

# Regresi Linear untuk Memperkirakan Pengurangan Hutan di Indonesia

Athia Saelan (23515038)

Program Magister Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

23515038@std.stei.itb.ac.id

**Abstrak**—Indonesia merupakan paru-paru dunia. Namun jumlah hutan di Indonesia terus berkurang. Makalah ini membahas kecenderungan pengurangan jumlah hutan di Indonesia dengan teknik regresi linear. Data pengurangan area hutan diambil dari data worldbank. Eksperimen dilakukan dengan mencoba beberapa jenis transformasi linearisasi pada data, untuk selanjutnya dilakukan teknik regresi linear. Hasil eksperimen menunjukkan bahwa galat paling kecil didapatkan dengan linearisasi dengan fungsi  $D/(x+C)$ , dengan galat sebesar 18263.33. Untuk eksperimen selanjutnya, dapat dicoba regresi linear dengan fungsi transformasi lain, atau regresi nonlinear.

**Keywords**—regresi linear; linearisasi; hutan; Indonesia

## I. PENDAHULUAN

Hutan di Indonesia merupakan paru-paru dunia. Selain sebagai sumber oksigen, hutan di Indonesia juga merupakan rumah bagi berbagai flora dan fauna. Beberapa di antaranya merupakan flora dan fauna langka, yang tidak dapat ditemukan di negara lain.

Namun jumlah hutan di Indonesia semakin berkurang. Pengurangan hutan terjadi akibat beberapa hal, antara lain kebakaran dan penebangan, baik untuk dijual kayunya, atau dijadikan perkebunan atau pemukiman. Apabila jumlah hutan terus berkurang, ada kemungkinan suatu saat akan habis.

Pada makalah ini, akan dibahas kecenderungan pengurangan jumlah hutan di Indonesia dengan teknik regresi linear. Dengan melihat kecenderungan pengurangan jumlah hutan, dapat diperkirakan apakah hutan di Indonesia benar-benar akan habis. Perkiraan ini berguna misalnya untuk mempertimbangkan teknik apa yang harus digunakan untuk mencegah habisnya hutan di Indonesia.

## II. DASAR TEORI

### A. Regresi Linear

Regresi merupakan suatu teknik pencocokan kurva untuk data berketelitian rendah, seperti hasil pengukuran laboratorium atau data statistik [1]. Kurva hasil regresi tidak

perlu melalui semua titik data, tapi perlu dihitung agar galatnya minimum.

Salah satu jenis regresi yang paling sederhana adalah regresi linear, yaitu mencari fungsi linear berdasarkan titik-titik data. Fungsi yang dicari adalah suatu fungsi linear

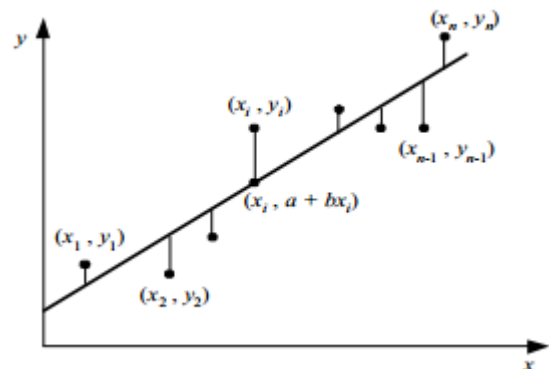
$$f(x) = a + bx \quad (1)$$

sedemikian sehingga deviasinya minimum. Deviasi dihitung berdasarkan rumus berikut.

$$r_i = y_i - f(x_i) = y_i - (a + bx) \quad (2)$$

Sedangkan total kuadrat deviasinya

$$r = \sum r_i^2 = \sum (y_i - a - bx)^2 \quad (3)$$



Gambar 1. Regresi linear

Agar deviasi minimum, maka total kuadrat deviasi juga harus minimum. Total kuadrat deviasi dihitung saat turunannya sama dengan nol.

$$\frac{\partial R}{\partial a} = -2\sum(y_i - a - bx_i) = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial R}{\partial b} = -2\sum x_i(y_i - a - bx_i) = 0 \quad (5)$$

Dari rumus tersebut, dapat diturunkan menjadi

$$na + \sum bx_i = \sum y_i \quad (6)$$

$$a\sum x_i + b\sum x_i^2 = \sum x_i y_i \quad (7)$$

Apabila kedua persamaan tersebut diselesaikan, maka dapat diturunkan nilai a dan b sebagai berikut.

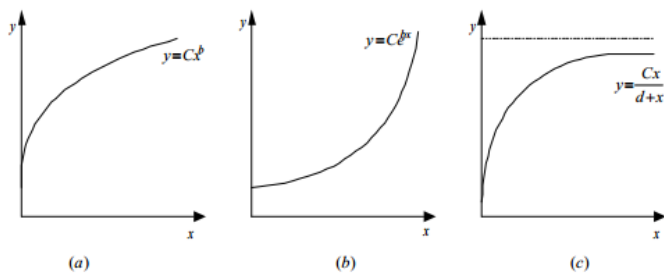
$$b = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (8)$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \quad (9)$$

Di mana  $\bar{x}$  adalah nilai rata-rata dari  $x_i$  dan  $\bar{y}$  adalah nilai rata-rata dari  $y_i$ .

### B. Linearisasi

Regresi linear akan menghasilkan fungsi linear untuk semua jenis data. Untuk data yang tidak linear, dapat dilakukan linearisasi, yaitu mentransformasi data yang tidak linear menjadi linear. Idealnya, sebelum memulai regresi, data dilihat dulu kecenderungannya untuk menentukan jenis linearisasi yang dibutuhkan. [1]



Gambar 2. Sketsa kurva (a) model pangkat sederhana, (b) model eksponensial, dan (c) model pertumbuhan jenuh

Salah satu cara model kecenderungan data yang dapat ditemukan adalah model pangkat sederhana. Sketsa model pangkat sederhana dapat dilihat pada Gambar 2(a). Bentuk umum dari model pangkat sederhana adalah

$$y = Cx^b \quad (10)$$

Bentuk pangkat sederhana dapat dilinearkan menjadi

$$\ln(y) = \ln(C) + b \ln(x) \quad (11)$$

sehingga sesuai dengan rumus (1) untuk regresi linear dengan transformasi

$$Y = \ln(y)$$

$$a = \ln(C)$$

$$X = \ln(x)$$

Kemudian setelah dilakukan regresi linear, koefisien  $C$  dapat dihitung dengan membalik transformasi, yaitu

$$C = e^a$$

Model lain yang dapat ditemukan adalah model eksponensial, misalnya pada pertumbuhan populasi atau peluruhan radioaktif. Gambar 2(b) menunjukkan kurva untuk model eksponensial.

$$y = Ce^{bx} \quad (12)$$

Dengan cara yang sama, bentuk ini dapat dilinearkan menjadi

$$\ln(y) = \ln(C) + bx \quad (11)$$

sehingga sesuai dengan bentuk untuk regresi linear, dengan transformasi

$$Y = \ln(y)$$

$$a = \ln(C)$$

Selain itu, model pertumbuhan jenuh juga dapat ditemukan, misalnya pada pertumbuhan bakteri dengan kondisi pembatas. Kurvanya ditunjukkan pada Gambar 2(c).

$$y = \frac{Cx}{d+x} \quad (14)$$

Bentuk ini dapat dilinearkan menjadi

$$\frac{1}{y} = \frac{d}{C} \frac{1}{x} + \frac{1}{C} \quad (15)$$

, dengan transformasi

$$Y = 1/y$$

$$X = 1/x$$

$$a = 1/C$$

$$b = d/C$$

Bentuk-bentuk lainnya dapat dilihat pada TABEL I.

TABEL I. BENTUK-BENTUK FUNGSI UNTUK LINEARISASI [1]

Fungsi $y = f(x)$	Bentuk Linear $y = a + bx$	Perubahan variabel dan konstanta
$y = a + \frac{b}{x}$	$y = a + b\frac{1}{x}$	$Y = y, X = 1/x$
$y = \frac{D}{x+C}$	$y = \frac{D}{C} + \frac{-1}{C}(xy)$	$Y = y, X = xy,$ $C = \frac{-1}{b}, D = \frac{-a}{b}$
$y = \frac{1}{a+bx}$	$\frac{1}{y} = a + bX$	$Y = \frac{1}{y}, X = x$
$y = (a+bx)^{-2}$	$y^{-1/2} = a + bX$	$Y = y^{-1/2}, X = x$
$y = Cxe^{-Dx}$	$\ln(\frac{y}{x}) = \ln(C) + (-Dx)$	$Y = \ln(\frac{y}{x}), X = x$ $C = e^a, D = -b$

C. Perhitungan Galat pada Regresi Linear

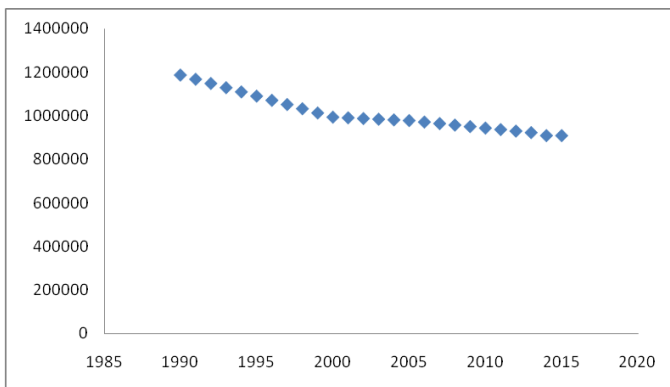
Perhitungan galat yang biasa digunakan pada regresi linear adalah galat RMS (root mean square), yang dapat dihitung dengan rumus (16).

$$E_{RMS} = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |f(x_i) - y_i|^2 \right)^{1/2} \tag{16}$$

Semakin kecil nilai  $E_{RMS}$ , maka fungsi semakin bagus.

III. EKSPERIMEN

Data jumlah hutan di Indonesia untuk eksperimen diambil dari [3]. Data ini berisi luas hutan di Indonesia dalam kilometer persegi per tahun, mulai dari tahun 1990 sampai tahun 2015. Sebaran data yang digunakan dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 3. Luas hutan di Indonesia dari tahun ke tahun

Berdasarkan gambar persebaran data tersebut, dapat dilihat bahwa kecenderungan pengurangan hutan di Indonesia sesuai

tidak linear. Namun, belum diketahui model apa yang paling cocok untuk memodelkan data tersebut. Untuk itu, dilakukan eksperimen dengan berbagai jenis model sesuai dengan yang telah dibahas pada bagian II.A, kemudian dilihat model mana yang galatnya paling minimal.

Cara pencarian fungsi regresi adalah sebagai berikut.

1. Transformasi titik-titik data asal ke titik data linear, sesuai dengan tabel 1.
2. Penghitungan nilai a dan b sesuai dengan rumus (8) dan rumus (9).
3. Transformasi koefisien a dan b ke dalam bentuk fungsi asal sesuai dengan tabel 1.

IV. HASIL DAN ANALISIS

Setelah mencoba kesembilan fungsi linearisasi yang dibahas pada bagian II.A, didapatkan hasil sesuai dengan TABEL II.

Pada TABEL II tersebut dapat dilihat bahwa galat paling kecil didapatkan oleh fungsi nomor 5, yaitu

$$y = \frac{Cx}{d+x}$$

dengan galat sebesar 18263.33. Selain itu, beberapa fungsi, seperti fungsi pangkat sederhana dan fungsi nomor 7 juga memberikan galat yang tidak terlalu berbeda jauh.

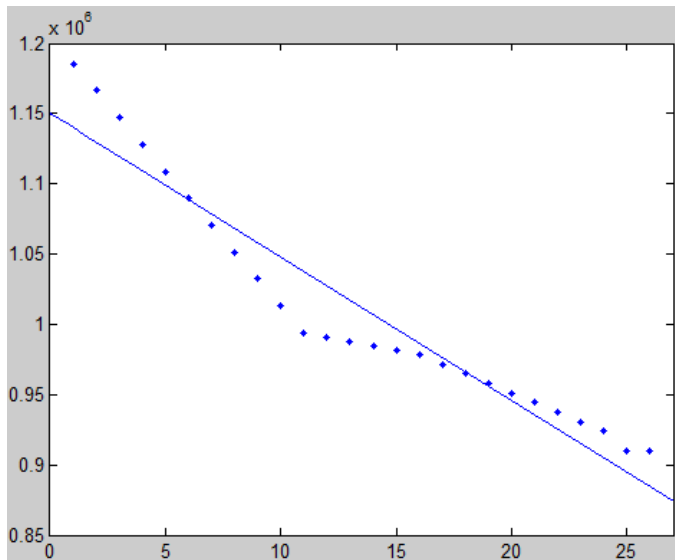
Pembahasan untuk masing-masing hasil akan dijabarkan sebagai berikut.

TABEL II. HASIL EKSPERIMEN DENGAN BEBERAPA FUNGSI LINEARISASI

No	Fungsi	Konstanta	Galat
1	$y = a + bx$	a = 1150071.90 b = -10223.16	22807.31
2	$y = Cx^b$	C = 1252092.15 b = -0.0916	18834.96
3	$y = Ce^{bx}$	C = infinity b = -95458.27	infinity
4	$y = \frac{Cx}{d+x}$	C = 965123.64 d = -0.27445	55238.88
5	$y = a + \frac{b}{x}$	a = 965042.56 b = 317155.25	48905.43
6	$y = \frac{D}{x+C}$	D = 100688310.71 C = 86.56	18263.33
7	$y = \frac{1}{a+bx}$	a = $8.63 \times 10^{-7}$ b = $9.72 \times 10^{-9}$	18594.42
8	$y = (a+bx)^{-2}$	a = $9.30 \times 10^{-4}$ b = $4.91 \times 10^{-6}$	19596.47
9	$y = Cxe^{-Dx}$	C = 429088.95 D = -0.11	300344.88

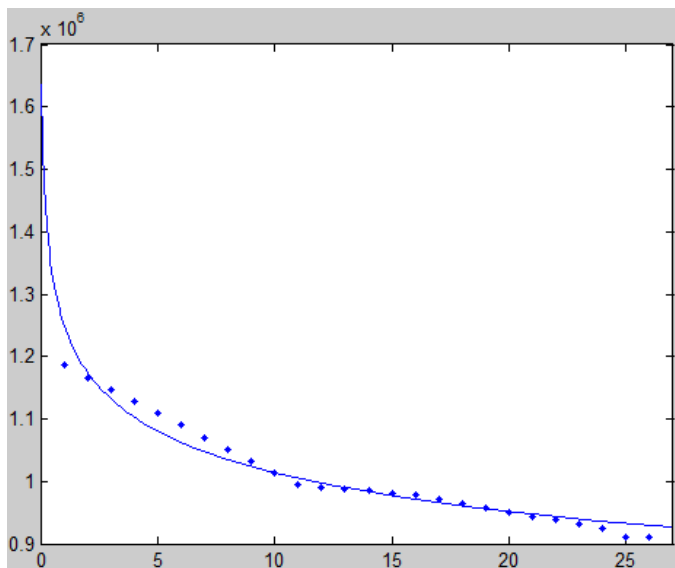
Fungsi yang pertama adalah fungsi linear, yaitu data tidak ditransformasi sebelum melakukan regresi linear. Grafik hasil regresi linear pertama dapat dilihat pada Gambar 4. Pada

grafik tersebut, dapat dilihat bahwa masih ada galat jika regresi dilakukan secara linear tanpa transformasi.



Gambar 4. Hasil regresi linear tanpa transformasi

Kemudian percobaan kedua menggunakan fungsi pangkat sederhana. Grafik hasil regresi linear dengan fungsi pangkat sederhana dapat dilihat pada Gambar 5.



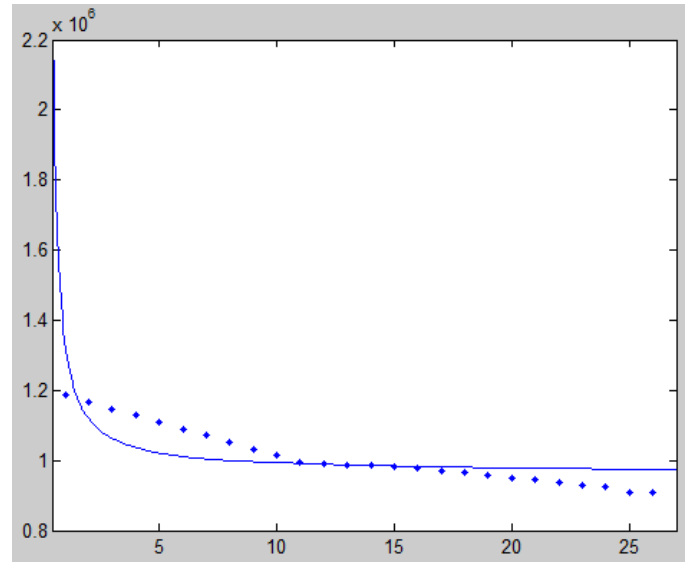
Gambar 5. Hasil regresi linear dengan transformasi pangkat sederhana

Pada grafik tersebut, dapat dilihat bahwa fungsi sudah cukup bagus dalam menghampiri data, dan galatnya pun sebenarnya tidak terlalu berbeda jauh dengan yang terbaik. Hanya saja, pada bagian awal, galat cukup besar sehingga mempengaruhi perhitungan galat secara keseluruhan. Namun

untuk memperkirakan kondisi masa depan, fungsi ini perlu dipertimbangkan.

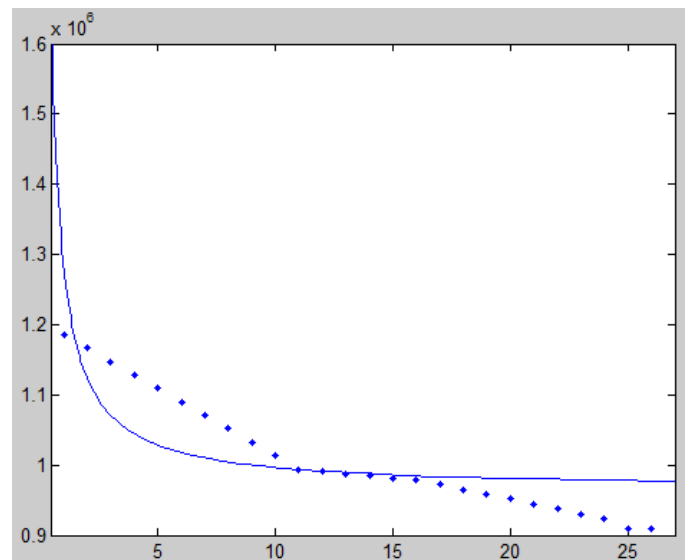
Fungsi yang ketiga adalah dengan model eksponensial. Sayangnya perhitungan dengan model ini menghasilkan nilai yang tidak berhingga sehingga tidak dapat digambarkan grafiknya.

Fungsi berikutnya adalah dengan transformasi pertumbuhan jenuh. Grafiknya dapat dilihat pada Gambar 6.



Gambar 6. Hasil regresi linear dengan transformasi pertumbuhan jenuh

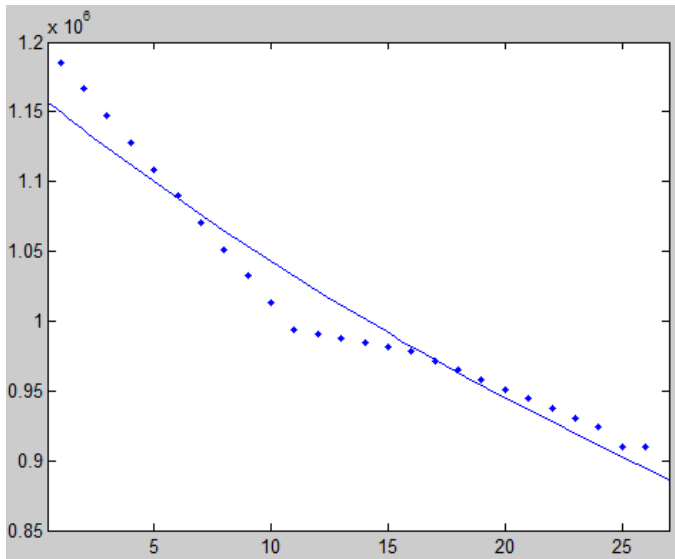
Pada grafik tersebut, dapat galat yang terjadi cukup besar. Dapat disimpulkan bahwa model pertumbuhan jenuh tidak cocok dengan data pengurangan hutan di Indonesia.



Gambar 7. Hasil regresi linear dengan fungsi nomor 5

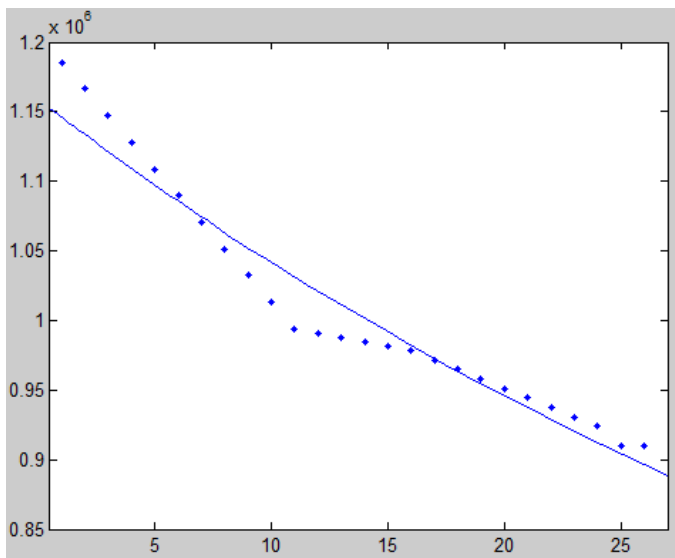
Berikutnya adalah dengan model nomor 5. Grafik dari fungsi ini dapat dilihat pada Gambar 7. Sama seperti model pertumbuhan jenuh, model ini tidak terlalu sesuai dengan data.

Fungsi berikutnya adalah fungsi nomor 6. Grafik dari fungsi ini dapat dilihat pada Gambar 8.

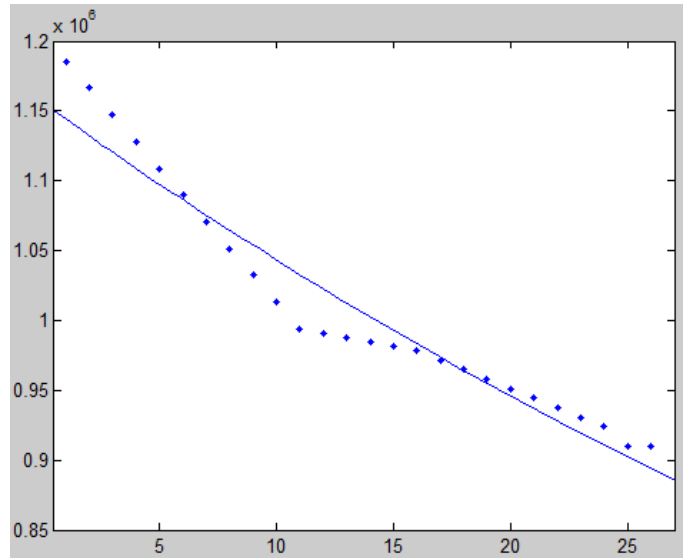


Gambar 8. Hasil regresi linear dengan fungsi nomor 6

Fungsi ini memberikan hasil yang terbaik menurut perhitungan galat. Hal yang menarik di sini adalah, fungsi nomor 6 tidak berbeda secara kasatmata dengan fungsi nomor 7 dan nomor 8. Grafik fungsi nomor 7 dapat dilihat pada Gambar 9, sedangkan grafik fungsi nomor 8 pada gambar 10.

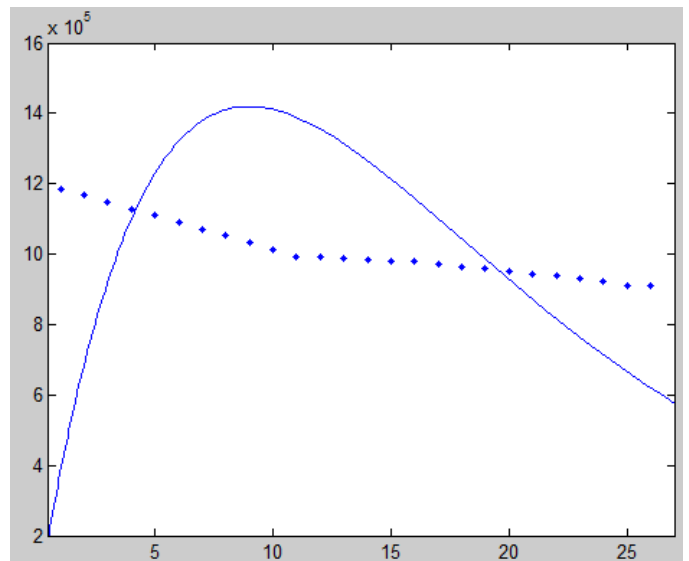


Gambar 9. Hasil regresi linear dengan fungsi nomor 7



Gambar 10. Hasil regresi linear dengan fungsi nomor 8

Yang terakhir adalah fungsi nomor 9, yang grafiknya dapat dilihat pada Gambar 11.



Gambar 11. Hasil regresi linear dengan fungsi nomor 9

Dari grafik tersebut, dapat dilihat bahwa fungsi ini sama sekali tidak menghampiri data. Karena itu, dapat disimpulkan bahwa model ini tidak sesuai dengan data pengurangan hutan di Indonesia.

## V. SIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan eksperimen yang dilakukan, dapat ditarik simpulan sebagai berikut.

1. Model yang paling baik dalam menghampiri pengurangan hutan di Indonesia adalah model nomor 6, yaitu

$$y = \frac{D}{x+C}$$

Meskipun begitu, galatnya masih cukup besar, yaitu sebesar 18263.33.

2. Fungsi lain yang memberikan hasil yang cukup bagus adalah fungsi pangkat sederhana, dan fungsi nomor 7.

Sedangkan saran untuk eksperimen berikutnya adalah

1. Mencoba transformasi dengan model lain.
2. Mencoba regresi nonlinear

## Referensi

- [1] Rinaldi Munir, "Metode Numerik", Bandung, Penerbit Informatika.
- [2] Steven C. Chapra, "Applied Numerical Methods with Matlab, third edition" McGraw-Hill, New York, 2012.
- [3] <http://databank.worldbank.org/>, diakses 3 Mei 2016.
- [4] FWI/GFW, "Keadaan Hutan Indonesia", Bogor , Indonesia: Forest Watch Indonesia dan Washington D.C.: Global Forest Watch, 2001.

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 4 Mei 2016

Athia Saelan  
23515038