tersebut, maka $J(1, \{2, 3, 4\}) = 4$. Jadi, lintasan pohon dimulai dari simpul 1 ke simpul 4. Simpul berikutnya dapat diperoleh dari $J(4, \{2, 3\}) = 3$, bila nilai yang meminimumkan sama, pilih nilai yang meminimumkan pada tahap 1. Dan, simpul selanjutnya adalah $J(3, \{2\}) = 2$. Jadi lintasan pohon merentang adalah 1, 4, 3, 2, dengan bobot minimum 9.

5. KESIMPULAN

1. Program Dinamis memiliki kompleksitas lebih besar dari algoritma greedy untuk menyelesaikan masalah ini, karena nilai pada setiap tahap harus disimpan dan nilai optimum pada suatu tahap bergantung pada tahap sebelumnya. Hal ini akan mengakibatkan kompleksitas yang cukup besar untuk graf dengan jumlah simpul besar.
2. Program Dinamis tidak dapat selalu dipastikan akan menghasilkan solusi yang optimal untuk mencari bobot minimum suatu pohon merentang, karena hal ini belum dibuktikan secara matematis.
3. Pencarian pohon merentang minimum pada graf yang tidak lengkap akan lebih rumit daripada graf lengkap.
4. Penggunaan program dinamis pada pencarian pohon merentang minimum tidak lebih baik dari algoritma Prim atau Kruskal.

REFERENSI

- [1] Munir, Rinaldi, Diktat Kuliah IF2251, Strategi Algoritmik, Bandung 2007
- [2] Munir, Rinaldi, Diktat Kuliah IF2251, Matematika Diskrit, Bandung 2006

This document was created with Win2PDF available at <http://www.daneprairie.com>.
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.