

Eksplorasi Algoritma *Greedy by Mass, Profit, Volume, Profit / Mass*, atau *Profit / Volume* untuk Persoalan *Integer Knapsack* yang Bendanya Berupa Zat Kimia dengan Massa Jenisnya Terdefinisi

Riyani Mardikaningrum¹, Nurshanti², Vania Karimah³

Laboratorium Ilmu dan Rekayasa Komputasi
Departemen Teknik Informatika, Institut Teknologi Bandung
Jl. Ganesha 10, Bandung

E-mail : if14113@students.if.itb.ac.id¹, if14154@students.if.itb.ac.id²,
if14160@students.if.itb.ac.id³

Abstrak

Setiap persoalan sebaiknya diselesaikan dengan cara yang optimal karena dengan demikian akan lebih efektif dan efisien. Dalam kehidupan sehari-hari, banyak kita temui persoalan optimasi, baik berupa maksimasi atau minimasi. Salah satu persoalan yang sering kita jumpai adalah bagaimana memuat beberapa benda ke dalam suatu tempat sehingga diperoleh keuntungan yang maksimal. Dalam hal ini adalah optimasi berupa maksimasi keuntungan. Pada kesempatan kali ini, kami akan mengeksplorasi penyelesaian persoalan *Integer Knapsack* dengan Algoritma *Greedy by mass, profit, volume, profit / mass*, atau *profit / volume* yang bendanya berupa zat kimia dengan massa jenisnya terdefinisi. Biasanya, data yang diketahui adalah massa dan *profit*-nya saja, namun kami berfikir bahwa setiap zat kimia yang memiliki massa, pasti juga memiliki *volume*. Maka dari itu, kami mencoba mengeksplorasi kelima algoritma tersebut, kemudian dianalisis sehingga dapat diketahui algoritma mana yang paling mangkus untuk persoalan *Integer Knapsack* yang bendanya berupa zat dengan massa jenisnya terdefinisi.

Kata kunci: *Integer Knapsack, Greedy, algoritma, zat kimia, massa jenis*

1. Pendahuluan

Banyak kegiatan yang membutuhkan zat kimia dan sering sekali zat kimia yang dipakai harus melalui proses distribusi atau pengangkutan. Agar proses pengangkutannya optimal, maka sebelum diangkut, zat kimia tersebut perlu dimuat ke dalam wadah / *container*-nya dengan optimal pula. Dengan mengabaikan fleksibilitas dan pembungkus tiap unit zat kimia yang ada, kami mencoba untuk mengeksplorasi Algoritma *Greedy by mass, profit, volume, profit / mass*, atau *profit / volume*. Kemudian kami analisis sehingga dapat diketahui algoritma mana yang paling mangkus untuk penyelesaian *Integer Knapsack* yang bendanya berupa zat kimia.

2. *Integer Knapsack*

Pada makalah ini ada dua jenis persoalan *Integer Knapsack* yang diajukan. Pada jenis yang pertama, wadah atau tempat yang digunakan terbuka (pembatasnya hanya berupa kapasitas massa yang dapat dimuat), sedangkan pada jenis yang kedua wadah atau tempat yang digunakan tertutup (pembatasnya bukan hanya kapasitas massa yang dapat dimuat, melainkan juga *volume*). Kedua persoalan tersebut sama-sama menyelesaikan bagaimana memuat beberapa benda ke suatu wadah agar keuntungan yang diperoleh maksimal. Selain itu, kami juga memanfaatkan formula:

$$\rho = m / v \quad (1)$$

dengan ρ = massa jenis objek
 m = massa objek
 v = *volume* objek

2.1 Persoalan *Integer Knapsack* pada wadah terbuka

Secara formal, persoalan ini dapat ditulis sebagai berikut.

$$\text{Maksimasi } F = \sum_{i=1}^n p_i x_i \quad (2)$$

dengan kendala (*constraint*)

$$\sum_{i=1}^n m_i x_i \leq K \quad (3)$$

yang dalam hal ini, $x_i=0$ atau 1 , $i=1,2,\dots,n$

p = *profit* objek
 m =massa objek
 K = massa maksimal yang dapat dimuat oleh suatu wadah

2.1 Persoalan *Integer Knapsack* pada wadah tertutup

Secara formal, persoalan ini dapat ditulis sebagai berikut.

$$\text{Maksimasi } F = \sum_{i=1}^n p_i x_i \quad (2)$$

dengan kendala (*constraint*)

$$\sum_{i=1}^n m_i x_i \leq K \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n v_i x_i \leq L \quad (4)$$

yang dalam hal ini, $x_i=0$ atau 1 , $i=1,2,\dots,n$

p = *profit* objek

m =massa objek

K = massa maksimal yang dapat
dapat dimuat wadah

v = *volume* objek

L = *volume* total wadah

3. Algoritma *Greedy*

Algoritma *Greedy* merupakan algoritma yang paling populer untuk memecahkan persoalan optimasi. Ada dua jenis optimasi, yaitu maksimasi dan minimasi. Pada makalah ini, lebih ke arah maksimasi keuntungan dalam menyelesaikan persoalan *Integer Knapsack*.

Greedy berarti rakus, tamak, loba. Prinsip *greedy* adalah “*take what you can get now!*”. Algoritma *greedy* membentuk solusi langkah per langkah (*step by step*). Pada setiap langkah, terdapat banyak pilihan yang perlu dieksplorasi. Oleh karena itu, pada setiap langkah harus dibuat keputusan yang terbaik dalam menentukan pilihan.

3.1 Algoritma *Greedy by mass*

Pada algoritma ini, pada setiap langkah, pilih objek yang mempunyai massa teringan. Mencoba memaksimalkan keuntungan dengan memasukkan sebanyak mungkin objek ke dalam *knapsack*.

3.2 Algoritma *Greedy by profit*

Pada algoritma ini, pada setiap langkah, pilih objek yang mempunyai *profit* terbesar. Mencoba memaksimalkan keuntungan dengan memilih objek yang memiliki nilai *profit* yang paling tinggi terlebih dahulu.

3.3 Algoritma *Greedy by volume*

Algoritma *Greedy by volume* adalah algoritma yang pada setiap langkahnya memilih objek dengan *volume*

teringan terlebih dahulu agar objek yang dimasukkan bisa sebanyak mungkin. Jadi, prinsipnya hampir sama dengan Algoritma *Greedy by mass*, yaitu mencoba memaksimalkan keuntungan dengan memasukkan sebanyak mungkin objek ke dalam *knapsack*.

3.4 Algoritma *Greedy by profit / mass*

Algoritma ini adalah algoritma yang pada setiap langkahnya, *knapsack* diisi dengan objek yang mempunyai p_i/m_i terbesar. Mencoba memaksimalkan keuntungan dengan memilih objek yang mempunyai keuntungan per unit *mass* terbesar.

3.5 Algoritma *Greedy by profit / volume*

Hampir sama dengan Algoritma *Greedy by profit / mass*, namun algoritma ini, pada setiap langkahnya, *knapsack* diisi dengan objek yang mempunyai p_i/v_i terbesar. Mencoba memaksimalkan keuntungan dengan memilih objek yang mempunyai keuntungan per unit *volume* terbesar.

4. Studi Kasus

Berikut ada lima studi kasus yang kami sajikan, dan kemudian dari studi kasus tersebut kami analisis agar diketahui algoritma mana yang paling mangkus untuk menyelesaikan persoalan *Integer Knapsack* yang bendanya berupa zat kimia dengan massa jenisnya terdefinisi.

4.1 Studi Kasus untuk persoalan *Integer Knapsack* yang wadahnya terbuka

• Studi kasus I

Diketahui nilai massa dan *profit* dari tiap tiap benda.
 $n = 5$

Jenis Benda	Massa (kg)	Profit	Volume (dm ³ , dihitung)
Silikon	7	350	3,00
Sodium	3	245	3,09
Fosfor	10	833	5,50
Zinc	5	200	0,70
Mangan	12	170	1,62

Tabel 1 Data Objek

Batasan dari *knapsack* sebesar $M = 20$ kg.

Volume dihitung menggunakan rumus massa dibagi dengan massa jenis (tidak ditulis secara eksplisit perhitungannya).

Pencarian Solusi by Mass

Kita pilih benda yang paling kecil massanya.
Himpunan solusi $S = \{\text{Sodium}\}$.
Himpunan sumber $\text{Sum} = \{\text{Silikon, Fosfor, Zinc, Mangan}\}$
 $M = M - m_i = 20 - 3 = 17$

Setelah langkah diatas diulang sampai *knapsack* tidak bisa diisi lagi atau sumber habis, akan didapat hasil akhir:

$S = \{\text{Sodium, Zinc, Silikon}\}$
 $\text{Profit} = 245 + 200 + 350 = 795$
Total massa = 15 kg
Total volume = 6,79 dm³

Pencarian Solusi by Profit

Kita pilih benda dengan *profit* paling besar.
Himpunan solusi $S = \{\text{Fosfor}\}$
Himpunan sumber $\text{Sum} = \{\text{Silikon, Sodium, Zinc, Mangan}\}$
 $M = M - m_i = 20 - 7 = 13$

Setelah langkah diatas diulang sampai *knapsack* tidak bisa diisi lagi atau sumber habis, akan didapat hasil akhir:

$S = \{\text{Fosfor, Silikon, Sodium}\}$
 $\text{Profit} = 833 + 350 + 245 = 1428$
Total massa = 20 kg
Total volume = 11,59 dm³

Pencarian Solusi by Volume

Kita pilih benda yang paling kecil *volumenya*.
Himpunan solusi $S = \{\text{Zinc}\}$.
Himpunan sumber $\text{Sum} = \{\text{Silikon, Sodium, Fosfor, Mangan}\}$
 $M = M - m_i = 20 - 5 = 15$

Setelah langkah diatas diulang sampai *knapsack* tidak bisa diisi lagi atau sumber habis, akan didapat hasil akhir:

$S = \{\text{Zinc, Mangan, Sodium}\}$
 $\text{Profit} = 200 + 170 + 245 = 615$
Total massa = 20 kg
Total volume = 10,21 dm³

Pencarian Solusi by Profit/Mass

Hasil perhitungan p_i / m_i

Jenis Benda	p_i / m_i
Silikon	50
Sodium	81,7
Fosfor	83,3
Zinc	40
Mangan	14,17

Tabel 2 Data Jenis Benda dengan *Profit / Mass*-nya

Kita pilih benda dengan angka rasio *profit* dengan massanya paling besar, yaitu fosfor.

Himpunan solusi $S = \{\text{Fosfor}\}$
Himpunan sumber $\text{Sum} = \{\text{Silikon, Sodium, Zinc, Mangan}\}$
 $M = M - m_i = 13$

Setelah langkah diatas diulang sampai *knapsack* tidak bisa diisi lagi atau sumber habis, akan didapat hasil akhir:

$S = \{\text{Fosfor, Sodium, Silikon}\}$
 $\text{Profit} = 1428$
Total massa = 20 kg
Total volume = 11,59 dm³

Pencarian Solusi by Profit/Volume

Hasil perhitungan p_i / v_i

Jenis Benda	p_i / v_i
Silikon	116,67
Sodium	79,29
Fosfor	151,46
Zinc	285,71
Mangan	104,94

Tabel 3 Data Jenis Benda dengan *Profit / Volume*-nya

Kita pilih benda dengan angka rasio *profit* dengan *volumenya* paling besar, yaitu zinc.

Himpunan solusi $S = \{\text{Zinc}\}$
Himpunan sumber $\text{Sum} = \{\text{Silikon, Sodium, Fosfor, Mangan}\}$
 $M = M - m_i = 20 - 5 = 15$

Setelah langkah diatas diulang sampai *knapsack* tidak bisa diisi lagi atau sumber habis, akan didapat hasil akhir:

$S = \{\text{Zinc, Fosfor, Sodium}\}$
 $\text{Profit} = 200 + 833 + 245 = 1278$
Total massa = 18 kg
Total volume = 9,29 dm³

Jenis Benda	Massa (kg)	Profit	Volume (dm ³ , dihitung)
Silikon	7	350	3,00
Sodium	3	245	3,09
Fosfor	10	833	5,50
Zinc	5	200	0,70
Mangan	12	170	1,62
Total Massa			
Total Volume			
Total Profit			

Tabel 4 Hasil Akhir Penyelesaian

Greedy by					Solusi Optimal
Profit (p _i)	Volume (v _i)	Weight (m _i)	Profit per Massa (p _i /m _i)	Profit per Volume (p _i /v _i)	
1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	0
0	1	0	0	0	0
20	20	15	20	18	20
11,59	10,21	6,79	11,59	9,29	11,59
1428	615	795	1428	1278	1428

Tabel 4 Hasil Akhir Penyelesaian (lanjutan)

Dari penjelasan diatas, Algoritma *Greedy by Profit* dan *by Profit / Mass* memberikan solusi optimal.

• Studi kasus II

Sebuah wadah silinder disediakan untuk menampung zat kimia dengan kapasitas maksimum C = 120 kg. Lima jenis hasil tambang akan dimasukkan ke dalam wadah tersebut. Namun, setiap jenis memiliki *volume* berbeda dan akan menghasilkan *profit* yang berbeda-beda, yakni:

No	Zat	Profit	Volume (dm ³)
1	Aluminium	12	9
2	Platinum	20	2
3	Gold	18	3
4	Nickel	10	10
5	Silver	15	5

Tabel 5 Data Jenis Benda dengan Profit dan Volume-nya

Sang penambang ingin mendapatkan *profit* maksimum dari penjualan dalam satu wadah tersebut. Maka ia menggunakan algoritma *greedy* dalam memecahkan masalah *knapsack* ini.

i	Object				
	V	M	P	P/V	P/M
1	9	18.65	12	1.33	0.64
2	2	42.9	20	10	0.47
3	3	57.96	18	6	0.31
4	10	89	1	0.1	0.01
5	5	52.5	15	3	0.29
Total Massa					
Total Profit					

Tabel 6 Hasil Akhir Penyelesaian

Greedy by					Optimal Solution
V	M	P	P/V	P/M	
0	1	0	0	1	1
1	1	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0
100.86	114.05	100.86	100.86	119.51	119.51
38	47	38	38	50	50

Tabel 6 Hasil Akhir Penyelesaian (lanjutan)

Dari penjelasan diatas, hanya Algoritma *Greedy by Profit / Mass* memberikan solusi optimal.

• Studi kasus III

Sebuah wadah silinder disediakan untuk menampung zat kimia dengan kapasitas maksimum C = 80 kg. Lima jenis hasil tambang akan dimasukkan ke dalam wadah tersebut. Namun, setiap jenis memiliki *volume* berbeda dan akan menghasilkan *profit* yang berbeda-beda, yakni:

No	Zat	Profit	Massa (kg)
1	Aluminium	12	30
2	Platinum	20	15
3	Gold	18	20
4	Nickel	10	40
5	Silver	15	25

Tabel 7 Data Zat Kimia dengan Profit dan Massanya

Sang penambang ingin mendapatkan *profit* maksimum dari penjualan dalam satu wadah tersebut. Maka ia menggunakan algoritma *greedy* dalam memecahkan masalah *knapsack* ini.

i	Object				
	V	M	P	P/V	P/M
1	14.48	30	12	0.83	0.4
2	0.7	15	20	28.57	1.33
3	1.04	20	18	17.31	0.9
4	4.5	40	10	2.22	0.25
5	2.38	25	15	6.3	0.6
Total Massa					
Total Profit					

Tabel 8 Hasil Akhir Penyelesaian

Greedy by					Optimal Solution
V	M	P	P/V	P/M	
0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1
60	60	60	60	60	60
53	53	53	53	53	53

Tabel 8 Hasil Akhir Penyelesaian (lanjutan)

Dari penjelasan diatas, kelima algoritma memberikan solusi optimal.

• Analisis

Dari ketiga studi kasus di atas, dapat diambil kesimpulan sementara bahwa Algoritma Greedy by Profit / Mass paling mangkus karena hanya algoritma tersebut yang menghasilkan solusi optimal di ketiga studi kasus tersebut.

4.2 Studi kasus untuk persoalan Integer

Knapsack yang wadahnya tertutup

• Studi kasus I

Diketahui:

Diberikan lima jenis zat kimia (n=5) sebagai berikut:

- Besi dengan Massa 5 kg, dan profit 13
- Silicon dengan massa 3 kg, dan profit 8
- Emas dengan massa 7 kg, dan profit 15
- Nickel dengan massa 10 kg, dengan profit 12
- Aluminium dengan massa 3 kg, dengan profit 5

Kapasitas massa wadah = 20 kg

Kapasitas volume = 4 dm³

Ditanya:

Selesaikan persoalan Integer *Knapsack* tersebut dengan Algoritma *Greedy by mass, profit, volume, profit / mass, dan profit / volume!*

Penyelesaian:

Object					
i	m _i (kg)	p _i	v _i (dm ³)	p _i /m _i	p _i /v _i
1	5	13	0.64	2.6	20.31
2	3	8	1.29	2.67	6.2
3	7	15	0.36	2.14	41.67
4	10	12	1.12	1.2	10.71
5	3	5	1.11	1.67	4.5
Total Massa					
Total Volume					
Total Profit					

Tabel 9 Hasil Akhir Penyelesaian

Greedy by					Solusi Optimal
Massa	Profit	Volume	Profit / Massa	Profit / Volume	
1	1	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1
18	12	18	18	18	18
3.4	1	3.4	3.4	3.4	3.4
41	28	41	41	41	41

Tabel 9 Hasil Akhir Penyelesaian (lanjutan)

Dari penyelesaian di atas, Algoritma *Greedy by Mass, Volume, Profit / Mass, dan Profit / Volume* memberikan solusi optimal.

• Studi kasus II

Diketahui:

Diberikan lima jenis zat kimia (n=5) sebagai berikut:

- Besi dengan volume 2 dm³, dan profit 20
- Silicon dengan volume 1 dm³, dan profit 7
- Emas dengan volume 5 dm³, dan profit 10
- Nickel dengan volume 10 dm³, dengan profit 12

Kapasitas massa wadah = 110 kg

Kapasitas volume = 15 dm³

Ditanya:

Selesaikan persoalan Integer *Knapsack* tersebut dengan Algoritma *Greedy by mass, profit, volume, profit / mass*, dan *profit / volume*!

Penyelesaian:

Object					
i	v_i (dm ³)	p_i	m_i (kg)	p_i/m_i	p_i/v_i
1	2	20	15.75	1.27	10
2	1	7	2.33	3	7
3	5	10	96.6	0.1	2
4	10	12	89	0.13	1.2
Total Mass					
Total Volume					
Total Profit					

Tabel 10 Hasil Akhir Penyelesaian

Greedy by					Solu si Opti mal
Mass	Profit	Volume	Profit / Mass	Profit / Volume	
1	1	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1
107.8	15.75	18.08	107.8	107.8	107.8
13	2	3	13	13	13
39	20	27	39	39	39

Tabel 10 Hasil Akhir Penyelesaian (lanjutan)

Dari penyelesaian di atas, Algoritma *Greedy by Mass, Profit / Mass*, dan *Profit / Volume* memberikan solusi optimal.

• **Analisis**

Dari kedua studi kasus di atas, ternyata algoritma yang paling tidak mangkus di antara kelima algoritma tersebut adalah Algoritma *Greedy by Profit* karena hanya algoritma tersebut yang tidak menghasilkan solusi optimal di kedua studi kasus tersebut.

5. Kesimpulan

Setelah melihat dan memahami kelima studi kasus di atas, maka dapat ditarik beberapa kesimpulan, yaitu sebagai berikut:

1. Algoritma yang paling mangkus untuk menyelesaikan persoalan *Integer Knapsack* adalah Algoritma *Greedy by Profit / Mass* karena hanya algoritma tersebut yang menghasilkan solusi optimal di kelima studi kasus di atas.
2. Ternyata, *volume* kurang berpengaruh dalam penyelesaian persoalan *Integer Knapsack* ini karena terlihat bahwa walaupun *volume* dimasukkan ke dalam faktor pembatas wadah, tetap saja bahwa algoritma yang paling mangkus adalah Algoritma *Greedy by Profit / Mass*.
3. Ketimpangan besar nilai antara massa dan *volume* (yang didapat karena massa jenisnya terdefinisi) juga menjadi penyebab bahwa *volume* tidak terlalu perlu untuk dimasukkan ke dalam faktor yang berpengaruh.

Daftar Pustaka

1. Periodic Table of Elements Sorted by Density. <http://EnvironmentalChemistry.com/yogi/periodic/density.html>. Diakses tanggal 18 Mei 2006
2. Munir, Rinaldi, *Diktat Kuliah IF2251 : Strategi Algoritmik*, 2005.