

# Interpolasi Spline Kubik pada Trajektori Manusia

Samsu Sempena (13507088)<sup>1</sup>

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

<sup>1</sup>if17088@students.if.itb.ac.id

**Abstract**— Dalam bidang *computer vision*, mendapatkan trajektori suatu objek (*object tracking*) merupakan aplikasi yang sangat penting. Namun, keterbatasan dari kecepatan kamera video dan *occlusion* antar objek, seringkali menyebabkan posisi objek selama selang waktu tertentu tidak berhasil dideteksi. Untuk mengatasi hal ini, dapat dilakukan interpolasi polinom untuk memperkirakan posisi objek dalam suatu waktu tertentu. Dalam makalah ini, akan dibahas mengenai implementasi metode interpolasi Spline dalam menginterpolasi posisi suatu objek yang dideteksi dari video. Pengujian dilakukan terhadap trajektori manusia yang didapatkan melalui hasil deteksi. Hasil percobaan menunjukkan bahwa pendekatan metode numerik untuk interpolasi posisi manusia memberikan hasil yang cukup memuaskan dibandingkan dengan trajektori sesungguhnya.

**Kata Kunci**—interpolasi polinom, trajektori manusia, metode numerik, *computer vision*, Lagrange, Newton

## I. PENDAHULUAN

Dalam bidang *computer vision*, *object tracking* merupakan suatu aplikasi yang sangat penting. *Object tracking* mencoba untuk mendapatkan trajektori yaitu posisi objek dalam koordinat gambar maupun koordinat nyata setiap satuan waktu. Satu jenis *object tracking* yang sangat menarik adalah terhadap manusia. Alasannya banyak aplikasi *computer vision* yang memerlukan informasi trajektori manusia [1]. Beberapa aplikasinya seperti *augmented reality*, *surveillance*, *behavior analysis*, dsb.



Gambar 1. Terdapat selang waktu dimana posisi manusia tidak terdeteksi, ditandai dengan trajektori yang terputus-putus

Trajektori manusia mungkin terputus atau tidak tersedia dalam suatu selang waktu dikarenakan keterbatasan

kecepatan kamera video atau yang lebih sering terjadi karena kasus *occlusion* antar objek (objek yang dideteksi tertutup sebagian/seluruhnya oleh objek lain).

Sementara itu sesungguhnya posisi manusia yang dideteksi mengikuti suatu fungsi pergerakan yang kontinu. Berangkat dari pengetahuan ini, metode interpolasi dirasa tepat untuk memperkirakan posisi manusia selama selang waktu yang tidak diketahui.

Pembahasan selanjutnya dalam makalah adalah pembahasan mengenai metode interpolasi yang digunakan, proses implementasi, hasil pengujian, dan diakhiri dengan kesimpulan.

## II. INTERPOLASI SPLINE

Interpolasi polinom bertujuan untuk menemukan fungsi hampiran dari sekumpulan titik untuk dapat menemukan nilai suatu titik yang tidak berada dalam kumpulan titik tersebut namun masih berada dalam rentang titik data. Interpolasi polinom dapat dilakukan dengan polinom linier, polinom kuadrat, polinom kubik, atau polinom dengan derajat yang lebih tinggi.

Salah satu jenis interpolasi polinom adalah interpolasi dengan fungsi spline. Spline kubik merupakan salah satu bentuk fungsi spline yang paling banyak diterapkan dalam bidang rekayasa. Dalam fungsi spline kubik, setiap pasang titik diinterpolasi dengan polinom kubik sebagai berikut :

$$S_k(x) = a_k x^3 + b_k x^2 + c_k x + d_k$$

untuk  $k = 1, 2, \dots, n$

Setiap polinom kubik  $S_k(x)$  memiliki empat buah tetapan yang tidak diketahui ( $a_k, b_k, c_k, d_k$ ). Karena terdapat  $n$  buah polinom kubik berarti ada  $4n$  tetapan yang harus dipecahkan dengan  $4n$  persamaan. Keseluruhan persamaan tersebut diperoleh dari lima persyaratan berikut :

1. Nilai fungsi harus sama pada titik simpul ( $2n-2$  buah persamaan).
2. Fungsi kubik yang pertama dan terakhir melalui titik-titik ujung (2 buah persamaan).

- Turunan pertama pada titik simpul harus sama (n-1 buah persamaan).
- Turunan kedua pada titik simpul harus sama (n-1 buah persamaan).
- Turunan kedua pada titik-titik ujung adalah nol (2 buah persamaan).

Algoritma interpolasi dengan spline kubik:

- Membuat sistem persamaan linear untuk menghitung turunan S kedua.

Sistem persamaan linear dibuat berdasarkan rumus:

$$(x_k - x_{k-1})S''(x_{k-1}) + 2(x_{k+1} - x_{k-1})S''(x_k) + (x_{k+1} - x_{k-1})S''(x_{k+1})$$

Dengan  $S''(x_0) = 0$  dan  $S''(x_n) = 0$  dan

$$n_k = \frac{6 [S(x_{k+1}) - S(x_k)]}{(x_{k+1} - x_k)} + \frac{6 [S(x_{k-1}) - S(x_k)]}{(x_k - x_{k-1})}$$

SPL turunan S kedua yang diperoleh dapat ditulis sebagai sebuah matriks tridiagonal sebagai berikut:

$S''(x_1)$	$S''(x_2)$	$S''(x_3)$	...	$S''(x_n)$	$n_k$
A(1)	B(1)	0	0	0	$n_1$
C(1)	A(2)	B(2)	0	0	$n_2$
...	...	...	...	...	...
0	0	C(N-2)	A(N-1)	B(N-1)	$n_{N-2}$
0	0	0	C(N-1)	A(N)	$n_{N-1}$

Dengan metode substitusi, kita bisa memperoleh nilai  $S''(x_0)$  hingga  $S''(x_n)$ .

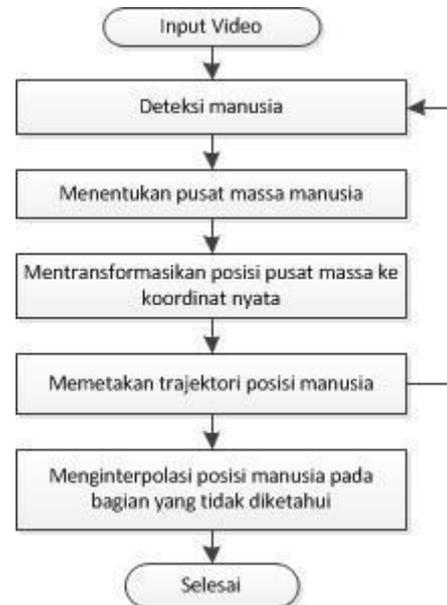
- Mencari selang yang relevan terhadap titik interpolasi yang diinginkan.  
Sub selang yang relevan adalah apabila titik interpolasi terdapat di antara sub selang tersebut.
- Bila sub selang relevan adalah sub selang ke-n, digunakan rumus berikut:

$$S_k(x) = \frac{S''(x_{k-1})(x_k - x)^3}{6(x_k - x_{k-1})} + \frac{S''(x_k)(x - x_{k-1})^3}{6(x_k - x_{k-1})} + \left[ \frac{S(x_{k-1})}{x_k - x_{k-1}} - \frac{S''(x_{k-1})(x_k - x_{k-1})}{6} \right] (x_k - x) + \left[ \frac{S(x_k)}{x_k - x_{k-1}} - \frac{S''(x_k)(x_k - x_{k-1})}{6} \right] (x - x_{k-1})$$

Demikianlah proses untuk menemukan parameter dari fungsi spline kubik untuk melakukan proses interpolasi [2,3].

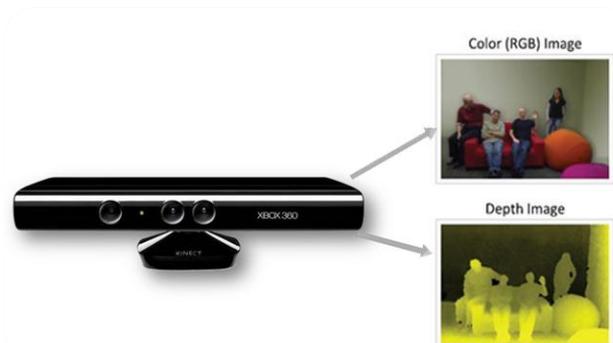
## IV. IMPLEMENTASI

Dalam makalah ini, akan dilakukan beberapa tahap implementasi sebelum interpolasi dapat diaplikasikan. Tahap-tahapan tersebut dijelaskan dalam diagram alir berikut :



Gambar 2. Diagram alir implementasi

Input video didapatkan menggunakan Microsoft Kinect . Selanjutnya proses deteksi manusia dilakukan dengan OpenNI. Informasi yang diperoleh lalu diolah dengan kaskas Matlab.



Gambar 3. Peralatan yang digunakan, Microsoft Kinect dengan kamera warna VGA dan depth camera

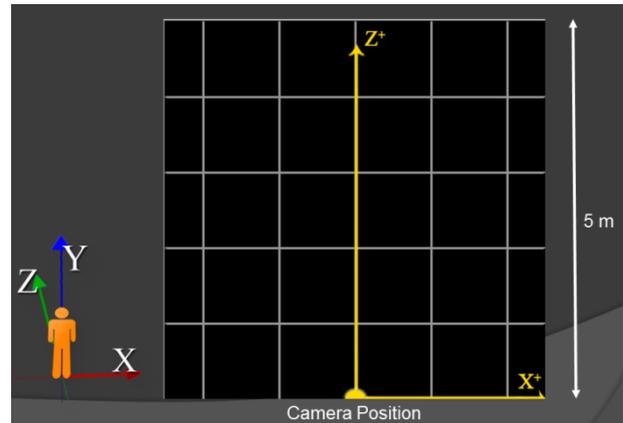


Gambar 4. Deteksi manusia dari video input



Gambar 5. posisi titik pusat manusia yang berhasil dideteksi (ditandai dengan titik merah)

Selanjutnya pusat massa yang didapat dalam koordinat gambar akan ditransformasikan kedalam koordinat dunia nyata. Hal ini dimungkinkan dengan adanya informasi jarak dari *depth camera* sehingga dengan menyelesaikan matriks transformasi antara kedua sistem koordinat tersebut maka transformasi dapat dilakukan.



Gambar 6. Posisi manusia akan dipetakan dalam koordinat nyata seperti pada gambar di atas

Setelah program untuk mendeteksi posisi manusia berbasis frame per frame selesai selanjutnya metode interpolasi polinom yang telah dibahas di bagian sebelumnya diimplementasikan.

#### Implementasi metode Spline kubik (mn\_spline.m)

```
function [hasil] = mn_spline(X, titik_interpolasi, axes1)
N = length(X);
D = zeros(1, N - 2);           %D adalah nilai kecil dari persamaan tridiagonal
C = zeros(1, N - 2);           %C adalah nilai besar dari persamaan tridiagonal
B = zeros(1, N - 2);           %B adalah nilai tengah dari persamaan tridiagonal
R = zeros(1, N - 2);           %R adalah nilai hasil dari persamaan tridiagonal
S_temp = zeros(1, N - 2);      %S_aksen adalah hasil persamaan tridiagonal
S_aksen = zeros(1, N);

% Peroleh persamaan tridiagonal, hasilnya adalah S``(x0) hingga S``(xn)
for i = 2 : N - 1
    if(i > 2)
        D(i - 2) = X(i) - X(i-1);
    end
    B(i - 1) = 2 * (X(i + 1) - X(i - 1));
    if(i < N - 1)
        C(i - 1) = X(i + 1) - X(i);
    end
    R(i - 1) = (6 / (X(i + 1) - X(i)) * (Y(i + 1) - Y(i))) + (6 / (X(i) - X(i - 1)) *
(Y(i - 1) - Y(i)));
end
S_temp = tridiagonal(D, B, C, R);
S_aksen = [0 S_temp 0];

% Gambar hasil interpolasi
for xx=A(1,1):A(length(A(:,1)),1)
    sub = 1;
```

```

for i = 1 : N - 1
    sub = i;
    if(xx < X(i + 1))
        break;
    end
end

jumlah = (S_aksen(sub) / (6 * (X(sub + 1) - X(sub))) * (X(sub + 1) - xx) * (X(sub + 1) - xx) * (X(sub + 1) - xx)) + (S_aksen(sub + 1) / (6 * (X(sub + 1) - X(sub))) * (xx - X(sub)) * (xx - X(sub)) * (xx - X(sub))) + ((Y(sub) / (X(sub + 1) - X(sub))) - (S_aksen(sub) * (X(sub + 1) - X(sub)) / 6)) * (X(sub + 1) - xx) + ((Y(sub + 1) / (X(sub + 1) - X(sub))) - (S_aksen(sub + 1) * (X(sub + 1) - X(sub)) / 6)) * (xx - X(sub));

P(xx-A(1,1)+1,1) = xx;
P(xx-A(1,1)+1,2) = jumlah;
end
axis(axes1);
cla(axes1,'reset');
plot(P(:,1),P(:,2),'b');
hold on;
plot(A(:,1),A(:,2),'r*');

% Cari selang terdekat dengan titik interpolasi
sub = 1;
for i = 1 : N - 1
    sub = i;
    if(titik_interpolasi < X(i + 1))
        break;
    end
end

% Kembalikan hasil interpolasi
hasil = (S_aksen(sub) / (6 * (X(sub + 1) - X(sub))) * (X(sub + 1) - titik_interpolasi) * (X(sub + 1) - titik_interpolasi) * (X(sub + 1) - titik_interpolasi)) + (S_aksen(sub + 1) / (6 * (X(sub + 1) - X(sub))) * (titik_interpolasi - X(sub)) * (titik_interpolasi - X(sub)) * (titik_interpolasi - X(sub))) + ((Y(sub) / (X(sub + 1) - X(sub))) - (S_aksen(sub) * (X(sub + 1) - X(sub)) / 6)) * (X(sub + 1) - titik_interpolasi) + ((Y(sub + 1) / (X(sub + 1) - X(sub))) - (S_aksen(sub + 1) * (X(sub + 1) - X(sub)) / 6)) * (titik_interpolasi - X(sub));
end

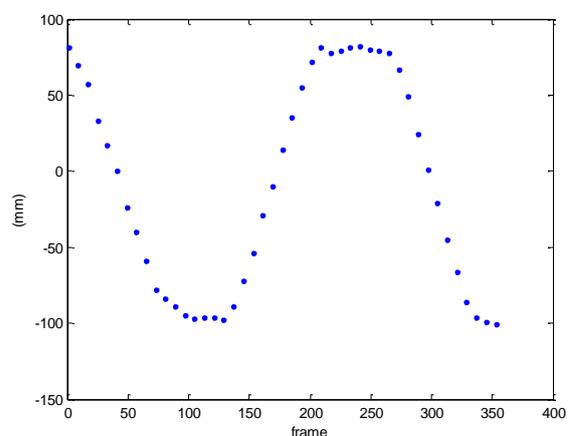
```

## V. HASIL PENGUJIAN

Data pengamatan didapatkan 360 frame berisi posisi manusia. Posisi manusia dalam koordinat (x,z) seperti yang dijelaskan dalam bagian implementasi. Untuk menguji hasil interpolasi maka dilakukan proses sampling setiap 8 frame. Proses interpolasi dilakukan secara terpisah pada sumbu x dan sumbu z karena tidak terdapat relasi langsung antara keduanya.

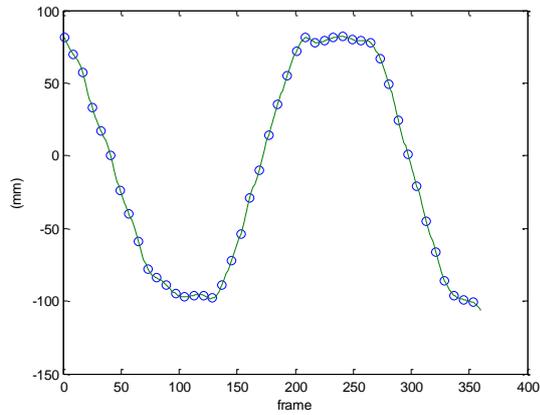
Hasil pengujian ditampilkan masing-masing untuk sumbu x dan sumbu z pertama-tama trajektori yang didapatkan, hasil interpolasi dengan Spline Kubik, dan terakhir perbandingan antara data trajektori awal dan hasil interpolasi.

### 1. Sumbu X

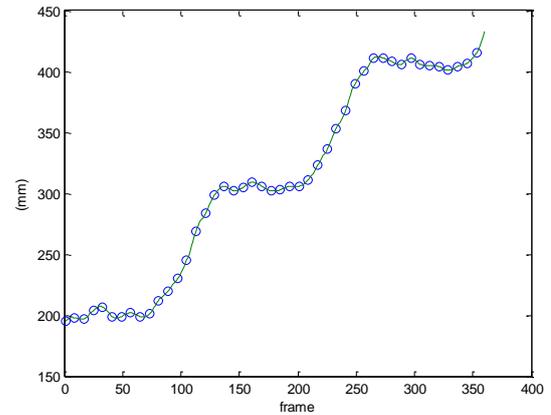


Gambar 7. Trajektori yang diperoleh pada sumbu X

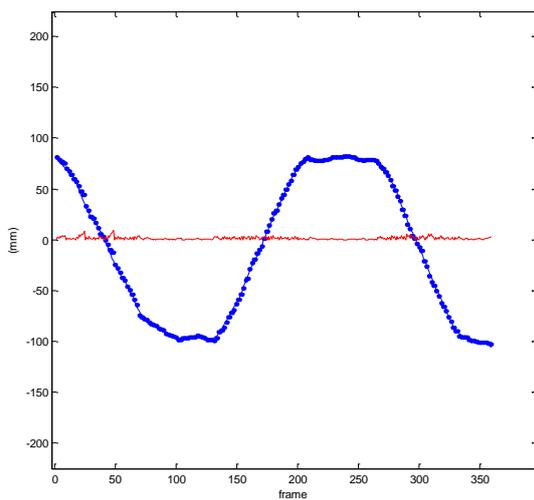
Selanjutnya, menggunakan metode Spline didapatkan hasil interpolasi berikut :



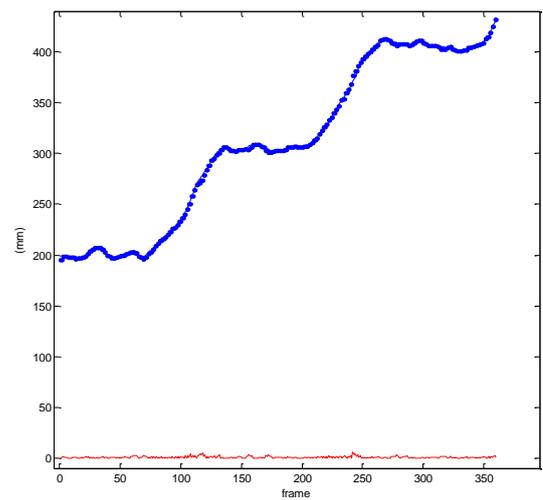
Gambar 8. Hasil interpolasi menggunakan metode Spline pada sumbu X



Gambar 11. Hasil interpolasi menggunakan metode Spline pada sumbu Z

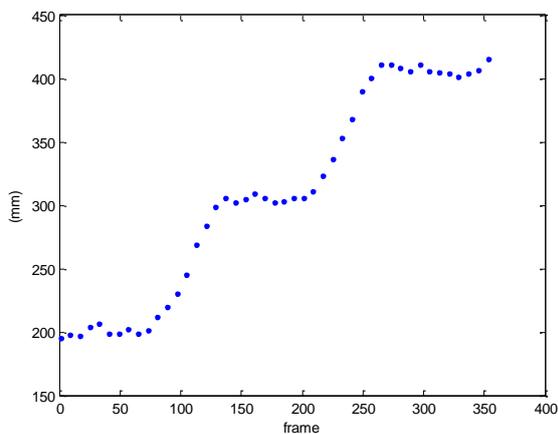


Gambar 9. Hasil interpolasi ditampilkan bersama dengan trajektori awal untuk sumbu X dan selisih antara keduanya (warna merah)



Gambar 12. Hasil interpolasi ditampilkan bersama dengan trajektori awal untuk sumbu Z dan selisih antara keduanya (warna merah)

## 2. Sumbu Z



Gambar 10. Trajektori yang diperoleh pada sumbu Z

Dari hasil percobaan, dapat terlihat bahwa spline kubik berhasil menginterpolasi data posisi manusia dengan sangat baik. Adapun selisih yang terjadi antara hasil interpolasi dengan data trajektori awal yang sesungguhnya masing-masing 1.3051 cm/frame untuk sumbu X dan 0.9521 cm/frame untuk sumbu Z. Dengan selisih sekitar 1 cm menunjukkan bahwa interpolasi dengan fungsi spline kubik ini memiliki ketelitian yang tinggi.

## VI. KESIMPULAN

Pembahasan dalam makalah ini telah menunjukkan bahwa metode interpolasi yang merupakan salah satu bahasan dalam metode numerik dapat diterapkan dalam *computer vision*. Dalam makalah ini ditunjukkan bahwa posisi manusia yang tidak berhasil terdeteksi dalam suatu selang waktu tertentu dapat didekati dengan baik

menggunakan polinom interpolasi spline kubik.

## VIII. PENGHARGAAN

Terima kasih kepada Bapak Rinaldi Munir, M.T. yang telah membimbing penulis selama proses perkuliahan metode numerik dan telah mengajarkan banyak hal yang harapannya berguna di kemudian hari.

## REFERENSI

- [1] Benezeth Y, Emile B, Laurent H., and Rosenberger C, "*Vision-Based System for Human Detection and Tracking in Indoor Environment*", In: International Journal of Social Robotic, Vol.2, pp.41-52, 2010.
- [2] O'Neill, Charles. *Cubic Spline Interpolation*. 2002.
- [3] Munir, Rinaldi. Metode Numerik untuk Teknik Informatika, 1997, Institut Teknologi Bandung
- [4] <http://www.openni.org/>. Dokumentasi OpenNI.
- [5] <http://www.mathworks.com/help/techdoc/>. Dokumentasi Matlab.

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 13 Mei 2011



Samsu Sempena  
13507088