Prediksi Skenario Kompetisi dalam Kompetisi Interspesifik Dua Spesies Menggunakan Metode Euler

Guntario Sukma Cahyani/23515007[1]
Program Studi Magister Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesa 10 Bandung 40132, Indonesia
[1]*23515007@std.stei.itb.ac.id*

***Abstrak*—Kompetisi Interspesifik (*Interspecific competition*), atau kompetisi antar spesies, merupakan kompetisi antar dua atau lebih spesies yang berbeda terhadap suatu sumber daya terbatas yang dipakai bersama. Hal ini digambarkan oleh model Lotka-Volterra Kompetitif yang merupakan persamaan diferensial biasa (PDB). Dengan model Lotka-Volterra Kompetitif, skenario kompetisi spesies dapat diprediksi dari kondisi tunak pertumbuhan spesies – yang akan dicari dengan mengaplikasikan Metode Euler pada persamaan Lotka-Volterra Kompetitif – kemudian melihat hubungannya dengan *garis isocline* untuk kedua spesies.**

Kata kunci—Kompetisi interspesifik, model Lotka-Volterra Kompetitif, skenario kompetisi, Metode Euler, solusi persamaan diferensial biasa

I. PENDAHULUAN

Pada bidang Biologi, interaksi antar makhluk merupakan sesuatu yang penting untuk diamati, karena melalui interaksi antar makhluk hidup, para ilmuwan Biologi dapat mempelajari banyak hal, seperti melihat dinamika suatu populasi tunggal, mengetahui *carrying capacity* dari suatu spesies, melihat dinamika spesies-spesies yang memiliki hubungan mangsa-pemangsa dari suatu ekosistem, atau melihat bentuk persaingan lain antar dan dalam spesies pada sebuah ekosistem. Salah satu bentuk interaksi yang sering diamati adalah interaksi kompetitif, yaitu interaksi di mana makhluk-makhluk hidup yang terlibat bersaing terhadap sesuatu demi kelangsungan hidupnya. Terdapat dua kompetisi yang umum, yaitu kompetisi intraspesifik (*intraspecific competition*) dan kompetisi interspesifik (*interspecific competition*). Kompetisi intraspesifik adalah kompetisi antar individu yang sama, sedangkan kompetisi interspesifik adalah kompetisi antar spesies yang berbeda. Kompetisi yang dimaksud adalah persaingan dalam mendapatkan sumber daya-sumber daya yang akan menjamin kelangsungan dan keberlanjutan hidup – makanan, kandang, air minum, dan lainnya. Kompetisi interspesifik ini membantu para ilmuwan Biologi dalam banyak hal, antar lain upaya menggambarkan evolusi spesies tunggal serta dapat memprediksi struktur dari komunitas biologis.

Model matematika untuk kompetisi interspesifik dapat menggambarkan kondisi suatu spesies apabila dipengaruhi oleh keberadaan spesies lainnya, dan lebih jauh dapat memprediksi apakah sekumpulan spesies berbeda tersebut dapat tinggal bersama (*coexist*), atau tidak karena salah satu spesiesnya menuju kepunahan akibat kalah saing dengan spesies lainnya dalam memanfaatkan sumber daya yang ada. Salah satu model matematika yang terkenal untuk kondisi tersebut adalah model Lotka-Volterra Kompetitif, yaitu sebuah model yang merupakan modifikasi dari model mangsa-pemangsa (*prey-predator*) Lotka-Volterra (atau biasa disebut model Lotka-Volterra saja). Model Lotka-Volterra sendiri merupakan model yang memiliki kemiripan dengan model matematika logistik yang menggambarkan pertumbuhan populasi sebuah spesies dengan batasan sumber daya, dengan penambahan interaksi antar spesies di dalam persamaannya.

Seperti model Lotka-Volterra, model Lotka-Volterra Kompetitif merupakan persamaan diferensial biasa (PDB). Model Lotka-Volterra Kompetitif akan menggambarkan perubahan jumlah populasi suatu spesies (N_i) terhadap waktu (t) di dalam lingkungan multispesies. Dari penggambaran tersebut, seperti yang digambarkan dalam persamaan-persamaan lain yang memodelkan pertumbuhan populasi dengan sumber daya terbatas, akan terlihat bahwa pada suatu titik, masing-masing spesies akan sampai pada kondisi tunak, baik ketika salah satu spesies menang dalam kompetisi–dalam artian membuat spesies yang lainnya punah–ataupun ketika kedua spesies dapat hidup berdampingan.

Dalam persamaan Lotka-Volterra Kompetitif–dan juga Lotka-Volterra yang biasa–dinamika populasi tersebut dimodelkan dalam bentuk laju peningkatan (atau penurunan) suatu spesies. Dalam matematika, laju dilambangkan dengan turunan, dan laju perubahan jumlah individu pada suatu spesies dapat dituliskan sebagai $\frac{dN_i}{dt}$ dengan N_i adalah jumlah populasi spesies ke-i dan t adalah waktu. Dimisalkan terdapat kompetisi interspesifik antara dua spesies, N_1 dan N_2, sistem tersebut dikatakan berada di dalam keadaan tunak (*steady state*) apabila $\frac{dN_1}{dt} = \frac{dN_2}{dt} = 0$, yaitu ketika laju perubahan jumlah spesies terhadap waktu sama dengan nol, dengan kata lain jumlah populasi sudah tidak bertambah atau berkurang lagi.

Katakanlah kompetisi interspesifik yang dijelaskan pada paragraf sebelumnya dapat dimodelkan menjadi suatu fungsi *N*(*t*). *N*(*t*) akan memiliki asimtot pada nilai *N*(*t*) tertentu, yaitu ketika *N* tidak lagi berubah terhadap *t*-. Kondisi tunak dapat dicari dengan memasukkan nilai-nilai *t* ke dalam *N*(*t*) sampai ditemukan nilai *N*(*t*) yang tidak berubah (atau berubah lebih kecil dari ε). Tetapi pada kasus ini, fungsi *N*(*t*) tidak diketahui, dan yang diketahui hanyalah model yang berbentuk PDB. Karena itu, penyelesaianya tidak dapat dilakukan sesederhana memasukkan nilai *t* ke dalam fungsi *N*(*t*). Pencarian solusi bagi model Lotka-Volterra Kompetitif harus dilakukan dengan metode penyelesaian solusi PDB.

Metode penyelesaian PDB merupakan metode untuk mencari solusi dari PDB, dan metode ini dapat menaksir nilai *N*(*t*) dari $\frac{dN}{dt}$, serta menaksir plot *N*(*t*). Metode penyelesaian PDB sangat berguna dalam bidang rekayasa, karena walau permasalahan rekayasa ada yang dapat diselesaikan dengan analitik, terdapat permasalahan-permasalahan yang modelnya tidak berupa fungsi aslinya melainkan dalam bentuk PDB yang sulit–atau bahkan–tidak dapat diintegralkan secara analitik, sehingga harus diselesaikan dengan metode numerik, seperti dalam kasus model Lotka-Volterra Kompetitif.

Terdapat banyak metode numerik yang dapat memberikan solusi PDB, antara lain Metode Euler, Metode Heun, Metode Deret Taylot, Metode Runge-Kutta, dan Metode *predictor-corrector.* Tidak semua metode tersebut akan digunakan untuk menyelesaikan Lotka-Volterra Kompetitif, hanya Metode Euler saja yang akan digunakan.

Secara berurutan, paper ini akan menjelaskan model Lotka-Volterra Kompetitif lebih rinci serta Metode Euler pada bagian II, aplikasi Metode Euler pada permasalahan kompetisi interspesifik hipotetikal pada bagian III, pembahasan hasil perhitungan numerik pada bagian IV, dan akhirnya, kesimpulan pada bagian V.

II. TEORI: MODEL LOTKA-VOLTERRA KOMPETITIF DAN METODE EULER

A. *Model Lotka-Volterra Kompetitif*

Laju pertumbuhan populasi suatu spesies terisolasi, yaitu populasi sebuah spesies pada suatu lingkungan, di mana tidak ada spesies lain yang tinggal di lingkungan tersebut, digambarkan dengan:

$$\frac{dN}{dt} = rN\left(\frac{K-N}{K}\right) = \frac{rNK - rN^2}{K} \qquad (1)$$

dengan *N* adalah jumlah populasi spesies, *t* adalah waktu, *r* adalah laju kenaikan intrinsik, dan *K* adalah kapasitas bawa (*carrying capacity*). Laju kenaikan intrinsik secara kasar menunjukkan seberapa cepat suatu populasi bertambah, dan kapasitas bawa secara kasar menggambarkan beban maksimum lingkungan dalam membawa individu-individu yang berada di dalam lingkungan tersebut.

Pada persamaan ini tergambar persaingan intraspesifik, yaitu persaingan antar individu dalam satu spesies (rN^2). Jumlah individu di dalam lingkungan ini dibatasi oleh *K* serta persaingan antar individu di dalam spesies tersebut (individu tentu akan bersaing dalam pemakaian sumber daya); $\frac{dN}{dt}$ akan bernilai negatif jika *N* lebih besar dari *K.*

Persamaan Lotka-Volterra Kompetitif menambahkan interaksi interspesifik sebagai berikut:

$$\frac{dN_1}{dt} = r_1N_1\left(\frac{K_1 - N_1 - \alpha_{12}N_2}{K_1}\right) \qquad (2)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = r_2N_2\left(\frac{K_2 - N_2 - \alpha_{21}N_1}{K_2}\right) \qquad (3)$$

jika diasumsikan pada suatu lingkungan terdapat dua spesies yang tinggal. Seperti model pertumbuhan spesies terisolasi, model ini menggambarkan kompetisi intraspesifik, tetapi tidak seperti model sebelumnya, terdapat *term* yang menggambarkan kompetisi interspesifik, yaitu $-\alpha_{12}N_2$ dan $-\alpha_{21}N_1$, dengan α merepresentasikan pengaruh suatu spesies terhadap spesies lainnya (α_{12} menggambarkan pengaruh spesies 2 terhadap spesies 1 dan α_{21} menggambarkan pengaruh spesies 1 terhadap spesies 2). [2] Dari model ini, dapat ditarik makna sebagai berikut:

- Pada kompetisi intraspesifik, laju pertumbuhan spesies *i* akan berkurang apabila jumlah individu spesies *i* melebihi kapasitas bawa *K* karena akan ada individu-individu pada spesies *i* yang tidak dapat "dibawa" oleh ekosistem (yaitu individu-individu yang kalah saing dengan sesamanya),
- Pada kompetisi interspesifik, laju pertumbuhan spesies *i* akan berkurang apabila pengaruh spesies *j* sangat besar terhadap spesies *i*, dengan kata lain ketika kemampuan spesies *j* dalam memanfaatkan/mengambil sumber daya sangat baik, terlebih jika jumlah individu spesies *j* sangat banyak, maka keberadaan spesies *i* dapat terancam karena sumber daya dikuasai oleh spesies *j*. Hal yang sama juga berlaku sebaliknya, yaitu ketika spesies *i* dan spesies *j* berada dalam kondisi sebaliknya, yang menunjukkan bahwa keberadaan satu spesies merupakan suatu "ancaman" bagi spesies yang lain karena dapat menjadi faktor berkurangnya spesies tersebut apabila terdapat sumber daya yang terbatas.

Persamaan Lotka-Volterra Kompetitif memiliki perbedaan dengan persamaan Lotka-Volterra mangsa-pemangsa dalam koefisien yang mempengaruhi antar spesies. Jika pada model Kompetitif keberadaan suatu spesies akan selalu memberikan pengaruh negatif kepada spesies lainnya, karena persaingan terhadap sumber daya, pada model mangsa-pemangsa, keberadaan pemangsa akan memberikan pengaruh negatif bagi mangsa (semakin banyak pemangsa maka kehidupan mangsa akan terancam), tetapi keberadaan mangsa akan memberikan pengaruh positif pada pemangsa (pemangsa akan semakin makmur jika mangsa semakin banyak).

Untuk mengetahui prediksi model Lotka-Volterra, dilakukan pembuatan *state-space graph*, yaitu grafik yang menunjukkan prediksi kestabilan sistem (apakah kedua spesies dapat hidup berdampingan, atau dapat hidup berdampingan tetapi tidak stabil, atau tidak dapat hidup berdampingan karena spesies yang satu mengalahkan yang lain) dengan berbagai skenario banyaknya masing-masing spesies (misalnya sedikit N_1 sedikit N_2, banyak N_1 sedikit N_2, dan lain-lain). Grafik dibuat dengan mencari *zero isocline*, yaitu dengan pertama-tama membuat persamaan Lotka-Volterra menjadi sama dengan nol, kemudian dari persamaan linier yang terbentuk, plot garis ke dalam graf.

Dari persamaan ini:

$$\frac{dN_1}{dt} = r_1 N_1 \left(\frac{K_1 - N_1 - \alpha_{12} N_2}{K_1}\right) = 0 \quad (4)$$

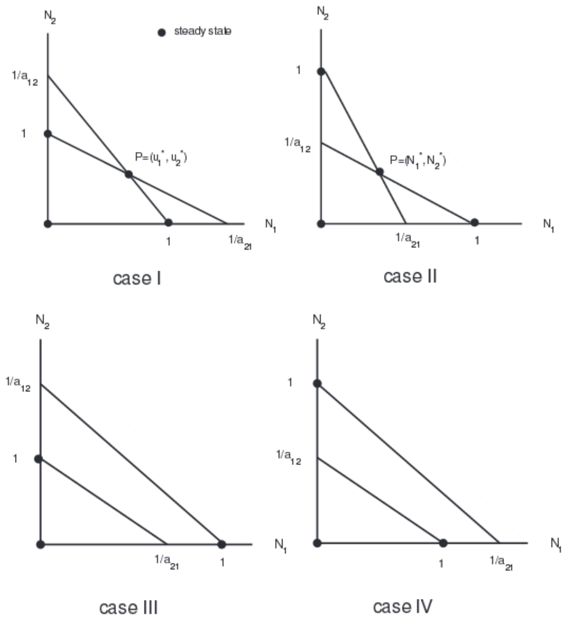
$$\frac{dN_2}{dt} = r_2 N_2 \left(\frac{K_2 - N_2 - \alpha_{21} N_1}{K_2}\right) = 0 \quad (5)$$

didapatkan:

$$N_1 = K_1 - \alpha_{12} N_2 \quad (6)$$

$$N_2 = K_2 - \alpha_{21} N_1 \quad (7)$$

Persamaan linier tersebut digambarkan ke dalam grafik dan memberikan empat skenario yang mungkin sebagai berikut:



Gambar 1. Gambaran kompetisi interspesifik dengan *zero-isocline*.[1]

Skenario 1: jika kompetisi tidak terlalu kuat maka kedua spesies dapat hidup berdampingan dengan stabil tetapi pada jumlah populasi masing-masing yang lebih kecil dari kapasitas bawa masing-masing spesies.

Skenario 2: terjadi kompetisi yang agresif sehingga salah satu spesies pasti menang dan spesies lainnya bergerak menuju kepunahan. Spesies yang menang tergantung kepada spesies yang memiliki titik awal menguntungkan.

Skenario 3 dan 4: kompetisi interspesifik satu spesies mendominasi yang lainnya dan spesies yang memiliki kompetisi paling kuat akan membuat spesies lainnya menuju kepunahan.[3]

B. *Metode Euler*

Dimisalkan terdapat suatu PDB:

$$y' = \frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

dan akan dilakukan suatu hampiran nilai y di sekitar nilai x_r dengan

$$x_r = x_0 + rh$$

r adalah angka dari 0 sampai ke n, dan h adalah besarnya langkah, maka penurunan Metode Euler terhadap $y(x_{r+1})$ di sekitar x_r diturunkan dengan Deret Taylor sebagai berikut.

$$y(x_{r+1}) = y(x_r) + \frac{(x_{r+1} - x_r)}{1!} y'(x_r) + \frac{(x_{r+1} - x_r)^2}{2!} y''^{(x_r)} + \cdots$$

Deret Taylor tersebut dapat dipotong, misalnya sampai pada orde dua saja, sehingga didapat:

$$y(x_{r+1}) = y(x_r) + \frac{(x_{r+1} - x_r)}{1!} y'(x_r) + \frac{(x_{r+1} - x_r)^2}{2!} y''^{(x_r)}$$

Dimisalkan $y'(x_r) = f(x_r, y_r)$, dan $x_{r+1} = x_r + h$, maka $x_{r+1} - x_r = h$ dan $x_{r+1} - x_r$ pada Deret Taylor dapat disubstitusi dengan h sehingga menjadi:

$$y(x_{r+1}) = y(x_r) + hy'(x_r) + \frac{h^2}{2!} y''^{(x_r)}$$

(pada persamaan ini 1! sudah dihilangkan)

Jika PDB yang ingin diselesaikan adalah PDB orde satu, maka persamaan di atas akan dipotong lagi sehingga hanya mengambil dua *term* pertama, sebagai berikut:

$$y(x_{r+1}) = y(x_r) + hy'(x_r)$$

yang merupakan persamaan yang digunakan dalam Metode Euler atau Metode Euler-Cauchy, atau disebut juga sebagai metode orde pertama. Tidak lupa, karena Metode Euler merupakan metode numerik yang melakukan iterasi, diperlukan *starting point*, yaitu tebakan awal, $y(x_0)$ supaya iterasi dapat berjalan. [1]

III. Metode Euler dalam Permasalahan Kompetisi Interspesifik

Metode Euler akan dilakukan untuk memprediksi hasil dari kompetisi interspesifik dua spesies hipotetikal. Dimisalkan terdapat dua spesies hipotetikal A dan B, dengan parameter-parameter sebagai berikut: $K_A = 800$, $K_B = 600$, $\alpha_{AB} = 1.2$, $\alpha_{BA} = 1.2$, $r_A = 0.8$ dan $r_B = 0.8$. Parameter-parameter tersebut dimasukkan ke dalam persamaan 2 dan 3 (dengan mengganti indeks 1 menjadi A dan 2 menjadi B) sehingga menjadi:

$$\frac{dN_A}{dt} = 0.8 N_A \left(\frac{800 - N_A - 1.2 N_B}{800}\right) \quad (8)$$

$$\frac{dN_B}{dt} = 0.8 N_B \left(\frac{600 - N_B - 1.2 N_A}{600}\right) \quad (9)$$

[1] Sumber gambar: http://www.ucl.ac.uk/~ucess29/page2/MATH3506Chapters/Math3506Chapter3.pdf

Untuk mempersingkat, $\frac{dN_A}{dt}$ akan diganti dengan N'_A dan $\frac{dN_B}{dt}$ menjadi N'_B, dan untuk mempermudah analisis, bentuk persamaan akan diubah menjadi:

$$N'_A = aN_A - bN_A N_B - cN_A^2 = 0.8N_A - \frac{1.2 \cdot 0.8}{800} N_A N_B - \frac{0.8}{800} N_A^2$$

$$N'_B = dN_B - eN_A N_B - fN_B^2 = 0.8N_B - \frac{1.2 \cdot 0.8}{600} N_A N_B - \frac{0.8}{600} N_B^2$$

dan terdapat bentuk parameter baru yang merupakan hasil dari manipulasi aljabar PDB, yaitu $a = 0.8$, $b = \frac{1.2 \cdot 0.8}{800}$, $c = \frac{0.8}{800}$, $d = 0.8$, $e = \frac{1.2 \cdot 0.8}{600}$, dan $f = \frac{0.8}{600}$. Parameter ini yang seterusnya akan dipakai pada Metode Euler yang akan dikerjakan.

Iterasi pada Metode Euler untuk kasus ini akan menggunakan dua persamaan berikut ini:

$$N_A^{(r+1)} = N_A^{(r)} + hN'^{(r)}_A \qquad (10)$$

$$N_B^{(r+1)} = N_B^{(r)} + hN'^{(r)}_B \qquad (11)$$

dengan:

$$N'^{(r)}_A = aN_A^{(r)} - bN_A^{(r)} N_B^{(r)} - c(N_A^{(r)})^2 \qquad (12)$$

$$N'^{(r)}_B = dN_B^{(r)} - eN_A^{(r)} N_B^{(r)} - f(N_B^{(r)})^2 \qquad (13)$$

dengan *r* menunjukkan iterasi ke-*r* dan *h* merepresentasikan langkah iterasi, yang pada kasus ini merepresentasikan jarak antar titik waktu *t*.

Kondisi tunak pada sistem akan tercapai apabila pada iterasi, nilai N_A dan N_B tidak berubah seiring dengan berjalannya waktu, atau dapat dikatakan bahwa galat antara $N_A^{(r+1)}$ dengan $N_A^{(r)}$ dan $N_B^{(r+1)}$ dengan $N_B^{(r)}$ kurang dari nilai galat henti (ε) yang ditetapkan. Untuk kasus ini, ditetapkan ε = 0.000001. Gambar 2 adalah implementasi penyelesaian permasalahan kompetisi interspesifik dengan Metode Euler menggunakan bahasa C. Program tersebut akan menampilkan hasil iterasi dengan Metode Euler pada konsol. Persamaan 10 – 13 digunakan di dalam program.

Pada prakteknya, fungsi euler akan dipanggil pada fungsi utama. Kondisi awal spesies serta parameter persamaan ditentukan oleh pengguna. Dalam kasus ini, parameter yang digunakan adalah parameter pada persamaan 8 dan 9 dan kondisi awal spesies adalah angka bebas.

Secara garis besar, prediksi kompetisi interspesifik dilakukan dengan langkah-langkah berikut

a) Mencari parameter masi/ng-masing spesies yang ingin diketahui kompetisinya (dalam paper ini digunakan nilai hipotetikal untuk spesies hipotetikal),

b) Menaksir bentuk fungsi terhadap waktu untuk masing-masing spesies, $N_A(t)$ dan $N_B(t)$, dengan menyelesaikan PDB masing-masing spesies, $\frac{dN_A}{dt}$ dan $\frac{dN_B}{dt}$, menggunakan metode penyelesaian PDB,

c) Membuat grafik fasa dari solusi PDB untuk mengetahui titik kondisi tunak,

d) Membandingkan grafik fasa terhadap grafik *zero-isocline* kedua spesies

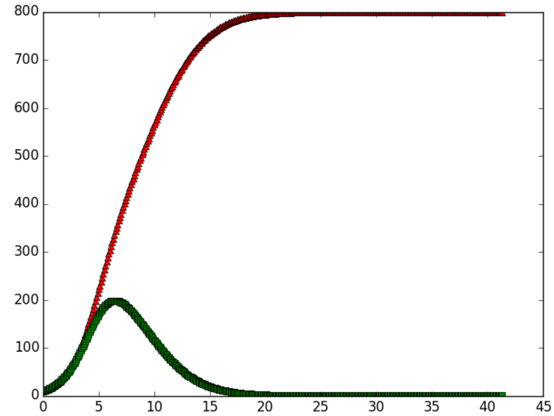
```c
#include <stdio.h>
#include <math.h>

/*
PDB untuk spesies A
a, b, dan c adalah parameter fungsi
na dan nb adalah nilai NA dan NB
*/
double dna(double a, double b, double c,
double na, double nb)
{
  double value_dna;
  value_dna = a*na - b*na*nb - c*pow(na,2);
  return value_dna;
}

/*
PDB untuk spesies B
d, e, dan f adalah parameter fungsi
na dan nb adalah nilai NA dan NB
*/
double dnb(double d, double e, double f,
double na, double nb)
{
  double value_dnb;
  value_dnb = d*nb - e*na*nb - f*pow(nb,2);
  return value_dnb;
}

/*
Metode Euler
inita dan initb adalah jumlah awal spesies A
dan spesies B
es = galat henti, h = langkah iterasi
*/
double euler(double inita, double initb,
double es, double h)
{
  double na, na_new, nb, nb_new, era, erb, t;
  na = inita;
  nb = initb;
  t = 0;
  era = 100; // galat untuk A
  erb = 100; // galat untuk B
  printf("%15lf %15lf %15lf\n", t, na, nb);
  while(era > es || erb > es)
  {
    na_new=na+h*dna(0.8,0.0012,0.001,na,nb);
    nb_new=nb+h*dnb(0.8,0.0016,0.0013,na, nb);
    era = ((na_new - na)/na)*100;
    erb = ((nb_new - nb)/nb)*100;
    na = na_new;
    nb = nb_new;
    t += h;
    printf("%15lf %15lf %15lf\n", t, na, nb);
  }
}
```

Gambar 2. Implementasi dalam bahasa C.

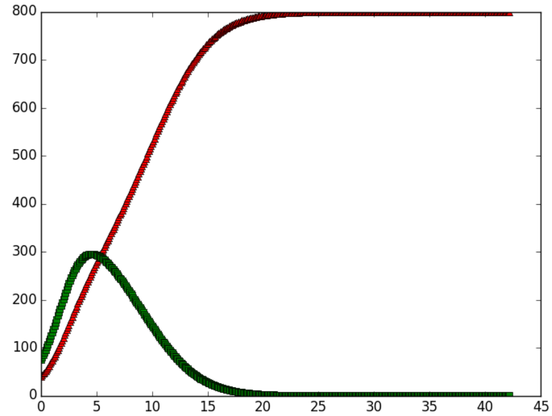
Dalam hal ini, Metode Euler berguna untuk mencari titik kondisi tunak kedua spesies, yaitu pada tahap *b* dan *c*. Tahap d akan tetap dikerjakan, tetapi tidak akan dibahas karena sudah berada di luar jangkauan pembahasan paper ini.

IV. HASIL PERHITUNGAN NUMERIK

Penyelesaian persoalan kompetisi interspesifik dilakukan dengan menyelesaikan PDB Lotka-Volterra dengan Metode Euler. Metode Euler dicoba sebanyak 4 kali dengan kondisi awal berbeda-beda dan mengasumsikan spesies yang diamati adalah spesies yang sama, yaitu spesies A dan spesies B.



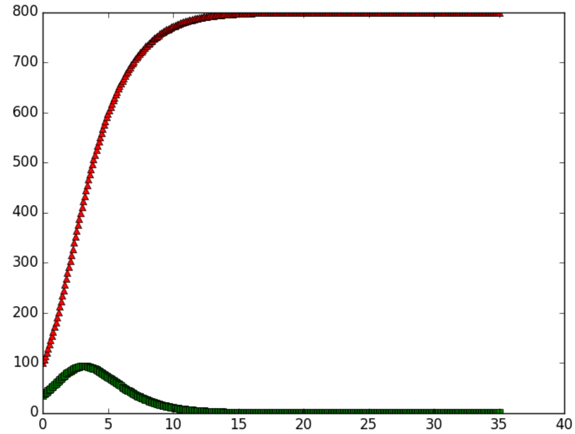
(a)



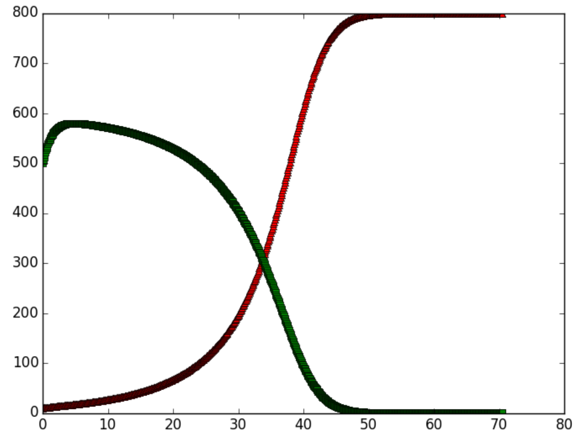
(b)

Gambar 3. Taksiran solusi PDB untuk spesies A (merah) dan spesies B (hijau) dengan kondisi awal spesies A dan spesies B secara berurutan adalah: (a) 10 dan 10 (b) 40 dan 75.

Gambar 3 dan gambar 4 merupakan taksiran geometri dari penyelesaian PDB Lotka-Volterra Kompetitif untuk 2 spesies, dengan berbagai kondisi awal berbeda. Plot dibuat dengan mengimplementasikan permasalahan yang sama ke dalam bahas Python, kemudian plot dilakukan dengan matplotlib.pyplot. Taksiran geometri terlihat menerus karena *h* yang digunakan cukup kecil (0.1) sehingga titik-titik terlihat rapat.



(a)

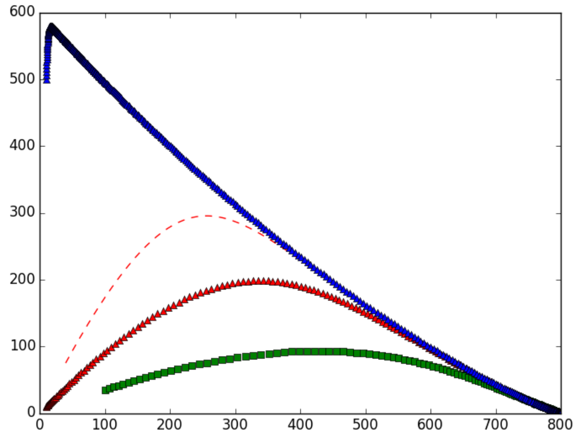


(b)

Gambar 4. Taksiran solusi PDB untuk spesies A (merah) dan spesies B (hijau) dengan kondisi awal spesies A dan spesies B secara berurutan adalah: (a) 100 dan 35 (b) 10 dan 500.

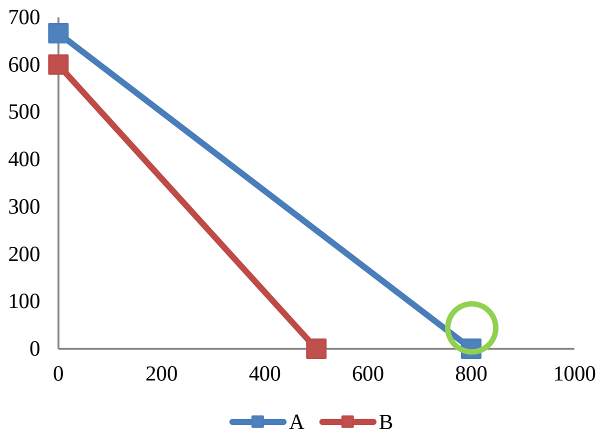
Taksiran geometri yang dihasilkan dari penyelesaian dengan Metode Euler memperlihakan adanya asimtot pada kedua fungsi taksiran, yang menandakan bahwa kedua spesies mencapai kondisi tunak pada titik waktu tertentu. Iterasi sengaja dikerjakan dengan galat henti yang kecil sehingga dapat menggambarkan asimtot tersebut.

Titik kondisi tunak secara lebih pasti dapat dilihat dari diagram fasa, dengan sumbu-x adalah jumlah spesies A dan sumbu-y adalah jumlah spesies B. Terlihat bahwa dari hasil penyelesaian PDB dengan Metode Euler sebelumnya, dapat dibuat diagram fasa dari nilai-nilai taksiran jumlah masing-masing spesies.



Gambar 5. Diagram fasa dari keempat kasus kompetisi interspesifik antara spesies A dan B, dengan sumbu-*x* adalah N_A dan sumbu-*y* adalah N_B. Kondisi awal spesies A dan B secara berurutan: (a) 10 dan 10, dilambangkan oleh segitiga merah, (b) 40 dan 75, dilambangkan oleh garis putus-putus merah, (c) 100 dan 35, dilambangkan oleh kotak hijau, dan (d) 10 dan 500, dilambangkan oleh segitiga biru.

Berdasarkan Gambar 5, terlihat bahwa interaksi spesies A dan spesies B berasa pada kondisi tunak saat jumlah spesies A mencapai sekitar 800 dan jumlah spesies B mendekati nol. Hal ini menunjukkan bahwa berdasarkan PDB yang diselesaikan dengan Metode Euler untuk kasus ini, spesies A akan selalu menggiring spesies B menuju kepunahan.



Gambar 6. Grafik *state-space* atau grafik *zero-isocline*. A merujuk pada spesies A dan B merujuk pada spesies B. Kondisi tunak berada pada titik di dalam lingkaran hijau.

Secara analitik, hal tersebut dapat dilihat dengan grafik *zero isocline*. Dalam kasus ini, grafik *zero isocline* berbentuk seperti pada Gambar 6. Garis *zero-isocline* dibuat berdasarkan persamaan 4 – 7. Penafsiran lebih lanjut dapat dilakukan dengan melihat gabungan grafik *state-space* dan grafik fasa. Berdasarkan keterangan pada Gambar 1, kompetisi spesies hipotetikal A dan B sesuai dengan skenario 3, yaitu spesies A akan selalu mendominasi dan menggiring spesies B menuju kepunahan.

Data hasil iterasi tidak dimasukkan karena jumlah iterasi yang mencapai ratusan (h = 0.1, dan iterasi dapat berlangsung sekitar 30 sampai 70 kali).

V. Rangkuman

Kompetisi interspesifik merupakan kompetisi yang terjadi anatara 2 atau lebih spesies berbeda karena bersaing dalam menggunakan sumber daya terbatas di lingkungan mereka tinggal. Kompetisi interspesifik dimodelkan dengan model Lotka-Volterra Kompetitif yang merupakan modifikasi dari model Lotka-Volterra mangsa-pemangsa. Model Lotka-Volterra Kompetitif merupakan suatu persamaan diferensial biasa (PDB) orde satu, sehingga taksiran solusinya dapat dicari dengan metode numerik penyelesaian PDB. Dalam paper ini digunakan Metode Euler untuk mencari titik kondisi tunak 2 spesies hipotetikal guna mencari kemungkinan jenis kompetisi kedua spesies tersebut. Metode euler dapat digunakan untuk mencari titik kondisi tunak tersebut, dan hasilnya dapat dipadukan dengan hasil analitik *zero-isocline* untuk menentukan skenario kompetisi bagi dua spesies yang diamati.

Selain Metode Euler, masih ada beberapa metode penyelesaian PDB yang dapat diaplikasikan. Untuk kedepannya, metode-metode tersebut dapat dibandingkan untuk menyelesaikan kasus kompetisi interspesifik ini.

Acknowledgment

Terima kasih kepada Donny Dwiputra (Magister Fisika ’14) atas penjelasan yang sangat rinci mengenai persamaan Lotka-Volterra dan Lotka-Volterra Kompetitif.

References

[1] Rinaldi Munir, Metode Numerik untuk Teknik Informatika. Bandung: Jurusan Teknik Informatika Institut Teknologi Bandung, 1997.

[2] http://www.tiem.utk.edu/~gross/bioed/bealsmodules/competition.html (tanggal akses 4 Mei 2016)

[3] http://www.ucl.ac.uk/~ucess29/page2/MATH3506Chapters/ / Math3506Chapter3.pdf (tanggal akses 4 Mei 2016)