Teori Antrian (Queueing Theory)

Gharta Hadisa Halim / 18209013
Program Studi Sistem dan Teknologi Informasi
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
gharta.hadisa.h@students.itb.ac.id

***Abstrak*—Teori antrian atau Queueing Theory merupakan salah satu bidang probabilitas terapan yang paling kaya pengaplikasiannya . Antrian di bank, antrian supermarket, antrian mobil di pintu-pintu tol, antrian akses web, dan banyak contoh antrian lainnya merupakan contoh aplikasi dari teori tersebut. Teori antrian menjelaskan proses apa yang dilakukan terhadap elemen yang berada di dalam antrian tersebut dan kemudian juga menghitung faktor-faktor lain seperti waktu tunggu, panjang antrian, dan faktor lainnya di dalamnya. Teori antrian banyak digunakan dalam hal pemrosesan banyak elemen dimana kemampuan server terbatas, misalnya hanya dapat melayani/memproses sebuah elemen customer satu per satu.**

***Kata kunci*— queue, antrian, server, customer, web.**

I. PENDAHULUAN

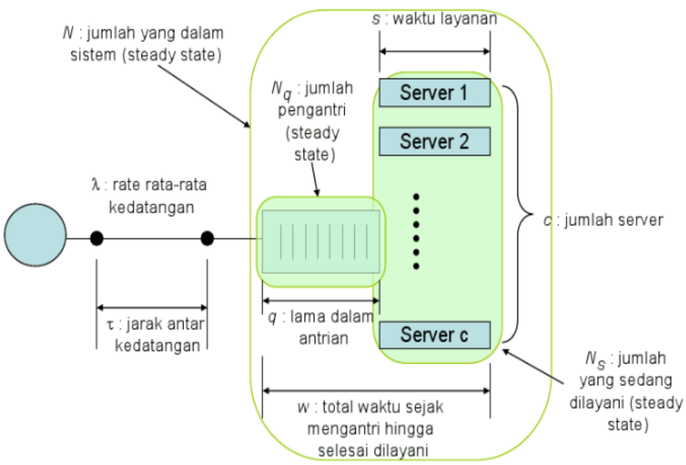
Teori antrian merupakan studi matematika mengenai sebuah urutan tunggu atau (antrian) yang menjelaskan bagaimana sebuah elemen dilayani di posisi antrian paling depan, bagaimana proses "menunggu" sebuah elemen di tengah-tengah antrian, dan bagaimana proses pemasukkan elemen baru kedalam antrian. Semua hal tersebut dibahas dengan menggunakan analisis matematika. Teori antrian sendiri telah diterapkan ke dalam bidang informatika dengan dikenalnya istilah "queue" .

Queue (atau berarti juga antrian) dalam sebuah studi struktur data adalah salah satu bentuk penyimpanan dan pemrosesan data dengan menerapkan sistem FIFO (First In First Out). Jadi dalam sebuah metode penyimpanan data "queue", terdapat sekumpulan data yang berada dalam sebuah urutan tertentu, dan memiliki sebuah elemen "head" yaitu elemen pertama dalam antrian dan sebuah elemen "tail" yaitu elemen terakhir. Elemen "head" ini yang akan diproses oleh program, sedangkan elemen-elemen lainnya akan "menunggu" hingga proses sebuah elemen "head" sudah selesai, dan elemen "head" tersebut keluar dari antrian. Setelah itu, elemen-elemen dalam antrian kemudian bergeser posisinya, sehingga akan didapatkan elemen "head" yang baru yang kemudian akan diproses selanjutnya. Penambahan elemen baru ke dalam antrian dapat dilakukan dengan menyisipkan sebuah elemen di dalam antrian di posisi paling belakang yaitu dibelakang elemen "tail".

Penerapan Teori Antrian biasanya ditemukan di dalam problem customer service, misalnya antrian di bank, di restoran dan juga supermarket. Namun selain itu, penggunaan teori antrian juga diaplikasikan dalam bidang transportasi dan telekomunikasi. Misalnya dalam sistem transportasi, sistem jaringan telekomunikasi, antrian server, dan arus lalu lintas.

Teori Antrian memiliki sedikitnya 3 elemen utama, yaitu elemen customer, service facility, dan queue. Customer adalah istilah generic untuk pihak yang meminta pelayanan. Service Facility adalah fasilitas dari sebuah sistem untuk memberikan proses pelayanan terhadap customer. Sedangkan Queue adalah antrian itu sendiri, yaitu tempat dimana customer-customer yang sedang tidak dilayani berada sambil menunggu giliran untuk dilayani.

II. MODEL SISTEM ANTRIAN



Gambar 1 Model Sistem Antrian

2.1 Spesifikasi sistem antrian

- Terdapat c server dalam sistem antrian
- Customer masuk ke sistem dengan rata-rata kedatangan persatuan waktu (arrival rate) λ, dan jarak antar kedatangannya (interarrival rate) adalah τ
- Server malayani customer rata-rata (service rate)

dalam waktu μ per customer per server.

2.2 V.a. Waktu

- V.a. waktu pelayanan s
- V.a. waktu tunggu dalam antrian q
- V.a. waktu total w = q+s
- Ws expected waktu layanan, yaitu E[s]
- Wq expected waktu menunggu, yaitu E[q]
- W expected waktu total, yaitu E[w]
- $\pi_w(90)$ persentil ke 90 dari waktu sistem (waktu total)
- $\pi_q(90)$ persentil ke 90 dari waktu tunggu dalam antrian

2.3 V.a. Jumlah Customer

- N(t) v.a. jumlah ustomer di sistem pada waktu t
- N v.a. jumlah customer di sistem saat steady state
- Nq(t) v.a. jumlah customer di antrian pada waktu t
- Nq v.a. jumlah customer di antrian saat steady state
- Ns(t) v.a. jumlah customer di pelayanan pada waktu t
- Ns v.a. jumlah customer di pelayanan saat steady state
- Lq expected jumlah customer dalam antrian saat steady state E[Nq]
- L expected jumlah customer di sistem saat steady state, yaitu E[N]

2.4 Probabilitas

- Pn(t) probabilitas terdapat n customer dalam sistem antrian pada saat t
- Pn probabilitas pada saat steady state terdapat n customer dalam sistem antrian

2.5 Utilisasi Server

- Utilisasi Server $\rho=\lambda/c\mu$

2.6 Sumber/Populasi

Sumber/Populasi dari sistem antrian bisa terbatas (finite) bisa pula tak terbatas jumlahnya (infinite). Jumlah populasi yang tidak terbatas (infinite) akan lebih mudah dimodelkan secara matematis karena dengan adanya jumlah customer dalam sistem antrian akan mempengaruhi arrival rate.

2.7 Pola Kedatangan

Dalam sistem antrian dikenal juga istilah Pola Kedatangan atau Arrival Pattern. Hal ini sama pentingnya dengan arrival rate karena mempengaruhi proses pelayanan.

- Jika jarak antara kedatangan tetap, maka sistem layanan dapat memberikan layanan lebih baik daripada kedatangan yang bersifat mengelompok (membentuk cluster)
- Jika jarak antar kedatangan bersifat eksponensial maka pola kedatangan tersebut disebut proses/pola kedatangan Poisson (atau acak) yang membawa sifat Markov

2.8 Distribusi Waktu Layanan

Fasilitas pelayanan dalam suatu model sistem antrian dimodelkan dengan sebuah fungsi distribusi waktu layanan. Hal tersebut juga berlaku jika sebuah sistem antrian memiliki lebih dari satu server pelayanan, misalkan jumlah server pelayanan adalah c. Jadi jika misalnya tiap server memiliki waktu layanan eksponensial dengan rate μ, maka sebagai suatu kesatuan layanan dikatakan memiliki rate $c\mu$. Model sebuah distribusi waktu layanan biassanya menggunakan distribusi peluang eksponensial, Erlang-k, konstan, ataupun hypereksponensial. Distribusi waktu layanan eksponensial merupakan distribusi yang paling umum digunakan untuk memodelkan keacakan waktu pelayanan.

Waktu layanan eksponensial disebut layanan acak dengan rate μ yang memiliki distribusi;

$$Ws(t) = P[s \leq t] = 1-e^{-\mu t}$$

Average service rate-nya;

$$\mu = 1/E[s]$$

Sedangkan distribusi waktu layanan Hypereksponensial umumnya digunakan untuk mendeskripsikan distribusi waktu layanan dengan variansi yang sangat besar relatif terhadap harga mean ($\sigma^2 >> \mu$).

2.9 Kapasitas Sistem

Dalam sistem antrian juga dikenal istilah kapasitas sistem maksimum. Dalam sejumlah sistem kapasitas antrian berhingga, dinyatakan jumlah kapasitasnya sebagai K. Namun, mungkin saja dalam kasus tertentu kapasistas sistem bisa tidak berhingga. Sedangkan sebuah sistem yang memiliki kapasitas sistem = 0 disebut juga Loss sistem.

2.10 Jumlah Server

Sedangkan jika dilihat dari jumlah servernya, sistem antrian dibagi menjadi 3 jenis; Single-server sistem, Multi-server sistem, dan Ifinite-server sistem. Dalam sebuah Infinite-server sistem, setiap customer yang dating langsung mendapatkan pelayanan.

2.11 Disiplin Antrian/pelayanan

Disiplin Antrian/pelayanan dapat dibagi menjadi 4 jenis :

- FCFS (First Come First Served) atau biasanya di dalam studi struktur data sering disebut dengan FIFO (First In First Out). Maksud dari sistem pelayanan FCFS adalah melayani duluan customer yang masuk ke dalam sistem paling awal. Disiplin FCFS paling banyak ditemukan di kehidupan sehari-hari, misalnya antrian di bank atau di supermarket.
- LCFS (Last Come First Served) atau biasa juga disebut LIFO (Last In First Out). Kebalikan dari FCFS, disiplin ini membuat sistem antrian melayani customer yang datang paling terakhir.
- RSS (random-selection service) atau biasa juga disebut SIRO (service in random order). Sesuai dengan namanya disiplin pada sistem antrian jenis ini akan mengacak urutan customer yang akan dilayani lebih dahulu tidak peduli urutan customer-customer tersebut masuk ke dalam sistem.
- Yang terakhir adalah PRI (priority service). Disiplin ini menyebabkan service facility pada sistem antrian akan melayani customer tertentu terlebih dahulu sesuai dengan tingkat prioritas yang sebelumnya telah ditentukan di dalam sistem.

II. PERHITUNGAN KUANTITATIF DALAM SISTEM ANTRIAN

3.1 Notasi Kendal

Suatu sistem antrian didefinisikan dalam sebuah notasi yang kerap dikenal dengan sebutan notasi Kendal, sesuai dengan nama penemunya. Notasi Kendal dituliskan sebagai berikut :

A/B/c/K/m/Z

- A adalah interarrival time distribution atau distribusi waktu antar kedatangan customer.
- B adalah distribusi waktu layanan
- c adalah jumlah server
- K adalah kapasitas antrian
- m adalah jumlah source
- Z adalah disiplin antrian

Untuk notasi Kendal A dan B, yaitu interarrival time distribution dan distribusi waktu layanan dapat digunakan beberapa jenis distribusi peluang antara lain distribusi hyperexponential, erlang-k dan exponential. Namun selain itu juga dengan menggunakan distribusi umum waktu antar kedatangan (general independent interarrival time) dan distribusi umum waktu layanan (general service time distribution). Berikut adalah carian untuk notasi Kendal A dan B;

- GI : general independent interarrival time
- G : general service time distribution
- Hk : k-stage hyperexponential
- Ek : erlang-k
- M : exponential
- D : deterministik

3.2 Little's Formula

J.D.C Little menunjukkan dalam sebuah sistem antrian yang steady state memiliki kasus umum yang memenuhi dua kondisi berikut :

- $L = \lambda W$
  Jumlah customer dalam sebuah sistem antrian yang steady state adalah hasil kali dari tingkat kedatangan rata-rata customer per satuan waktu dengan waktu total sistem antrian tersebut.
- $L_q = \lambda W_q$
  Sedangkan jumlah customer dalam antrian diperoleh dari hasil kali tingkat kedatangan rata-ratanya dengan waktu tunggu antrian.

3.3 Performance dalam sistem antrian

Sedangkan ukuran dari sebuah performance antrian di pengaruhi oleh varian-varian berikut:

- $E[s] = 1/\mu$ adalah waktu layanan rata-rata per server;
- $E[\tau] = 1/\lambda$ adalah waktu antar kedatangan rata-rata
- $u = E[s]/E[\tau] = \lambda/\mu$ adalah intensitas antrian (traffic intensity)
- $\rho = u/c$ adalah utilisasi server (server utilization) biasanya dinyatakan dalam (%). Server utilization adalah parameter yang menunjukan tingkat kesibukan sebuah server dalam melakukan pelayanan relatif terhadap tingkat kedatangan customer.

Contoh :

1. Sistem antrian dengan $E[s] = 1/\mu = 10$s, $E[\tau] = 1/\lambda = 20$ s dan sebuah server akan memiliki server utilization sebesar : $\rho = u = \lambda/\mu = 10/20 = 50\%$
2. Untuk server dengan waktu layanan $E[s] = 15$ s (lebih lambat), menghasilkan $\rho = \lambda/\mu = 15/20 = 75$ %
3. Untuk server dengan $E[s] = 30$s (jauh lebih lambat), akan menghasilkan server utilization sebesar : $\rho = \lambda/\mu = 30/20 = 150\%$
   - tidak mungkin sebuah server memiliki utilisasi lebih 100% kecuali akan menyebabkan sistem antrian menjadi terhambat. Oleh karena itu dalam sistem antrian haruslah ditambahkan sejumlah server lagi, dalam problem ini hanya

diperlukan tambahan sebuah server lagi. Sehingga server utilization menjadi ρ= u/c = λ/μc = 30/20x2 = 30/40 = 75%.

3.4 Queueing Theory Paradox

Dalam teori antrian dikenal sebuah paradox yang cukup terkenal yaitu Queueing Theory Paradox. Problemnya adalah sebagai berikut :

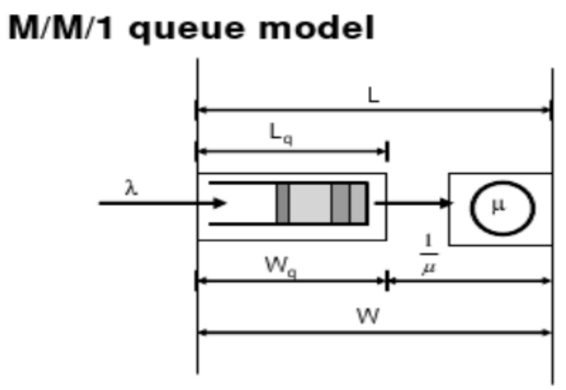
Taksi kosong melalui suatu persimpangan jalan dengan waktu antaranya rata-rata 20s. Berapa lama waktu seseorang menunggu untuk mendapatkan taksi kosong di tempat tersebut?

- Secara intuitif, jarak kedatangan taksi tersebut adalah uniform/seragam, sehingga waktu tunggu rata-rata = 10s
- Namun secara teori waktu kedatangan Poisson menyaakan waktu tunggu rata-rata nya adalah 20s yaitu sebesar kedatangan rata-rata sebuah taksi kosong (sangat tidak masuk akal).

IV. ANALISIS MODEL SISTEM ANTRIAN M/M/1

4.1 Model Antrian M/M/1

Sistem antrian M/M/1 adalah salah satu sistem antrian yang paling sederhana. Sesuai dengan notasi Kendalnya, sistem M/M/1 menunjukkan sistem antrian tersebut memiliki distribusi interarrival time dan distribusi service time berbentuk distribusi eksponensial dan juga memiliki jumlah server = 1.



Gambar 2 Model Antrian M/M/1

Biasanya dalam analisis problem sebuah sistem antrian M/M/1, diberikan 2 buah nilai variabel yaitu :

- λ : Tingkat kedatangan rata-rata customer per-satuan waktu
- μ : Tingkat pelayanan sistem antrian per customer per server.

Dan dicari beberapa nilai variabel lain yaitu :

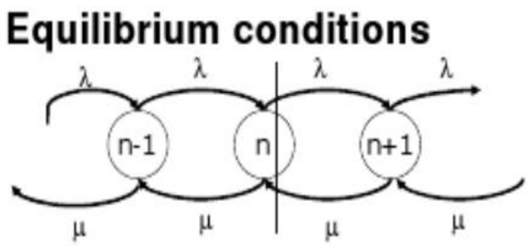
- L : jumlah rata-rata customer di dalam seluruh sistem antrian
- Lq : jumlah rata-rata customer di dalam antrian
- W : waktu rata-rata yang di perlukan customer dalam menjalani sebuah sistem antrian secara utuh.
- Wq : waktu tunggu rata-rata customer dalam antrian

Hubungan antara variabel-variabel tersebut adalah sebagai berikut :

- L = λW
- Lq = λWq (berada dalam keadaan steady state. Sesuai dengan perumusan Little's Formula)
- W = Wq + (1/μ)
- Tingkat kesulitan mencari nilai L tergantung dari tipe sistem antrian yang digunakan. Secara umum :
  $\mathrm{L} = \sum_{n=0}^{\infty} n\mathrm{P}_n$
  Dengan $P_n(t)$ adalan probabilitas seuah sistem antrian terdiri dari n buah customer saat waktu t.

Dari perumusan L tersebut, kemudian akan dicari hubungan nilai P_n dengan nilai λ dan μ. Hal ini dilakukan dengan tujuan agar L bisa dinyatakan oleh variabel λ dan μ saja dan kemudian diketahui nilainya. Apabila nilai L dapat diketahui, maka nilai Lq, W dan Wq juga dapat ditemukan dengan mudah. Berikut perumusan nilai L.

4.2 Perumusan Nilai L dalam Model Antrian M/M/1



$$\lambda P_0 = \mu P_1$$
$$(\lambda + \mu) P_n = \lambda P_{n-1} + \mu P_{n+1}$$

- Langkah ke-1.
  $P_1 = \lambda/\mu\ P_0,$
  $P_n = (\lambda/\mu)^n\ P_0$

- Langkah ke-2.
  $\sum_{n=0}^{\infty} Pn = 1$, maka $P_0 \sum_{n=0}^{\infty} (\frac{\lambda}{\mu})^n = 1,$

  $$\Rightarrow\ P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n}$$

- Langkah ke-3.
  Server utilization, atau ρ, dinyatakan sebagai :
  ρ = λ/μ, maka $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n = \sum_{n=0}^{\infty} (\rho)^n =$

$\frac{1}{1-\rho}$ dimana nilai ρ < 1.

- Langkah ke-4.
  $P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{\infty}(\rho)^n} = 1-\rho$

- Langkah ke-5.
  $P_n = (\rho)^n P_0 = \rho^n (1-\rho)$

- Mencari Nilai L.

$$L = \sum_{n=0}^{\infty} nP_n = \sum_{n=0}^{\infty} n\,\rho^n (1-\rho)$$

$$= (1-\rho)\,\rho \sum_{n=0}^{\infty} n\,\rho^{n-1}$$

$$\Leftrightarrow L = (1-\rho)\,\rho \frac{d}{dp}\left(\sum_{n=0}^{1} \rho^n\right)$$

$$\Leftrightarrow L = (1-\rho)\,\rho \frac{d}{dp}\frac{1}{(1-\rho)} = (1-\rho)\,\rho\frac{1}{(1-\rho)^2}$$

$$\Leftrightarrow L = \frac{\rho}{(1-\rho)} = \frac{\lambda}{\mu-\lambda}$$

- Mencari nilai W,Wq, dan Lq
  - $W = \frac{L}{\lambda} = \frac{1}{\mu-\lambda}$;
  - $Wq = W - \frac{1}{\mu} = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)}$;
  - $Lq = \lambda\, Wq = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}$;

Diatas telah dirumuskan hubungan langsung L dengan variabel μ dan λ untuk problem sistem antrian M/M/1. Dengan menggunakan 4 buah persamaan terakhir diatas,sebuah problem sistem antrian M/M/1 dapat diselesaikan untuk pencarian nilai L, Lq,W dan Wq nya.

Contoh Problem.
Suatu sistem customer service merupakan sebuah sistem antrian M/M/1. Dengan distribusi waktu layanan adalah eksponensial dengan nilai rata-rata 3 menit per customer. Customer datang secara acak, dengan tingkat kedatangan rata-ratanya adalah 4 menit per tiap customer. Sistem antrian bertipe FCFS (First Come First Served). Tentukan waktu rata-rata yang diperlukan oleh seorang customer untuk mengantri dan dilayani dalam sistem tersebut. Serta tentukan jumlah rata-rata customer dalam antrian.

Jawab.

Diketahui nilai E[s] = 3 menit/customer
⇔μ = 1/E[s] = 1/3 customer/menit
Nilai E[τ] = 4 menit/customer
⇔λ = 1/E[τ] = ¼ customer/menit
Yang dicari adalah nilai W (waktu total rata-rata sistem) dan Lq (jumlah rata-rata customer dalam queue/antrian)

Dari penurunan rumus sebelumnya, diketahui bahwa :

- $W = \frac{1}{\mu-\lambda} = \frac{1}{1/3-1/4} = \frac{1}{1/12} = 12$ menit
- $Lq = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)} = \frac{(\frac{1}{4})^2}{1/3(1/12)} = \frac{1/16}{1/36} = 2{,}25$ customer

V. DISTRIBUSI EKSPONENSIAL, POISSON, DAN PROBABILITAS DALAM SISTEM ANTRIAN M/M/1.

Dalam problem sebelumnya, telah didapatkan nilai W , Wq, L, dan Lq dari sebuah sistem antrian M/M/1, dengan penurunan rumus dan hubungannya dengan μ dan λ. Namun, masih ada sebuah problem lagi yang perlu dicari penyelseaiannya, yaitu bagaimana menghitung seberapa besar peluang sebuah sistem antrian memiliki waktu total kurang dari sebuah niai tertentu? $P(W \leq t)$

Untuk mencari peluang/probabilitas sebuah sistem memiliki waktu total tertentu, dapat dilakukan dengan melakukan penelusuran dan perumusan dari fungsi distribusi peluang yang digunakan oleh sistem tersebut. Dalam kasus ini hanya akan dibahas mengenai probabilitasnya di sistem antrian M/M/1 dimana fasilitas layanan direpresentasikan dengan fungsi distribusi eksponensial, dan kedatangan customer yang acak sesuai dengan distribusi Poisson.

5.1 Distribusi Poisson

Distribusi peluang peubah acak Poisson X, yang menyatakan banyaknya sukses yang terjadi dalam selang waktu atau daerah tertentu --dinotasikan dengan t— adalah :

$$P(x;\lambda t) = \frac{e^{-\lambda t}\,(\lambda t)^x}{x!} \quad x = 0,1,2,\ldots$$

Dimana λt adalah rata-rata banyaknya sukses yang terjadi per satuan waktu atau daerah, dan e = 2,71828…

5.2 Distribusi Eksponensial

- Distribusi Eksponensial merupakan penurunan dari distribusi gamma yang khusus dengan α = 1.
- Peubah acak kontinu X mempunyai distribusi eksponensial dengan parameter β, β > 0, jika fungsi padat peluangnya berbentuk :

$f(x) = \frac{1}{\beta} e^{-x/\beta}$, $x \geq 0$

dan f(x) = 0 untuk x yang lain.

5.3 Hubungan Distribusi Eksponensial dengan Distribusi Poisson

- Misalkan distribusi Poisson dengan parameter λ, dimana λ adalah banyaknya kejadian dalam satu satuan waktu. Misalkan X adalah peubah acak yang menyatakan panjang selang waktu yang diperlukan agar kejadian pertama terjadi. Dengan distribusi Poisson, peluang tidak ada kejadian yang muncul sampai selang waktu t adalah :

$$P(0;\lambda t) = \frac{e^{-\lambda t}\,(\lambda t)^0}{0!} = e^{-\lambda t}$$

- Peluang panjang selang waktu agar kejadian pertama terjadi kurang dari sama dengan x ekuivalen dengan 1 dikurang peluang tidak ada kejadian. Fungsi distribusi kumulatif dari X adalah :

$$P(0 \leq X \leq x) = 1 - P(X \geq x) = 1 - e^{-\lambda x}$$

Fungsi densitas adalah turunan dari fungsi diatas :

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$

Yang merupakan fungsi padat peluang distribusi eksponensial dengan λ = 1/β.

5.4 Mencari Nilai P (W ≤ t).

Dengan menggunakan penurunan rumus dari distribusi Poisson dan eksponensial yang lalu, maka dapat dirumuskan cara untuk mencari nilai nilai P (W ≤ t), yaitu probabilitas waktu total sistem akan kurang dari t satuan waktu.

Sesuai dengan persamaan :

$$P(0 \leq X \leq x) = 1 - P(X \geq x) = 1 - e^{-\lambda x}$$

Maka nilai P (0 ≤ W ≤ t) adalah :

$$P(0 \leq W \leq t) = 1 - P(W \geq t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

Dengan λ BUKAN rata-rata kedatangan customer per satuan waktu, namun merupakan 1/nilai rata-rata dari W. untuk mempermudah dituliskan sebagai :

$$P(0 \leq W \leq t) = 1 - P(W \geq t) = 1 - e^{-t/w}$$

Dengan w adalah nilai rata-rata waku total sistem = $\frac{1}{\mu - \lambda}$

Contoh Problem (dengan problem yang sama)
Suatu sistem customer service merupakan sebuah sistem antrian M/M/1. Dengan distribusi waktu layanan adalah eksponensial dengan nilai rata-rata 3 menit per customer. Customer datang secara acak, dengan tingkat kedatangan rata-ratanya adalah 4 menit per tiap customer. Sistem antrian bertipe FCFS (First Come First Served). Tentukan probabilitasnya customer datang dan selesai dilayani dalam waktu kurang dari 20 menit!

Jawab.

- $w = \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{1}{1/3 - 1/4} = \frac{1}{1/12} = 12$ menit
- $P(0 \leq W \leq 20) = 1 - P(W \geq 20) = 1 - e^{-20/12} = 1 - 0.1889 = 0.8111$

Sekarang, telah didapatkan penurunan rumus untuk mencari nilai W, Wq, L, Lq, dan P (W ≤ t) dalam sebuah sistem antrian sederhana M/M/1. Dalam jenis sistem antrian lainnya perumusan tersebut bisa berbeda, tergantung dari jumlah server, kapasitas ruang antrian, dan faktor-faktor lainnya.

VI. CONTOH APLIKASI TEORI ANTRIAN DALAM BIDANG SISTEM INFORMASI DAN TELEKOMUNIKASI

5.1 Contoh Problem Sistem Antrian dalam Sistem Informasi dan Telekomunikasi.

Dalam sebuah network gateway, pengukuran menunjukkan paket-paket data datang dengan tingkat kedatangan rata-rata sama dengan 125 paket/sekon (pps). --Sebuah Network Gateway (gerbang jaringan) adalah sebuah sistem internetworking yang bertujuan menghubungkan dua buah jaringan (network) yang menggunakan base protocol yang berbeda--. Gerbang tersebut membutuhkan waktu sekitar 2 milisekon untuk melanjutkan paket-paket tersebut. Tentukan nilai ρ (server utilization) terlebih dahulu dan cari peluang terjadinya buffer overflow (saat dimana sistem menemukan terdapat paket yang menumpuk karena server (buffer) tidak dapat melayani semua paket yang datang sekaligus). Diketahui jumlah buffer dalam gerbang adalah 13, dan di asumsikan sistem antrian yang digunakan dalam sistem network gateway ini sesuai dengan sistem M/M/1.

Jawab.

- λ (tinkat kedatangan rata-rata) = 125 paket/sekon
- μ (tingkat pelayanan) = 1/2ms = 500paket/sekon
- ρ = λ/μ = 125/500 = 0.25 = 25%
- Buffer overflow terjadi jika di dalam gerbang, paket

yang ada lebih dari jumlah server (buffer), sehingga ada paket yang menumpuk. Hal ini sama saja mencari probabilitas terdapat n paket > jumlah buffer = 13 di dalam sistem.

P(n > 13) = ?

Dimana sebelumnya diketahui rumus dari sebuah probabilitas terdapat n paket di dalam sistem adalah $P_n = (\rho)^n P_0 = \rho^n (1-\rho)$

$\Leftrightarrow \sum_{n=0}^{13} Pn = (1-\rho)\ \sum_{n=0}^{13} \rho^n$

$= (1-\rho)\ \frac{1-\rho^{13}}{1-\rho} = 1 - \rho^{13}$

⇨ $P(n > 13) = 1 - \sum_{n=0}^{13} Pn = 1\text{-}1 - \rho^{13} = \rho^{13}$

$\Leftrightarrow P(n > 13) = (0.25)^{13\,=}\ 1{,}49 \times 10^{-8}$

⇨ Probabilitas terdapat lebih dari 13 paket dalam gerbang di suatu waktu adalah 1,49 x 10^{-8}. Atau berarti dalam 10^9 (1 milliar) paket, hanya terdapat 15 paket yang terhambat di dalam network gateway.

VII. KESIMPULAN

Teori antrian adalah sebuah teori yang menganalisis sebuah sistem antrian, beserta elemen didalamnya yaitu customer,service facility dan antrian itu sendiri secara matematis. Teori antrian merupakan cabang ilmu probabilitas dan statistika dan banyak menggunakan studi distribusi peluang di dalamnya dalam mengukur berbagai faktor di dalam sebuah sistem. Model sistem antrian sekarang banyak diaplikasikan ke dalam studi jaringan informasi maupun telekomunikasi dimana sering muncul problem mengenai sebuah pelayanan dengan sebuah server terbatas namun memiliki source input yang infinit.

REFERENSI

[1] http://www2.toki.or.id/probter/doc/diktat/TheoryofQueueing.ppt diakses 15 Desember 2010

[2] http://en.wikipedia.org/wiki/Queueing_theory Definisi Teori Antrian diakses 15 Desember 2010

[3] http://www.research.rutgers.edu/~xili/cs352/queuing-theory.pdf diakses 15 Desember 2010

[4] http://www.informatika.org/~rinaldi/Probstat/2010-2011/probstat10-11.htm Beberapa Distribusi Peluang Diskrit, Beberapa Distribusi Peluang Kontinu. Diakses 14 Desember 2010

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 17 Desember 2010

Gharta Hadisa Halim/18209013