

# Peluang Mendapatkan Bonus Dari Sebuah Game Menggunakan Distribusi Multinomial

Akbar Taufik Tapiheroe (18209014)

Program Studi Ssietm dan teknologi Informasi  
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia  
akbarT\_T@yahoo.com

**Abstract**—Distribusi multinomial merupakan sebuah distribusi binomial yang diperluas ruang sampelnya sehingga dapat mencari peluang yang memiliki banyak kemungkinan dari suatu kejadian menjadi satu peluang total. Distribusi ini harus didasari oleh eksperimen multinomial. Eksperimen ini dapat dikatakan eksperimen multinomial bila suatu usaha dapat menghasilkan lebih dari dua hasil. Dengan menggunakan distribusi ini, banyak permasalahan yang memiliki berbagai peluang dalam satu kejadian dapat diselesaikan. Secara umum, distribusi multinomial digunakan bila suatu kejadian bisa menghasilkan lebih dari dua hasil, sehingga tidak hanya sukses atau gagal.

Pada makalah ini, penulis akan membuat sebuah peluang dari sebuah game dari sebuah situs sosial dimana pemain akan mendapatkan bonus berupa alat langka yang hanya bisa didapat dengan terus memainkan sampai mendapatkannya dengan peluang yang telah ditetapkan oleh pembuat game. Namun setiap memainkannya alat yang didapat tidak selalu sama, sehingga ada banyak alat yang bisa didapatkan dengan melakukan satu buah pekerjaan yang dilakukan berkali-kali. Karena itu, untuk mencari peluang mendapatkan alat-alat tersebut diperlukan data peluang setiap alat yang bisa didapatkan. Dengan adanya banyak data tersebut, salah satu cara efektif untuk mencari peluangnya adalah dengan menggunakan Distribusi Multinomial.

**Index Terms**—Distribusi multinomial, eksperimen multinomial, peluang.

## I. PENDAHULUAN

Pada suatu game, kita bisa mendapatkan item yang bisa didapat dengan peluang-peluang tertentu. Dari peluang-peluang tersebut, kita bisa menjadikan sebagai patokan untuk menentukan peluang kita mendapatkan item tersebut. Dari game ini, kita akan menentukan peluang kita mendapatkan item-item yang ada dimana setiap item memiliki peluang yang berbeda, juga peluang lain untuk mendapatkan item langka. Dari semua peluang tersebut, kita akan menggunakan distribusi multinomial dimana setiap peluang tersebut kita akan menghitung hasil dari semua hasil yang dihasilkan dari satu usaha.



Gambar 1.1 Interface dari game yang dieksperimen

Gambar 1.1 memperlihatkan bahwa dari game tersebut kita bisa memilih misi mana yang akan kita lakukan. Dari setiap misi, dapat kita lihat ada beberapa misi yang mempunyai gambar harta karun dengan tulisan *Chance* dimana chance tersebut memberi tahu kita seberapa besar peluang kita mendapatkan item tersebut. Dengan adanya chance tersebut, kita juga dapat mengetahui chance lainnya untuk mendapatkan item langka atau item yang tidak bisa dilihat dari chance.

Pada game ini, selalu ada suatu barang atau alat yang bisa didapatkan melalui peluang yang telah ditetapkan oleh pembuat game. Barang tersebut bisa didapatkan dengan melakukan suatu pekerjaan tersebut dengan menjalankannya berulang kali dengan suatu peluang tertentu sampai barang tersebut didapatkan. Peluang yang diberikan oleh misi tersebut bergantung pada tingkat kesulitan misi yang dijalankan, semakin tinggi tingkat kesulitannya, semakin besar pula peluang untuk mendapatkan barang langka tersebut. Suatu misi yang dijalankan secara terus menerus akan menambahkan kesempatan kita untuk mendapatkan alat langka tersebut. Dengan terus menjalankan misi yang sama, kesempatan kita untuk mendapatkan alat langka akan semakin tinggi seiring dengan berjalannya game.



**Gambar 1.2** Salah satu bagian kita mendapatkan item yang diketahui peluangnya

Gambar 1.2 memperlihatkan bahwa kita bisa mendapatkan item yang diketahui peluangnya sesuai yang diberikan oleh pembuat game. Dengan melihat gambar ini, dapat kita ketahui bahwa setiap item yang diberikan akan berbeda sesuai dengan peluang yang ada.

Pada game ini, peluang mendapatkan alat tersebut telah ditentukan oleh pembuat game sehingga kita dapat mengetahui berapa besar peluang kita untuk mendapatkan alat tersebut saat kita menjalankan misi tersebut. Peluang tersebut dapat kita ketahui besarnya sesuai dengan tingkat kesulitan yang kita mainkan. Dengan bertambahnya peluang ini, semakin besar pula peluang untuk mendapatkan alat langka tersebut. Peluang tersebut dapat dihitung menggunakan beberapa rumus peluang yang ada, salah satu cara yang dapat dipakai adalah dengan menggunakan distribusi multinomial. Dengan menggunakan cara ini, kita dapat menentukan peluang mendapatkan alat langka dalam jumlah banyak secara sekaligus. Dengan mengetahui peluang ini, kita dapat menentukan peluang total dari semua peluang yang ada untuk menentukan berapa besar kemungkinan kita untuk mendapatkan alat langka tersebut.

## II. TEORI DASAR

Untuk menentukan peluang dari suatu usaha yang memiliki lebih dari dua hasil, dapat digunakan distribusi multinomial. Dengan menggunakan distribusi ini, peluang suatu kejadian yang memiliki lebih dari dua hasil ini dapat dicari. Sebagai contoh, sebuah game memberikan suatu misi, dan misi tersebut memberikan dua item, dan setiap item memiliki peluang-peluang tertentu, bahkan kedua item tersebut bisa didapatkan sekaligus. Dengan kata lain, suatu kejadian yang memiliki banyak hasil dapat dimodelkan dengan distribusi multinomial.

### A. Teorema Multinomial

Dalam ilmu matematika, multinomial memberikan cara

untuk menuliskan sebuah hasil dari penjumlahan banyak hasil bersyarat. Pada dasarnya, teorema multinomial merupakan teorema binomial yang diperluas ruang sampelnya sehingga suatu usaha tersebut memiliki banyak hasil yang dapat diberikan. Dengan adanya perluasan tersebut, distribusi binomial tidak lagi bisa digunakan karena banyak hasil yang bisa didapat. Teorema multinomial juga bisa disebut sebagai teorema polynomial, dimana didalam suatu usaha terdapat banyak hasil yang jumlahnya lebih dari dua.

Teorema ini menjelaskan bahwa suatu usaha yang memiliki banyak hasil dapat dijumlahkan dengan menghitung sejumlah angka positif yang hasilnya akan dipangkatkan oleh nilai non-negatif.

$$(x_1 + x_2 + \dots + x_m)^n$$

$$= \sum_{k_1+k_2+\dots+k_m=n} \binom{n}{k_1, k_2, \dots, k_m} x_1^{k_1} x_2^{k_2} x_3^{k_3} \quad (1)$$

Persamaan diatas merupakan suatu persamaan multinomial yang dapat digunakan untuk mencari hasil tersebut, dimana  $x$  merupakan hasil yang dapat didapatkan,  $n$  adalah jumlah usaha yang dilakukan, dan  $k$  adalah jumlah usaha setiap hasil dimana penjumlahan dari semua  $k$  yang ada sama dengan  $n$ .

$$\sum_{k_1+k_2+\dots+k_m} = n \quad (2)$$

Persamaan (2) merupakan realisasi dari penjumlahan  $k$  tersebut. Dengan adanya persamaan (1) tersebut, kita bisa mencari jumlah hasil utama dari semua jumlah hasil yang ada dari setiap usaha yang diberikan. Oleh karena itu, dengan adanya teorema multinomial ini, kita dapat memperluas persamaan binomial dari suatu usaha sehingga kita dapat mencari besar suatu hasil.

### B. Eksperimen Multinomial

Suatu eksperimen dapat dikatakan multinomial bila usaha dari eksperimen tersebut dapat menghasilkan lebih dari dua hasil. Hasil tersebut bisa didapatkan dengan peluang-peluang tersendiri. Dengan adanya peluang-peluang ini, maka kita dapat mencari peluang distribusi multinomial yang akan kita cari.

Eksperimen multinomial pada dasarnya adalah eksperimen binomial yang ruang sampelnya diperluas, sehingga suatu usaha dapat menghasilkan lebih dari dua hasil. Dengan adanya hasil yang berbeda ini, kita tidak lagi menggunakan pendekatan secara binomial, karena setiap hasil yang didapatkan memiliki peluang yang saling lepas, sehingga kita tidak lagi menghitung peluang berhasil atau gagal, melainkan peluang seluruhnya untuk mendapatkan peluang dari kombinasi-kombinasi setiap usaha yang dilakukan.

Dari semua kombinasi tersebut, kita dapat mencari

peluang dari semua usaha yang dapat dilakukan. Dengan adanya eksperimen ini, kita dapat mengetahui semua jumlah data yang diperlukan untuk dihitung menggunakan distribusi multinomial. Salah satu contoh untuk melakukan eksperimen multinomial adalah mencari peluang dari beberapa kombinasi dadu. Misal, sebuah dadu dilempar  $n$  kali, lalu diminta untuk mencari peluang dari mendapatkan jumlah 11 sebanyak  $a$  kali, mendapat angka yang sama sebanyak  $b$  kali, dan kombinasi sisanya sebanyak  $c$  kali, dimana  $a + b + c = n$ .

Dari contoh tersebut kita sudah melakukan eksperimen multinomial dimana satu usaha dapat memberikan banyak hasil yang berbeda peluangnya. Dengan adanya eksperimen ini, kita mendapatkan data yang diperlukan untuk menggunakan distribusi multinomial yang akan kita cari peluangnya. Pada eksperimen kita akan terus mendapatkan berbagai hasil dimana hasil-hasil tersebut akan kita bandingkan peluang-peluangnya sehingga bisa kita pakai untuk mencari peluang dari semua hasil tersebut.

### C. Distribusi Multinomial

Distribusi multinomial merupakan sebuah distribusi binomial yang diperluas dimana bila suatu usaha dilakukan, maka hasil yang diperoleh dari usaha tersebut bisa lebih dari dua hasil. Distribusi multinomial ini menghitung peluang dari sejumlah usaha yang memiliki peluang berbeda-beda untuk setiap hasil yang didapatkan. Distribusi ini didasari oleh eksperimen multinomial, sehingga distribusi ini dapat digunakan bila suatu usaha memiliki lebih dari dua hasil.

$$f(x_1, \dots, x_k; n, p_1, \dots, p_k) = \Pr(X_1 = x_1 \text{ and } \dots \text{ and } X_k = x_k)$$

$$= \begin{cases} \frac{n!}{x_1! \dots x_k!} p_1^{x_1} \dots p_k^{x_k}, & \text{when } \sum_{i=1}^k x_i = n \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (3)$$

Persamaan (3) diatas merupakan sebuah persamaan yang digunakan untuk menentukan peluang menggunakan distribusi multinomial, dan berlaku untuk  $x$  bukan negatif. Dari persamaan diatas, dapat dilihat bahwa  $x_1, x_2, \dots, x_n$  merupakan jumlah usaha setiap hasil yang akan didapat,  $n$  merupakan jumlah semua usaha yang dilakukan, dan  $p_1, p_2, \dots, p_n$  merupakan peluang setiap hasil dari setiap usaha yang dilakukan.

Distribusi multinomial ini dapat menentukan peluang dari suatu usaha yang menghasilkan lebih dari dua hasil. Hasil tersebut sudah tidak lagi menentukan peluang berhasil atau gagalnya dari suatu usaha. Dengan adanya distribusi ini, peluang dari kombinasi-kombinasi setiap hasil dari suatu usaha dapat kita cari.

Persamaan (4) menghitung peluang dari kombinasi-kombinasi setiap hasil dari suatu usaha. Misalkan kita melakukan  $n$  kali usaha, lalu dari  $n$  usaha itu ada 3 hasil yang bisa didapat, dengan peluang masing-masing  $p, q,$

dan  $r$ . Lalu kita misalnya ingin mencari peluang untuk mendapatkan  $p$  sebanyak  $a$  kali,  $q$  sebanyak  $b$  kali, dan  $r$  sebanyak  $c$  kali, dimana  $a + b + c = n$ . Lalu dengan data yang telah didapat, kita dapat mencari peluang menggunakan distribusi multinomial.

## III. DATA DAN METODE

### A. Data Eksperimen

Pada eksperimen kali ini, kita akan mencari peluang dari sebuah game. Dari game tersebut, kita menjalankan sebuah misi. Misi tersebut memberikan berbagai item yang memiliki peluang berbeda-beda. Selain item tersebut, kita juga masih bisa gagal atau mendapatkan item langka tersembunyi. Dengan adanya berbagai macam peluang tersebut, kita bisa mencari peluang-peluang mendapatkan item tersebut dengan melihat dari penjelasan dari pembuat game. Didapatkan sebuah game dengan suatu misi memberikan beberapa item langka yang bisa didapatkan dengan suatu peluang. Dari peluang-peluang tersebut, dapat kita pakai sebagai ruang sampel untuk eksperimen.



Gambar 3.2 Peluang mendapatkan suatu item



Gambar 3.3 Peluang mendapatkan suatu item



Gambar 3.4 Peluang mendapatkan item langka

Dari gambar tersebut dapat dilihat bahwa peluang untuk mendapatkan item tersebut memiliki peluang masing-masing yang saling lepas. Namun dari kedua

peluang tersebut, masih ada lagi peluang untuk mendapatkan kedua item tersebut secara bersamaan, dimana peluang untuk mendapatkan item tersebut merupakan peluang gabungan dari kedua peluang tersebut. Namun peluang tersebut bukan ditambah, melainkan dengan menggunakan suatu rumus yang telah diberikan oleh pembuat game.

$$X = (P1 + P2) / 2 \quad (4)$$

Dengan menggunakan rumus diatas, kita dapat menghitung peluang mendapatkan kedua item yaitu  $X$ , dengan menjumlahkan peluang item pertama yaitu  $P1$  dan peluang item kedua yaitu  $P2$ . Kedua peluang tersebut kemudian dibagi oleh 2. Dari persamaan ini, kita bisa mendapatkan data-data yang diperlukan untuk mencari peluang dengan menggunakan distribusi multinomial.

Dengan didatakannya data-data tersebut, kita juga dapat mencari peluang mendapatkan item lainnya dengan menghitung sisa peluang yang ada. Oleh karena itu, kita sudah mendapatkan lebih dari dua hasil untuk menggunakan distribusi multinomial.

Namun, ada beberapa item yang peluangnya tidak diperlihatkan, dan peluang tersebut dimasukkan ke dalam peluang dari kombinasi sisa selain dua persamaan diatas, sehingga peluang untuk mendapatkan item tersebut berbeda dengan peluang lainnya. Dibawah terdapat gambar yang memeperlihatkan kesempatan untuk mendapatkan item tanpa diberitahu peluang untuk mendapatkannya.



**Gambar 3.5 Peluang yang hanya diberitahu dengan nama "Epic"**

Dengan adanya peluang ini, kita harus memasukkan peluang ini kedalam peluang dari kombinasi sisa, dimana didalam kombinasi sisa itu masih ada peluang gagal, item langka, atau item khusus.

### B. Metode dan Penghitungan

Dari data-data yang diperoleh, kita bisa mencari peluang tersebut menggunakan distribusi multinomial. Data tersebut dapat dilihat dengan melihat tabel dibawah.

P1	P2	X	Lainnya (termasuk gagal)
6%	3%	4.5%	86.5%
3%	14%	8.5%	74.5%
10%	13%	11.5%	65.5%
7%	3%	5%	85%
11%	40%	25.5%	23.5%
50%	12%	31%	7%

**Tabel 3.6 Data yang didapat dari suatu percobaan**

Dari data tabel diatas, kita bisa menentukan peluang. Oleh karena itu, kita sudah mendapatkan lebih dari dua hasil untuk menggunakan distribusi multinomial. Kita dapat mencari peluang distribusi multinomial menggunakan rumus seperti berikut.

$$f(x_1, \dots, x_k; n, p_1, \dots, p_k) = \Pr(X_1 = x_1 \text{ and } \dots \text{ and } X_k = x_k)$$

$$= \begin{cases} \frac{n!}{x_1! \dots x_k!} p_1^{x_1} \dots p_k^{x_k}, & \text{when } \sum_{i=1}^k x_i = n \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (5)$$

Dengan menggunakan persamaan diatas, kita dapat menghitung peluang sesuai dengan jumlah usaha yang kita inginkan. Misalnya, jumlah usaha yang kita lakukan adalah 20 kali. Lalu, menggunakan data yang didapat, kita misalkan kita ingin mencari peluang mendapatkan P1 sebanyak 7 kali, mendapatkan P2 sebanyak 5 kali, mendapatkan keduanya sebanyak 3 kali, dan lainnya sebanyak 5 kali.

Dengan menggunakan data tersebut, kita bisa memasukkan data tersebut ke persamaan (5). Dari semua peluang yang ada, kita masukkan sesuai dengan variabel yang ditentukan akan perhitungan dapat dihitung dengan benar. Setelah dimasukkan, akan didapat persamaan dengan bentuk seperti berikut

$$f(7, 5, 3, 5; 6\%, 3\%, 4.5\%, 86.5\%, 20) = \left( \frac{20!}{7!5!3!5!} \right) (0.06)^7 (0.03)^5 (0.045)^3 (0.865)^5$$

$$= 1.67 * 10^{-11} \quad (6)$$

Dari persamaan (6) diatas, dapat dilihat bahwa peluang untuk mendapatkan item langka tersebut memiliki nilai yang sangat kecil. Oleh karena itu, kita dapat melihat bahwa dengan menggunakan persamaan (4), kita dapat mencari peluang sebuah usaha yang dapat menghasilkan lebih dari dua hasil.

Peluang tersebut dapat dicari dengan menggunakan distribusi multinomial, sehingga kita bisa menemuka peluang untuk mendapatkan item langka tersebut. Dengan mengambil satu contoh tersebut, kita sudah dapat mencari peluang lainnya sesuai dengan data yang bisa didapatkan. Dengan adanya distribusi ini, dapat dilihat bahwa kita dapat menentukan peluang untuk mendapatkan item langka tersebut.

#### IV. KESIMPULAN

Dari hasil data yang didapat pada permainan tersebut, dapat dilihat bahwa peluang untuk mendapatkan item langka tersebut dapat dicari dengan menggunakan distribusi multinomial. Dari distribusi tersebut, kita mendapatkan hasil yang dapat dijadikan standar peluang untuk mendapatkan suatu item yang kita ingin dapatkan.

#### REFERENCES

- [1] [http://en.wikipedia.org/wiki/Discrete\\_probability\\_distribution](http://en.wikipedia.org/wiki/Discrete_probability_distribution), waktu akses 14 Desember 2010
- [2] [http://en.wikipedia.org/wiki/Multinomial\\_distribution](http://en.wikipedia.org/wiki/Multinomial_distribution), waktu akses 14 Desember 2010
- [3] [http://en.wikipedia.org/wiki/Multinomial\\_theorem](http://en.wikipedia.org/wiki/Multinomial_theorem), waktu akses 15 Desember 2010
- [4] <http://apps.facebook.com/knightsofthecrystals>, waktu akses 14 Desember 2010
- [4] Munir, Rinaldi, *Beberapa Distribusi Peluang Diskrit*, Departemen Teknik Informatika, Institut Teknologi Bandung

#### PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 17 Desember 2010

ttd

Nama dan NIM