VARIASI PENGGUNAAN FUNGSI HEURISTIK DALAM PENGAPLIKASIAN ALGORITMA A*

Mohammad Riftadi - NIM : 13505029

Teknik Informatika ITB
Jalan Ganesha No. 10, Bandung
e-mail: if15029@students.if.itb.ac.id

ABSTRAK

Permasalahan mencari dua titik terdekat sudah sering dijumpai dalam kehidupan sehari-hari. Dalam dunia komputasi, sangat banyak algoritma yang dapat digunakan untuk mencari 2 pasang titik yang terdapat pada suatu matriks (peta). Salah satu dari algoritma pencari pasangan titik terdekat itu ialah algoritma A*. Algoritma ini sangat mirip dengan algoritma BFS, namun ia memiliki fungsi heuristik tambahan. Algoritma A* juga terkenal sebagai algoritma yang mangkus dan pasti memberikan hasil yang optimal. Kebrhasilan dari algoritma A* dalam memecahkan *puzzle* tak lepas dari penggunaan fungsi heuristik didalamnya, bahkan sifat (kelakuan) dari algoritma A* ini bias berubah-rubah tergantung fungsi heuristik yang digunakannya. Fungsi heuristik ini sangat berpengaruh terhadap kecepatan kinerja maupun penggunaan sumber daya memori dari algoritma A*. Disini akan diuji coba beberapa jenis fungsi heuristik yang umum digunakan. Dari hasil pengujian itu akan dapat kita lihat kinerja A* dengan suatu fungsi heuristik tertentu. Pengujian dalam makalah ini dilakukan dalam dua macam matriks yang mewakili penggunaan algoritma ini pada permainan labirin.

Kata kunci: Algoritma A*, Heuristik, BFS, DFS, labirin.

1. PENDAHULUAN

A* (dibaca "A bintang"/"*A star*") adalah algoritma pencarian graf/pohon yang mencari jalur dari satu titik awal ke sebuah titik akhir yang telah ditentukan. Algoritma A* menggunakan pendekatan heuristik h(x) yang memberikan peringkat ke tiap-tiap titik x dengan cara memperkirakan rute terbaik yang dapat dilalui dari titik tersebut. Setelah itu tiap-tiap titk x tersebut dicek satu-persatu berdasarkan urutan yang dibuat dengan pendekatan heuristik tersebut. Maka dari itulah algoritma A* adalah contoh dari *best-first search*.

Algoritma ini pertama kali ditemukan pada tahun 1968 oleh Peter Hart, Nils Nilsson dan Bertram Raphael. Dalam tulisan mereka, algoritma ini dinamakan algoritma A. Penggunaan algoritma ini dengan fungsi heuristik yang tepat dapat memberikan hasil yang optimal, maka algoritma inipun disebut A*.

Sebenarnya, *Depth-first search*(DFS) dan *breadth-first search*(BFS) adalah dua kasus khusus dari algoritma A*. Algoritma Dijkstra, salah satu BFS, adalah kasus khusus dari A* dimana h(x) = 0 untuk semua nilai x. Untuk DFS, ciptakan suatu *counter* global C yang diinisialisasi dengan nilai yang sangat besar. Pada setiap langkahnya, periksa sebuah titik, lalu berikan nilai C ke semua titik yang bertetangga dengan titik tadi. Setelah tiap-tiap pemberian nilai , kurangi *counter* C dengan 1. Jadi semakin awal sebuah titik diproses, semakin tinggi nilai h(x) yang dimilikinya.

1.1 Deskripsi Algoritma

A* menyimpan sebuah himpunan solusi parsial, yaitu jalur yang diambil yang berawal dari titik awal, disimpan dalam sebuah antrian berprioritas(*priority queue*). Prioritas yang diberikan pada suatu jalur ditentukan oleh fungsi f(x) = g(x) + h(x).

Disini, g(x) adalah ongkos yang diperlukan sampai ke titik x sejauh ini, h(x) adalah perkiraan heuristik dari ongkos minimal untuk meraih titik tujuan dari titik x. Singkat kata, ongkos adalah jarak yang telah ditempuh sejauh ini, dan panjang garis lurus antara titik x dengan titik akhir adalah perkiraan heuristiknya. Semakin rendah nilai f(x), semakin tinggi prioritasnya.

Berikut diberikan *pseudo-code* dari algoritma A*:

```
fungsi A*(awal,tujuan)
    var himpunan_tertutup <- himpunan_kosong
    var q <- buat_antrian(titk_awal)
    while (q tidak kosong)
      var p <- hapus_elemen_pertama(q)
      var x <- titik_akhir_dari_p
      if (x = tujuan)
        return p
      for (tiap y pada suksesor(p))
```

```
        if (y bukan anggota himpunan_tertutup)
               masuk_antrian(q, y)
               tambahkan y ke himpunan_tertutup
        endif
      endfor
    endwhile
    return tidak_ada_jalur
```

Disini, `suksesor(p)` mengembalikan sebuah himpunan titik yang bertetangga dengan `p`. Diasumsikan bahwa antrian disini menjaga urutan anggotanya dengan nilai f secara otomatis.

Dalam himpunan `himpunan_tertutup`, semua titik akhir dari `p` (titik dimana masih terdapat jalur) disimpan, untuk menghindari pengulangan dan pemutaran. Antrian yang digunakan disini juga biasa disebut sebagai himpunan terbuka. Himpunan tertutup bisa saja dihilangkan (yang akan menghasilkan algoritma pencarian pada pohon) apabila sebuah solusi(jalur) telah dijamin keberadaannya, atau apabila fungsi suksesor telah disesuaikan agar tidak menerima titik yang sudah pernah diperiksa.

1.2 Sifat

Seperti BFS, A* akan selalu menemukan sebuah solusi, jika memang ada. Apabila fungsi heuristik h dapat diterima, yang berarti nilai h tidak akan pernah melebihi ongkos minimal untuk meraih tujuan yang sebenarnya, maka A* sendiri akan dapat diterima (atau dapat disebut optimal) apabila himpunan tertutup tidak digunakan. Apabila digunakan sebuah himpunan tertutup, maka h harus monoton (atau konsisten) agar A* dapat menjadi optimal. Ini berarti fungsi heuristik tidak akan pernah berlebihan dalam menghitung ongkos dari sebuah titik ke titik tetangganya. Secara formal, unutuk semua jalur x,y dimana y adalah suksesor dari x:

$$h(x) \leq g(y) - g(x) + h(y) \qquad (1)$$

A* juga dapat dijamin keoptimalannya untuk sembarang heuristikh, yang berarti bahwa tidak ada satupun algoritma lain yang mempergunakan heuristik yang sama akan mengecek lebih sedikit titik dari A*, kecuali ketika ada beberapa solusi parsial dimana h dapat dengan tepat memprediksi ongkos jalur minimal.

1.3 Kompleksitas

Kompleksitas waktu dari A* sangat bergantung dari heuristik yang digunakannya. Pada kasus terburuk, jumlah titik yang diperiksa berjumlah eksponensial terhadap panjang solusi (jalur terpendek), tetapi A* akan memiliki kompleksitas waktu polinomial apabila fungsi memenuhi kondisi berikut:

$$|h(x) - h^*(x)| \leq O(\log h^*(x)) \qquad (2)$$

dimana h* adalah heuristik optimal, yaitu ongkos sebenarnya dari jalur x ke tujuan. Dengan kata lain, galat dari h tidak akan melaju lebih cepat dari logaritma dari heuristik optimal h* yang memberikan jarak sebenarnya dari x ke tujuan (Russel dan Norvig 2003, p. 101).

Penggunaan memori dari A* bahkan lebih bermasalah dari kompleksitas waktunya. Beberapa varian dari A* telah dikembangkan untuk mengatasi masalah ini, termasuk diantaranya *Iterative-Deepening-A**, *Memory-Bounded-A** (MA*) dan *Simplified-Memory-Bounded-A** (SMA*) dan *Recursive-Best-First-Search* (RBFS). RBFS juga akan memberikan hasil yang optimal apabila heuristiknya dapat diterima.

2. FUNGSI-FUNGSI HEURISTIK UNTUK A*

Seperti yang telah disebutkan diatas, fungsi heuristik sangat berpengaruh terhadap kelakuan algoritma A*:

- Apabila h(n) selalu bernilai 0, maka hanya g(n) yang akan berperan, dan A* berubah menjadi Algoritma Dijkstra, yang menjamin selalu akan menemukan jalur terpendek.
- Apabila h(n) selalu lebih rendah atau sama dengan ongkos perpindahan dari titik n ke tujuan, maka A* dijamin akan selalu menemukan jalur terpendek. Semakin rendah nilai h(n), semakin banyak titik-titik yang diperiksa A*, membuatnya semakin lambat.
- Apabila h(n) tepat sama dengan ongkos perpindahan dari n ke tujuan, maka A* hanya akan mengikuti jalur terbaik dan tidak pernah memeriksa satupun titik lainnya, membuatnya sangat cepat. Walaupun hal ini belum tentu bisa diaplikasikan ke semua kasus, ada beberapa kasus khusus yang dapat menggunakannya.
- Apabila h(n) kadangkala lebih besar dari ongkos perpindahan dari n ke tujuan, maka A* tidak menjamin ditemukannya jalur terpendek, tapi prosesnya cepat.
- Apabila h(n) secara relatif jauh lebih besar dari g(n), maka hanya h(n) yang memainkan peran, dan A* berubah menjadi BFS.

Berikut akan dibahas jenis-jenis heuristik untuk algoritma A* secara singkat.

2.1 Heuristik Eksak

Apabila heuristik yang digunakan selalu memberikan nilai yang tepat sesuai dengn panjang jalur terpendek yang ada, A* hanya akan memeriksa sedikit titik. Ketika nilai h(n) selalu tepat mengimbangi g(n), maka nilai f(n) tidak akan pernah berubah sepanjang jalur. Semua titik yang tidak berada di titik yang tepat akan memiliki nilai f yang lebih tinggi dibanding titik yang berada pada jalur yang tepat. Karena A* tidak akan memeriksa titik yang memiliki nilai f yang besar sebelum selesai memeriksa titik-titik yang memiliki nilai f yang lebih kecil, maka A* tidak akan pernah keluar dari jalur terpendek.

2.1.1 Heuristik Eksak yang telah dikomputasi

Salah satu cara untuk mengonstruksi heuristik eksak adalah menghitung jarak dari tiap-tiap pasang titik yang terdapat pada peta. Cara ini jelas tidak memungkinkan untuk kebanyakan situasi, jadi cara ini tidak akan dibahas lebih lanjut.

2.1.2 Heuristik Eksak Linear

Pada beberapa keadaan khusus, heuristik eksak bahkan tidak perlu dikomputasi sebelumnya. Apabila peta yang akan digunakan tidak memiliki tembok(halangan) apapun, maka dapat dibuktikan dengan mudah bahwa jalur terpendek dari sebuah pasangan titik pada peta sudah pasti sebuah garis lurus.

2.2 Heuristik Non-Eksak

Ada beberapa jenis heuristik non-eksak yang sering digunakan:

2.2.1. Jarak Manhattan (*Manhattan Distance*)

Heuristik yang paling umum digunakan adalah jarak Manhattan. Fungsi heuristik ini hanya akan menjumlahkan selisih nilai x dan nilai y dari dua buah titik. Heuristik ini dinamakan Manhattan mungkin karena di kota Manhattan di Amerika, jarak dari dua lokasi umumnya dihitung dari blok-blok yang harus dilalui saja dan tentunya tidak bisa dilintasi secara diagonal. Perhitungannya dapat ditulis sebagai berikut:

$$h(n) = abs(n.x-tujuan.x) + abs(n.y-tujuan.y) \quad (3)$$

2.2.2. Jarak Euclid

Heuristik ini akan menghitung jarak berdasarkan panjang garis yang dapat ditarik dari dua buah titik. Perhitungannya dapat ditulis sebagai berikut:

$$h(n) = akar((n.x-tujuan.x)^2 + (n.y-tujuan.y)^2) \quad (4)$$

Dalam kasus ini, skala relatif nilai g mungkin akan tidak sesuai lagi dengan nilai fungsi heuristik h. Karena jarak Euclid selalu lebih pendek dari jarak Manhattan, maka dapat dipastikan selalu akan didapatkan jalur terpendek, walaupun secara komputasi lebih berat.

2.2.3. Jarak Euclid yang Dikuadratkan

Dalam beberapa literatur juga disebutkan jika nilai g adalah 0, maka lebih baik jika ongkos komputasi operasi pengakaran pada heuristik jarak Euclid dihilangkan saja, menghasilkan rumus sebagi berikut:

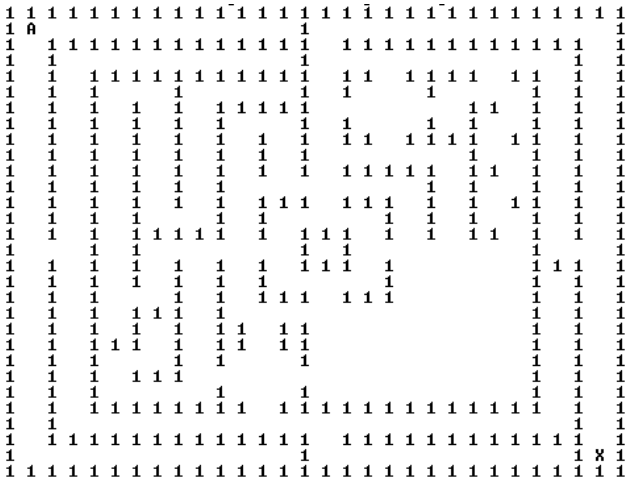
$$h(n) = (n.x-tujuan.x)^2 + (n.y-tujuan.y)^2 \quad (5)$$

Hal lain yang harus diperhatikan adalah seberapa cepat fungsi heuristik dapat dikomputasi. Selalu akan ada *trade-off* antara akurasi dari fungsi heuristik dan waktu yang dibutuhkannya untuk mengomputasinya. Nampaknya bagus jika fungsi heuristik yang digunakan sangat akurat, dilihat dari berbagai macam percobaan bahwa jika heuristik yang digunakan sempurna maka A* akan selalu melewati jalur yang tepat dan akan selalu memberikan optimum global. Namun, heuristik yang sempurna semacam itu tidak ada (dan tidak akan pernah ada), dan bahkan untuk mendekatinya saja akan memerlukan tambahan komputasi yang tidak ringan. Seringkali dalam aplikasinya heuristik yang memberikan hasil yang sangat akurat namun lambat, kurang disenangi dibanding heuristik yang tidak begitu optimal namun memberikan hasil dengan cepat. Maka dari itu, pemilihan heuristik sangat bergantung pada tujuan penggunaan A*. Jika hasil yang dibutuhkan adalah optimum global, maka fungsi heuristik yang digunakannya haruslah "sempurna", sedang jika yang dibutuhkan adalah hasil yang cepat dan tidak harus jalur terpendek, maka lebih bijak menggunakan heuristik yang lebih ringan.

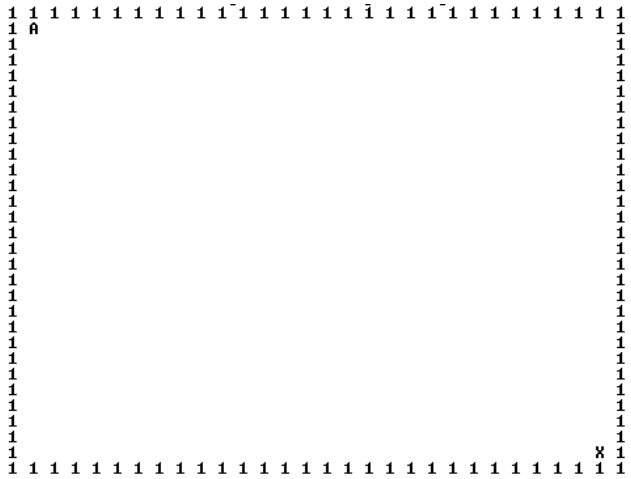
3. PENGAPLIKASIAN ALGORITMA A*

Algoritma A* akan diaplikasikan pada dua buah peta yang berbeda disini. Peta pertama adalah suatu matriks yang berisi tembok-tembok semi labirin, dengan tampilan seperti di gambar 1.

Untuk selanjutnya matriks tersebut akan disebut sebagai Peta 1 untuk memudahkan. Peta kedua merupakan suatu matriks kosong yang dikelilingi tembok seperti yang tertera pada gambar 2, yang berikutnya akan disebut Peta 2. Semua matriks yang digunakan disini memiliki ukuran 30x30(sedang), ukuran ini dipilih karena cukup mewakilkan ukuran rata-rata matriks yang biasa dipergunakan untuk aplikasi A* (yaitu intelejensia buatan pada suatu permainan komputer(*computer game*).



Gambar 1. Peta 1 yang diujicoba.



Gambar 2. Peta 2 yang diujicoba.

Karakter A dan X dipergunakan untuk menunjukkan lokasi titik awal(A) dan titik akhir(X), sedangkan 1 adalah tembok (penghalang). Tujuan dalam percobaan kali ini bukan untuk menemukan suatu optimum global dari suatu peta, melainkan hanya gambaran kasar dari sangat bergantungnya kecepatan algoritma A* dari fungsi heuristik yang digunakannya.

Heuristik yang akan digunakan disini adalah jarak Manhattan, jarak Euclid dan jarak Euclid yang dikuadratkan. Selain itu, sebagai nilai pembanding algoritma A* akan juga dicoba dengan menggunakan nilai h sama dengan 0 (tanpa heuristik).

Perhitungan kemangkusan dari suatu heuristik disini menggunakan banyaknya titik yang diperiksa sebelum didapat suatu hasil akhir. Perbandingan dari segi waktu tidak ditampilkan disini karena hasilnya bisa sangat bervariasi tergantung pada kemampuan komputasi komputer yang digunakan, selain itu jumlah titik yang diperiksa juga selalu berbanding lurus dengan waktu.

Hasil yang akan didapat mungkin saja lebih besar dari banyak titik yang berada pada peta yang digunakan (30x30). Hal ini dikarenakan algoritma A* bisa saja mengganti nilai g(n) dari suatu titik n, jika terdapat jalur yang lebih dekat untuk meraih titik tersebut.

3.1 Hasil Percobaan

Peta 1 (semi-labirin)

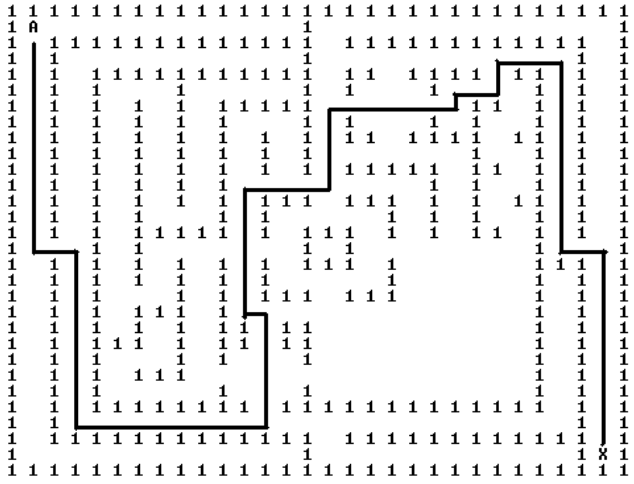
- Tanpa Heuristik: 467 titik yang diperiksa sebelum titik tujuan ditemukan.
- Jarak Manhattan: 599 titik yang diperiksa sebelum titik tujuan ditemukan.
- Jarak Euclid: 480 titik yang diperiksa sebelum titik tujuan ditemukan.
- Jarak Euclid yang dikuadratkan: 772 titik yang diperiksa sebelum titik tujuan ditemukan.

Peta 2 (kosong)

- Tanpa Heuristik: 784 titik yang diperiksa sebelum titik tujuan ditemukan.
- Jarak Manhattan: 784 titik yang diperiksa sebelum titik tujuan ditemukan.
- Jarak Euclid: 1.030 titik yang diperiksa sebelum titik tujuan ditemukan.
- Jarak Euclid yang dikuadratkan: 42.201 titik yang diperiksa sebelum titik tujuan ditemukan.

3.2 Analisis Hasil

Jika melihat hasil yang didapatkan diatas maka satu hal pasti yang dapat kita lihat adalah betapa berpengaruhnya fungsi heuristik terhadap algoritma A* ini, walaupun dalam kasus ini hasil yang didapat jika menggunakan fungsi heuristik malah lebih buruk.



Gambar 3. Contoh hasil jalur yang ditemukan menggunakan heuristik jarak Manhattan.

4. KESIMPULAN

Seperti yang telah disampaikan di awal, algoritma A* ini benar-benar terpengaruh oleh fungsi heuristik yang digunakannya. Hasil yang didapat jika kita menggunakan fungsi heuristik yang tepat benar-benar dapat mengoptimalisasi waktu yang dibutuhkan untuk mencari solusi. Selain ini, dapat dibuktikan untuk kasus ini ketiga fungsi heuristik jarak Manhattan, jarak Euclid dan jarak Euclid yang dikuadratkan sama-sama berpengaruh buruk terhadap kinerja algoritma A*. Mungkin saja pendekatan-pendekatan fungsi heuristik lainnya bisa membantu meningkatkan kinerja algoritma A* ini.

REFERENSI

[1] A* search algorithm, http://en.wikipedia.org/wiki/A_search_algorithm, Wikipedia, tanggal akses 14 Mei 2007 pukul 19.00 WIB.

[2] Russell, S. J., Norvig, P, Artificial Intelligence: A Modern Approach, 2003.

[3] Munir, Rinaldi, Diktat Kuliah IF2251 Strategi Algoritmik, Penerbit ITB, 2007.