Analisis Steady-State pada Sistem Reaktor Menggunakan Solusi Sistem Persamaan Lanjar

Ghoziyah Haitan Rachman (23515074)
Program Studi Magister Informatika
Institut Teknologi Bandung
Bandung, Indonesia
23515074@std.stei.itb.ac.id

***Abstrak*—Salah satu prinsip paling penting dalam teknik kimia adalah kekekalan massa. Secara kuantitatif, kekekalan massa bisa dinyatakan sebagai keseimbangan massa yang memperhitungkan semua sumber dan tenggelamnya material yang masuk dan keluar dari volume. Kondisi dengan akumulasi nol atau massa konstan ini disebut sebagai kondisi stabil atau steady-state. Dalam makalah ini akan membahas penggunaan sistem persamaan lanjar dalam menganalisis staedy-state pada sistem reaktor tersebut, hingga menyelesaikan besarnya konsentrasi pada reaktor yang tidak diketahui, jika reaktor saling berinteraksi dengan reaktor lainnya yang berbeda. Sistem persamaan lanjar yang digunakan adalah metode Eliminasi Gauss, dekomposisi LU, dan Gauss-Seidel. Hasil dari ketiga tersebut menunjukkan hasil atau jawabannya adalah sama dalam pencarian setiap konsentrasi yang ditanyakan pada reaktor.**

Kata Kunci—steady-state, reaktor, persamaan lanjar

I. PENDAHULUAN

Salah satu prinsip paling penting dalam teknik kimia adalah kekekalan massa. Hukum kekekalan massa atau dikenal juga sebagai hukum Lomonosov-Lavoisier adalah suatu hukum yang menyatakan massa dari suatu sistem tertutup akan konstan meskipun terjadi berbagai macam proses di dalam sistem tersebut (dalam sistem tertutup massa zat sebelum dan sesudah reaksi adalah sama (tetap/konstan)). Pernyataan yang umum digunakan untuk menyatakan hukum kekekalan massa adalah massa dapat berubah bentuk tetapi tidak dapat diciptakan atau dimusnahkan. Untuk suatu proses kimiawi di dalam suatu sistem tertutup, massa dari reaktan harus sama dengan massa produk. [1]

Secara kuantitatif, kekekalan massa bisa dinyatakan sebagai keseimbangan massa yang memperhitungkan semua sumber dan tenggelamnya material yang masuk dan keluar dari volume. Hal tersebut bisa dinyatakan:

$$\text{akumulasi} = \text{input} - \text{output} \tag{1}$$

Jika input lebih besar dari output, maka massa dalam volumenya meningkat. Jika output lebih besar dari input, maka massa berkurang. Sementara itu, jika input sama dengan output, maka hasil akumulasinya adalah nol, dimana massa tetap konstan. Kondisi dengan akumulasi nol atau massa konstan ini disebut sebagai kondisi stabil atau steady-state. Hal ini dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\text{input} = \text{output} \tag{2}$$

Selanjutnya, kekekalan massa ini akan menentukan steady-state pada sistem reaktor. Dalam hal ini, keseimbangan massa dapat digunakan untuk pemecahan masalahnya dengan meyatakan input dan output dalam hal variabel dan parameter terukur.

Dalam makalah ini akan membahas penggunaan sistem persamaan lanjar dalam menganalisis steady-state pada sistem reaktor tersebut. Persamaan lanjar yang digunakan adalah eliminasi Gauss, dekomposisi LU, dan lelaran Gauss-Seidel.

II. DASAR TEORI REAKTOR

A. Sistem Reaktor

Reaktor adalah suatu alat proses tempat di mana terjadinya suatu reaksi berlangsung, baik itu reaksi kimia atau nuklir dan bukan secara fisika. Dengan terjadinya reaksi inilah suatu bahan berubah ke bentuk bahan lainnya, perubahannya ada yang terjadi secara spontan alias terjadi dengan sendirinya atau bisa juga butuh bantuan energi seperti panas (contoh energi yang paling umum). Perubahan yang dimaksud adalah perubahan kimia, jadi terjadi perubahan bahan bukan fase misalnya dari air menjadi uap yang merupakan reaksi fisika. [2]

Ada dua jenis reaktor, yaitu reaktor kimia dan reaktor nuklir. Kedua jenis reaktor berbeda dalam beberapa hal, yang paling mencolok adalah dalam reaktor kimia hukum kekekalan massa memegang peranan yang sangat penting, karena tidak ada massa yang hilang dalam reaksi ia hanya berubah dari satu jenis bahan ke bahan ke jenis yang lain. Sedangkan reaktor nuklir tidak seperti itu, dalam reaktor ini ada massa yang hilang untuk diubah ke bentuk energi yang memang untuk inilah reaktor nuklir dirancang. Reaktor kimia ini adalah jenis reaktor yang umum sekali digunakan dalam industri. Hal ini dikarenakan, dalam sintesis bahan kita selalu memerlukan jenis reaktor ini. [2]

Ada tiga tipe pendekatan utama yang digunakan dalam pengoperasian reaktor, yaitu model reaktor batch, model

Reaktor tangki berpengaduk (RATB) atau dikenal juga sebagai RTIK (Reaktor Tangki Ideal Kontinu), dan model Reaktor alir pipa (RAP) atau dikenal juga sebagai RAS (Reaktor aliran Sumbat).

B. *RATB (Reaktor Alir Tangki Berpengaduk)*

RATB dikenal juga sebagai RTIK (Reaktor Tangki Ideal Kontinu). Di RATB, satu atau lebih reaktan masuk ke dalam suatu bejana berpengaduk dan bersamaan dengan itu sejumlah yang sama (produk) dikeluarkan dari reaktor. Pengaduk dirancang sehingga campuran teraduk dengan sempurna dan diharapkan reaksi berlangsung secara optimal. Waktu tinggal dapat diketahui dengan membagi volum reaktor dengan kecepatan volumetrik cairan yang masuk reaktor. Dengan perhitungan kinetika kimia, konversi suatu reaktor dapat diketahui. [3]

Beberapa hal penting mengenai RATB, adalah (1) reaktor berlangsung secara steady-state, sehingga jumlah yang masuk setara dengan jumlah yang ke luar reaktor jika tidak tentu reaktor akan berkurang atau bertambah isinya; (2) perhitungan RATB mengasumsikan pengadukan terjadi secara sempurna sehingga semua titik dalam reaktor memiliki komposisi yang sama. Dengan asumsi ini, komposisi keluar reaktor selalu sama dengan bahan di dalam reaktor; (3) seringkali, untuk menghemat digunakan banyak reaktor yang disusun secara seri daripada menggunakan reaktor tunggal yang besar. Sehingga reaktor yang di belakang akan memiliki komposisi produk yang lebih besar dibanding di depannya; dan (4) dapat dilihat, bahwa dengan jumlah RATB kecil yang tak terbatas model perhitungan akan menyerupai perhitungan untuk RAP (Reaktor Alir Pipa). [3]

Keseimbangan massa sama dengan 0 dengan hipotesis steady-state (tidak ada akumulasi). Persamaannya adalah sebagai berikut:

$$c_{in} - c_{out} + \theta_H . r = 0 \qquad (3)$$

Dimana $\theta_H = V/Q$ adalah rata-rata waktu tinggal. [4]

C. *RAP (Reaktor Alir Pipa)*

RAP dikenal juga sebagai RAS (Reaktor aliran Sumbat). Dalam RAP, satu atau lebih reaktan dipompa ke dalam suatu pipa. Biasanya reaksi yang menggunakan RAP adalah reaksi fase gas. [3]

Reaksi kimia berlangsung sepanjang pipa sehingga semakin panjang pipa konversi akan semakin tinggi. Namun tidak semudah ini menaikkan konversi, dalam RAP konversi terjadi secara gradien, pada awalnya kecepatan reaksi berlangsung secara cepat namun setelah panjang pipa tertentu jumlah reaktan akan berkurang dan kecepatan reaksi berlangsung lebih lambat dan akan makin lambat seiring panjangnya pipa. Artinya, untuk mencapai konversi 100% panjang pipa yang dibutuhkan adalah tak terhingga. [3]

Beberapa hal penting mengenai RAP, yaitu (1) perhitungan dalam model RAP mengasumsikan tidak terjadi pencampuran, dan reaktan bergerak secara aksial bukan radial; (2) katalisator dapat dimasukkan melalui titik yang berbeda dari titik masukan, diharapkan reaksi lebih optimal dan terjadi penghematan; dan (3) biasanya, RAP memiliki konversi yang lebih besar dibanding RATB dalam volum yang sama. Artinya, dengan waktu tinggal yang sama RAP memberikan hasil yang lebih besar dibanding RATB. [3]

Keseimbangan massa sama dengan 0 dengan hipotesis steady-state (tidak ada akumulasi). Persamaannya adalah sebagai berikut:

$$Q.c_t - Q.c_{t+\Delta t} + \Delta V.r = Q.c_t - Q.c_{t+\Delta t} + Q.\Delta t.r = 0 \qquad (4)$$

Dimana persamaannya akan menjadi,

$$c_t - c_{t+\Delta t} + \Delta t.r = 0 \qquad (5)$$

III. DASAR TEORI PERSAMAAN LANJAR

Sistem persamaan lanjar (SPL) dengan dengan *n* peubah dinyatakan sebagai

$$\begin{matrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \qquad \vdots \\ \vdots \qquad \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n \end{matrix} \qquad (6)$$

Dengan menggunakan perkalian matriks, kita dapat menulis persamaan (6) sebagai persamaan matriks

$$Ax = b \qquad (7)$$

yang dalam hal ini,

A = [a_{ij}] adalah matriks berukuran n x n

x = [x_j] adalah matriks berukuran n x 1

b = [b_j] adalah matriks berukuran n x 1 (disebut juga vektor kolom).

Hingga akhirnya bentuk persamaan (6) akan menjadi vektor sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ . \; x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ . \; b_n \end{bmatrix}$$

Solusi dari persamaan (6) adalah himpunan nilai x_1, x_2, …, x_n yang memenuhi n buah persamaan. Beberapa metode penyelesaian praktis sistem persamaan, yaitu (1) Metode eliminasi Gauss; (2) Metode eliminasi Gauss-Jordan; (3) Metode matriks balikan; (4) Metode dekomposisi LU; (5) Metode lelaran Jacobi; dan (6) Metode lelaran Gauss-Seidel. [5]

Dalam makalah ini hanya akan melakukan penyelesaian dengan eliminasi Gauss, dekomposisi LU, dan lelaran Gauss-Seidel.

A. *Metode Eliminasi Gauss*

Eliminasi Gauss adalah suatu metode untuk mengoperasikan nilai-nilai di dalam matriks sehingga menjadi matriks yang lebih sederhana lagi. Dengan melakukan operasi baris sehingga matriks tersebut menjadi matriks yang baris. Ini dapat digunakan sebagai salah satu metode penyelesaian persamaan linear dengan menggunakan matriks. Caranya dengan mengubah persamaan linear tersebut ke dalam matriks teraugmentasi dan mengoperasikannya. Setelah menjadi matriks baris, lakukan substitusi balik untuk mendapatkan nilai dari variabel-variabel tersebut. Dengan kata lain, Ax = b dengan A adalah matriks berukuran n x n, x dan b adalah matriks dengan ukuran n x 1.

Metode eliminasi gauss didasarkan pada kenyataan bahwa pada matriks yang sudah berbentuk segitiga atas, metode penyulihan mundur dapat dilakukan sehingga dengan mudah nilai vektor yang memenuhi akan terpenuhi.

Metode eliminasi gauss dilakukan dengan cara mengubah sistem persamaan Ax = b menjadi Ux = y dengan U merupakan sebuah matriks segitiga atas. Proses eliminasi terdiri atas tiga operasi baris elementer:

1. Pertukaran : Urutan dua persamaan dapat ditukar karena pertukaran tersebut tidak mempengaruhi solusi akhir.
2. Penskalaan : Persamaan dapat dikali dengan konstanta bukan nol, karena perkalian tersebut tidak mempengaruhi solusi akhir.
3. Penggantian : Persamaan dapat diganti dengan penjumlahan persamaan itu dengan gandaan persamaan lain.

Berikut ini adalah algoritma metode Eliminasi Gauss untuk Matlab [6]:

```
function x = GaussNaive(A,b)
% GaussNaive: naive Gauss elimination
% x = GaussNaive(A,b): Gauss elimination without
pivoting.
% input:
% A = coefficient matrix
% b = right hand side vector
% output:
% x = solution vector
[m,n] = size(A);
if m~=n, error('Matrix A must be square'); end
nb = n+1;
Aug = [A b];
% forward elimination
for k = 1:n-1
for i = k+1:n
factor = Aug(i,k)/Aug(k,k);
Aug(i,k:nb) = Aug(i,k:nb)-factor*Aug(k,k:nb);
end
end
% back substitution
x = zeros(n,1);
x(n) = Aug(n,nb)/Aug(n,n);
for i = n-1:-1:1
x(i) = (Aug(i,nb)-Aug(i,i+1:n)*x(i+1:n))/Aug(i,i);
end
```

B. *Metode Dekomposisi LU*

Matriks dapat difaktorkan (diuraikan atau didekomposisiskan) menjadi matriks segitiga bawah L dan matriks segitiga atas U. Atau biasa ditulis dengan rumus umum, yaitu A = LU.

Setelah didekomposisikan menjadi L dan U, kita dapan menggunakan nilai A tersebut untuk mencari solusi dari suatu persamaan linear. Dengan mensulihkannya ke dalam format umum persamaan linear, yakni Ax = b.

Maka kita akan mendapatkan LUx = b dengan mengandaikan Ux = y dan Ly = b. Nilai x dapat diperoleh dengan 3 langkah berikut: (1) Bentuk matriks L dan U dari A; (2) Pecahkan persamaan Ly = b, lalu hitung y dengan teknik penyulihan maju; dan (3) Pecahkan persamaan Ux = y, lalu hitung x dengan teknik penyulihan mundur.

Berikut ini langkah-langkah menggunakan metode Dekomposisi LU yang sudah ada di Matlab [6]:

1. Tuliskan vektor seperti biasa yang bagian kanan (A) dan kiri (b)
2. Kemudian panggil metod lu(A)

```
>> [L,U] = lu(A)
```

3. Hasil L dan U yang sudah didapatkan kemudian di kalikan dengan cara L*U
4. Kemudian tuliskan d = L\b dan x = U\d
5. X yang muncul adalah hasil akhir dari semua akar yang ada.

C. *Metode Lelaran Gauss-Seidel*

Metode Gauss-Seidel digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear (SPL) berukuran besar dan proporsi koefisien nolnya besar, seperti sistem-sistem yang banyak ditemukan dalam sistem persamaan diferensial. Metode iterasi Gauss-Seidel dikembangkan dari gagasan metode iterasi pada solusi persamaan tak linier. [7]

Teknik iterasi jarang digunakan untuk menyelesaikan SPL berukuran kecil karena metode-metode langsung seperti metode eliminasi Gauss lebih efisien daripada metode iteratif. Akan tetapi, untuk SPL berukuran besar dengan persentase elemen nol pada matriks koefisien besar, teknik iterasi lebih efisien daripada metode langsung dalam hal penggunaan memori komputer maupun waktu komputasi. Dengan metode iterasi Gauss-Seidel sesatan pembulatan dapat diperkecil karena dapat meneruskan iterasi sampai solusinya seteliti mungkin sesuai dengan batas sesatan yang diperbolehkan. [7]

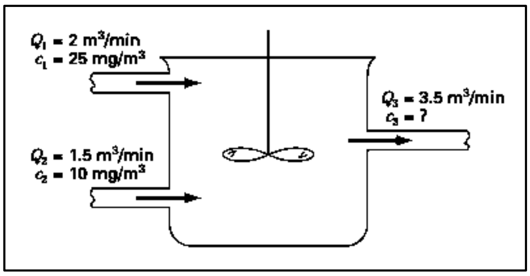
Berikut ini adalah algoritma metode Lelaran Gauss-Seidel untuk Matlab [6]:

```
function x = GaussSeidel(A,b,es,maxit)
% GaussSeidel: Gauss Seidel method
% x = GaussSeidel(A,b): Gauss Seidel without
relaxation
% input:
% A = coefficient matrix
% b = right hand side vector
% es = stop criterion (default = 0.00001%)
% maxit = max iterations (default = 50)
% output:
% x = solution vector
if nargin<2,error('at least 2 input arguments
required'),end
if nargin<4|isempty(maxit),maxit=50;end
if nargin<3|isempty(es),es=0.00001;end
[m,n] = size(A);
if m~=n, error('Matrix A must be square'); end
C = A;
for i = 1:n
C(i,i) = 0;
x(i) = 0;
end
x = x';
for i = 1:n
C(i,1:n) = C(i,1:n)/A(i,i);
```

```
end
for i = 1:n
d(i) = b(i)/A(i,i);
end
iter = 0;
while (1)
xold = x;
for i = 1:n
x(i) = d(i)-C(i,:)*x;
if x(i) ~= 0
ea(i) = abs((x(i) - xold(i))/x(i)) * 100;
end
end
iter = iter+1;
if max(ea)<=es | iter >= maxit, break, end
end
```

IV. STUDI KASUS

Sebelumnya akan dijelaskan terlebih dahulu studi kasus yang berkaitan dengan sistem reaktor ini. Kasus diambil dari buku '*Numerical Methods for Engineers*' yang ditulis oleh Chapra dan Canale.



Gambar 1. Contoh Kasus Sistem 1 Reaktor

Dari Gambar 1 untuk mencari c_3 dengan keadaan steady-state, cukup dengan membuat perhitungan input sama dengan output. Lebih jelasnya dari gambar tersebut, $Q_1 = 2$ m^3/min dan $c_1 = 25$ mg/m^3, maka aliran massa menuju reaktor melalui pipa 1 adalah $Q_1 \times c_1 = (2 \text{ m}^3/\text{min})(25 \text{ mg/m}^3) = 50$ mg/min. Sehingga didapatkan 50 mg dari aliran kimia menuju reaktor melalui pipa ini setiap menitnya. Begitupun dengan pipa 2, aliran massanya bisa dihitung sebagai berikut:

$$Q_2 \times c_2 = (1.5 \text{ m}^3/\text{min})(10 \text{ mg/m}^3) = 15 \text{ mg/min}.$$

Namun, kosentrasi yang keluar dari reaktor melalui pipa 3 tidak diketahui. Maka disini dibutuhkan prinsip kekekalan masa. Karena reaktor berada dalam keadaan steady-state, maka keseimbangan input dan output akan menjadi sebagai berikut:

$$Q_1c_1 + Q_2c_2 = Q_3c_3 \quad (8)$$

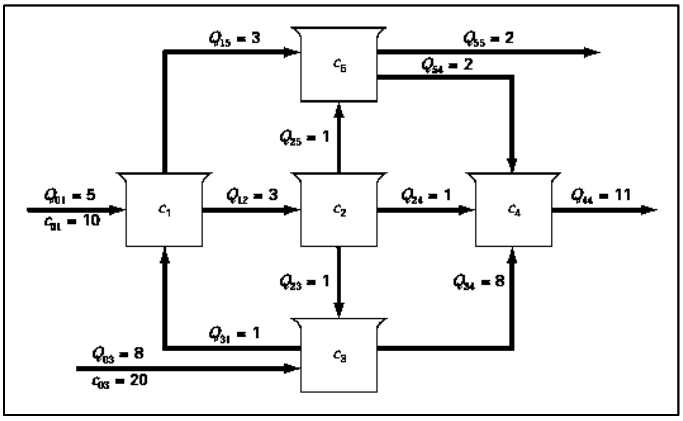
Oleh karena itu, hasilnya akan menjadi seperti:

$$50 \text{ mg/min} + 15 \text{ mg/min} = 3{,}5 \text{ m}^3/\text{min} \times c_3$$

Hasil c_3 pun bisa dihitung dan hasilnya adalah 18,6 mg/m^3. Hasil yang mudah dihitung ini tidak berlaku pada studi kasus yang bisa dilihat pada gambar 2.

Gambar 2 menunjukkan 5 reaktor yang saling berkoneksi. Oleh karenanya, dibutuhkan ada 5 persamaan keseimbangan massa untuk menganalisis reaktor dengan keadaan steady-state tersebut.

Dari gambar tersebut, pada reaktor 1 didapatkan aliran massa yang masuk melalui pipa ke reaktor, adalah $5(10) + Q_{31}c_3$ dan aliran yang keluar adalah $Q_{12}c_1 + Q_{15}c_1$. Sama seperti studi kasus sebelumnya, karena sistem reaktor dalam keadaan steady-state, maka aliran masuk sama dengan yang keluar.



Gambar 2. Contoh Kasus Sistem Banyak Reaktor

Untuk reaktor 1, maka akan menjadi:

$$5(10) + Q_{31}c_3 = Q_{12}c_1 + Q_{15}c_1 \quad (9)$$

$$5(10) + (1)c_3 = (3)c_1 + (3)c_1$$

Dari substitusi tersebut, didapatkan persamaan baru, yaitu:

$$6c_1 - c_3 = 50 \quad (10)$$

Sedangkan, untuk reaktor 2, akan menjadi:

$$Q_{12}c_1 = Q_{23}c_2 + Q_{24}c_2 + Q_{25}c_2 \quad (11)$$

$$3c_1 = (1)c_2 + (1)c_2 + (1)c_2$$

Dari substitusi tersebut, didapatkan persamaan baru, yaitu:

$$-3c_1 + 3c_2 = 0 \quad (12)$$

Sedangkan, untuk reaktor 3, akan menjadi:

$$8(20) + Q_{23}c_2 = Q_{31}c_3 + Q_{34}c_3 \quad (13)$$

$$8(20) + (1)c_2 = (1)c_3 + (8)c_3$$

Dari substitusi tersebut, didapatkan persamaan baru, yaitu:

$$-c_2 + 9c_3 = 160 \quad (14)$$

Sedangkan, untuk reaktor 4, akan menjadi:

$$Q_{34}c_3 + Q_{24}c_2 + Q_{54}c_5 = Q_{44}c_4 \quad (15)$$

$$(8)c_3 + (1)c_2 + (2)c_5 = (11)c_4$$

Dari substitusi tersebut, didapatkan persamaan baru, yaitu:

$$-c_2 - 8c_3 + 11c_4 - 2c_5 = 0 \quad (16)$$

Sedangkan, untuk reaktor 5, akan menjadi:

$$Q_{25}c_2 + Q_{15}c_1 = Q_{54}c_5 + Q_{55}c_5 \quad (17)$$

$$(1)c_2 + (3)c_1 = (2)c_5 + (2)c_5$$

Dari substitusi tersebut, didapatkan persamaan baru, yaitu:

$$-3c_1 - c_2 + 4c_5 = 0 \quad (18)$$

Persamaan yang sudah dihasilkan dengan menganalisis setiap reaktor dengan steady-state kemudian akan diselesaikan dengan beberapa solusi sistem persamaan lanjar. Vektor yang didapat dari persamaan tersebut adalah sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} 6 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -8 & 11 & -2 \\ -3 & -1 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 50 \\ 0 \\ 160 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} .$$

V. HASIL DAN ANALISIS

Dalam makalah ini, persamaan yang dihasilkan dari keadaan steady-state kumpulan reaktor yang terkoneksi hanya akan diselesaikan dengan eliminasi Gauss, dekomposisi LU, dan lelaran Gauss-Seidel.

A. Penggunaan Metode Eliminasi Gauss

Penyelesaian dengan menggunakan eliminasi Gauss ini diterapkan dengan algoritma yang sebelumnya sudah dijabarkan pada Matlab. Hasil yang muncul adalah sebagai berikut:

```
>> GaussNaive(C,b)

ans =

   11.5094
   11.5094
   19.0566
   16.9983
   11.5094
```

Dari hasil eliminasi Gauss tersebut, didapatkan bahwa c_1 = 11,5094 mg/m^3, c_2 = 11,5094 mg/m^3, c_3 = 19,0566 mg/m^3, c_4 = 16,9983 mg/m^3, dan c_5 = 11,5094 mg/m^3.

B. Penggunaan Metode Dekomposisi LU

Penyelesaian dengan menggunakan dekomposisi LU ini diterapkan dengan algoritma yang sudah ada pada Matlab. Penggunaan dan hasil yang muncul adalah sebagai berikut:

```
>> [L,U] = lu(C)

L =

    1.0000         0         0         0         0
   -0.5000    1.0000         0         0         0
         0   -0.3333    1.0000         0         0
         0   -0.3333   -0.9245    1.0000         0
   -0.5000   -0.3333   -0.0755         0    1.0000


U =

    6.0000         0   -1.0000         0         0
         0    3.0000   -0.5000         0         0
         0         0    8.8333         0         0
         0         0         0   11.0000   -2.0000
         0         0         0         0    4.0000
```

```
>> L*U

ans =

    6.0000         0   -1.0000         0         0
   -3.0000    3.0000         0         0         0
         0   -1.0000    9.0000         0         0
         0   -1.0000   -8.0000   11.0000   -2.0000
   -3.0000   -1.0000    0.0000         0    4.0000
```

```
>> d = L\b

d =

   50.0000
   25.0000
  168.3333
  163.9623
   46.0377

>> x = U\d

x =

   11.5094
   11.5094
   19.0566
   16.9983
   11.5094
```

Dari hasil dekomposisi LU tersebut, didapatkan bahwa c_1 = 11,5094 mg/m^3, c_2 = 11,5094 mg/m^3, c_3 = 19,0566 mg/m^3, c_4 = 16,9983 mg/m^3, dan c_5 = 11,5094 mg/m^3.

C. Penggunaan Metode Lelaran Gauss-Seidel

Penyelesaian dengan menggunakan lelaran Gauss-Seidel ini diterapkan dengan algoritma yang sebelumnya sudah dijabarkan pada Matlab. Hasil yang muncul adalah sebagai berikut:

```
>> GaussSeidel(C,b)

ans =

   11.5094
   11.5094
   19.0566
   16.9983
   11.5094

>> GaussSeidel(C,b,0.05)

ans =

   11.5094
   11.5094
   19.0566
   16.9983
   11.5094
```

Dari hasil Gauss-Seidel tersebut, didapatkan bahwa c_1 = 11,5094 mg/m^3, c_2 = 11,5094 mg/m^3, c_3 = 19,0566 mg/m^3, c_4 = 16,9983 mg/m^3, dan c_5 = 11,5094 mg/m^3.

D. Analisis Perbandingan 3 Metode

Dari ke tiga metode numerik yang diterapkan pada kasus analisis steady-state pada sistem reaktor. Ketiga metode menunjukkan hasil yang sama. Itu artinya studi kasus ini bisa dikerjakan oleh semua metode persamaan lanjar tersebut. Karena hasilnya sama, maka penggunaan Eliminasi Gauss lebih baik karena tidak memerlukan iterasi dan tranformasi ke LU terlebih dahulu. Dengan kata lain, metode Eliminasi Gauss lebih sederhana dan ini masih cocok untuk soal ini karena sistem reaktor masih berjumlah kecil. Namun, hal yang berbeda bisa terjadi jika reaktor yang dibuat lebih banyak lagi dengan parameter yang lebih banyak.

Seperti yang diketahui, dekomposisi LU memang lebih cocok dengan kasus yang memiliki banyak vector di samping kanan yang harus dievaluasi. Dengan kata lain, untuk masalah steady-state pada sistem reaktor, dekomposisi LU lebih cocok jika sistem reaktor yang digunakan lebih banyak lagi, sehingga membutuhkan banyak variabel konsentrasi (c) yang diketahui dari setiap sistem reaktor.

Sementara itu, metode Gauss-Seidel adalah solusi yang melibatkan iterasi, dimana pendekatannya mirip untuk persamaan pencarian akar. Sehingga, metode ini melakukan iterasi untuk terus mendefinisikan nilai yang dicari. Tentunya, metode ini pun lebih cocok ke studi kasus dengan persamaan yang mirip untuk nirlanjar. Metode akan lebih kompleks untuk masalah sistem reaktor yang sederhana seperti dalam makalah ini. Kompleksnya terletak pada komputasi dan waktu, karena melibatkan iterasi.

VI. Kesimpulan

Untuk analisis steady-state pada sistem reaktor yang kemudian harus mencari variabel konsentrasi pada setiap reaktor, maka jika jumlah sedikit lebih cocok dengan Eliminasi Gauss karena kasusnya tidak terlalu kompleks. Sehingga komputasinya pun tidak terlalu kompleks. Namun, jika sistem reaktornya banyak dan kompleks, dekomposisi LU bisa menjadi solusi yang lebih baik karena vektor di bagian kanan pun akan lebih banyak.

Untuk sementara, metode Gauss-Seidel memiliki kemungkinan cocok dengan kasus steady-state pada sistem reaktor ini jika memang ada kondisi kasus yang memungkinkan lebih mirip dengan nir lanjar.

Referensi

[1] "Hukum kekekalan massa," Wikipedia, [Online]. Available: https://id.wikipedia.org/wiki/Hukum_kekekalan_massa. [Accessed 4 Mei 2016].

[2] "Reaktor," Wikipedia, [Online]. Available: https://id.wikipedia.org/wiki/Reaktor. [Accessed 4 Mei 2016].

[3] "Reaktor Kimia," Wikipedia, [Online]. Available: https://id.wikipedia.org/wiki/Reaktor_kimia. [Accessed 4 Mei 2016].

[4] M. K. Stenstrom, "Fundamentals of Chemical Reactor Theory," UNIVERSITY OF CALIFORNIA, Los Angeles, 2003.

[5] R. Munir, Metode Numerik, Bandung.

[6] S. C. Chapra, Applied Numerical Methods with MATLAB® for Engineers and Scientists, New York: McGraw-Hill, 2012.

[7] "Metode Gauss-Seidel," Wikipedia, [Online]. Available: https://id.wikipedia.org/wiki/Metode_Gauss-Seidel. [Accessed 4 Mei 2016].

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 4 Mei 2016

Ghoziyah Haitan Rachman (23515074)