

UTS IF1220 Matematika Diskrit (3 SKS)

Dosen: Rinaldi M  
Kamis, 9 April 2026  
Waktu: 120 menit

---

Berdoalan terlebih dahulu sebelum mengerjakan ujian ini.

1. **(Nilai 10)** Tuliskan apakah pernyataan pada setiap soal di bawah ini **benar** atau **salah**. Tidak perlu menuliskan alasannya
- (a) Misalkan  $p$  adalah “Helmi suka main tenis”,  $q$  adalah “Helmi suka berenang”, dan  $r$  adalah “Helmi suka terbang layang”. Maka, pernyataan “Helmi tidak suka berenang maupun terbang layang, namun dia suka main tenis” dapat ditulis dalam ekspresi logika  $(\sim r \wedge q) \wedge p$
  - (b) Ekspresi logika berikut:  $(p \vee \sim q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$  ekuivalen dengan  $\sim p$
  - (c) Negasi kalimat “Pertandingan akan dilanjutkan hanya jika hari tidak hujan” adalah “Hari hujan atau pertandingan tidak akan dilanjutkan”
  - (d) Ekspresi logika  $\sim p \rightarrow (p \rightarrow q)$  adalah sebuah tautologi
  - (e) Diberikan sebuah argumen sebagai berikut: “Jika seorang dosen bergelar Doktor, maka dia bahagia. Seorang dosen tidak bergelar Doktor. Jadi, dosen tersebut tidak bahagia”. Kesimpulan argument tersebut tidak valid.
  - (f) Kontraposisi dari pernyataan “Perlu tubuh kuat untuk menjadi seorang pelaut” adalah “Jika ia bukan seorang pelaut maka tubuhnya tidak kuat”
  - (g) Jika pernyataan  $p \rightarrow q$  salah, maka nilai pernyataan  $(p \rightarrow \sim q) \rightarrow q$  adalah salah
  - (h) Implikasi  $p \rightarrow q$  ekuivalen secara logika dengan  $\sim q \rightarrow \sim p$
  - (i) Diberikan proposisi berikut  $\sim ((p \vee \sim q) \wedge (r \rightarrow \sim s))$ . Diketahui  $r$  bernilai FALSE, maka hasil penyederhanaanya adalah  $\sim p \wedge q$
  - (j) *Inversi* dari pernyataan “Jika  $x$  kurang dari nol maka  $x$  bukan bilangan positif” adalah “Jika  $x$  tidak kurang dari nol maka  $x$  bilangan positif”
2. **(Nilai 15)** Terdapat studi *benchmark* kinerja lima bahasa pemrograman: *Python*, *Java*, *C++*, *JavaScript*, dan *Go*. Dalam setiap pengujian, dua bahasa dibandingkan pada *platform* tertentu (misalnya web, sistem, atau data processing), dan hasilnya menunjukkan mana yang lebih efisien dalam eksekusi sebuah program. Didefinisikan relasi  $R$  pada himpunan bahasa pemrograman, yang dalam hal ini  $xRy$  berarti bahasa  $x$  selalu lebih efisien (misalnya lebih cepat atau lebih hemat resource) dibandingkan bahasa  $y$  dalam setiap pengujian.
- Python* lebih efisien daripada *Java* dan *JavaScript*  
*Java* lebih efisien daripada *C++* dan *Go*  
*C++* lebih efisien daripada *Python* dan *JavaScript*  
*JavaScript* lebih efisien daripada *Java* dan *Go*  
*Go* lebih efisien daripada *Python* dan *C++*
- Diberikan urutan bahasa: [*Python*, *Java*, *C++*, *JavaScript*, *Go*].
- (a) Buat matriks dan graf berarah yang merepresentasikan relasi  $R$
  - (b) Tentukan sifat relasi  $R$  apakah refleksif, setangkup, tolak setangkup, menghantar
3. **(Nilai 10)** Misalkan  $f : \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}$  didefinisikan oleh  $f(x) = x \bmod 8$  dan  $g : \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}$  didefinisikan oleh  $g(x) = x^2 - 5x + 6$ .
- (a) Tentukan jelajah (*range*) fungsi  $g \circ f$
  - (b) Lengkapi tabel di bawah ini dengan memberikan tanda centeng ( $\surd$ ) pada sel yang kosong

Fungsi	Injektif	Surjektif	Bijektif
$f$			
$g$			

4. (Nilai 5) Apa yang salah pada pembuktian induksi matematika di bawah ini? Tuliskan letak kesalahannya dan alasannya.

**Teorema:** Untuk setiap bilangan bulat positif  $n$ , jika  $x$  dan  $y$  adalah bilangan bulat positif dengan  $\max(x, y) = n$ , maka  $x = y$ .

*Langkah basis:* Misalkan  $n = 1$ . Jika  $\max(x, y) = 1$  dan  $x$  dan  $y$  adalah bilangan bulat positif, maka kita memiliki  $x = y = 1$

*Langkah Induksi:* Misalkan  $n$  adalah bilangan bulat positif. Asumsikan bahwa jika  $x$  dan  $y$  adalah bilangan bulat positif dengan  $\max(x, y) = n$ , maka  $x = y$  (hipotesis induksi). Sekarang misalkan  $\max(x, y) = n + 1$ , yang dalam hal ini  $x$  dan  $y$  adalah bilangan bulat positif. Maka  $\max(x - 1, y - 1) = n$ , sehingga berdasarkan hipotesis induksi,  $x - 1 = y - 1$ . Dari sini diperoleh  $x = y$ , yang melengkapi langkah induksi

5. (Nilai 10) Diberikan  $f(1) = 1$  dan  $f(n) = 2022f(n - 1)$  untuk setiap bilangan bulat  $n > 1$ . Diberikan pula  $g(n) = 2022^{(n-1)}$  untuk setiap bilangan bulat  $n > 0$ . Dengan menggunakan induksi matematika, buktikan bahwa  $f(n) = g(n)$  untuk setiap bilangan bulat positif  $n$ .

6. (Nilai 10) Tentukan nilai  $S$  dari sumasi berikut:  $S = \sum_{k=1}^{100} 3k + \sum_{k=5}^{101} (4k - 1)$

7. (Nilai 15) Sebuah sistem kompresi data di *server cloud* memproses file berdasarkan jumlah blok data. Didefinisikan  $a(n)$  adalah waktu eksekusi (dalam milidetik) yang dibutuhkan untuk mengompres file berukuran  $n$  blok data. Untuk file kecil, Jika  $n = 1$ , waktu kompresi adalah 1 ms (*overhead minimum sistem*), jika  $n = 2$ , waktu kompresi adalah 4 ms. Untuk file dengan  $n \geq 2$ , sistem membagi pekerjaan menjadi 4 proses kompresi yang masing-masing menangani file dengan ukuran  $n - 1$  blok. Namun, karena adanya *overlap* pekerjaan (*redundant processing*) antar proses, terdapat penghematan waktu sebesar 4 proses kompresi yang masing-masing menangani file dengan ukuran data  $n - 2$  blok

- Tuliskan persamaan relasi rekurens yang merepresentasikan waktu kompresi secara keseluruhan
- Selesaikan relasi rekurens tersebut
- Berapa waktu kompresi untuk file berukuran 10 blok?

8. (Nilai 15) Buatlah rangkaian logika untuk menentukan apakah

$$(2x + 7y) \bmod 3 > 0; \quad 0 \leq x < 4, 0 \leq y < 4, x \in \mathbf{Z}, y \in \mathbf{Z}$$

Rangkaian logika menerima input  $x$  dan  $y$  (petunjuk: pikirkan berapa bit  $x$  dan berapa bit  $y$ ) dan memberikan nilai 1 (**true**) jika  $(2x + 7y) \bmod 3 > 0$ . Dalam menjawab soal ini buatlah tabel kebenaran, penyederhanaan dengan Peta Karnaugh, dan gambarkan rangkaian logikanya.

9. (Nilai 10) Terdapat 3 *multiset* yaitu  $A = \{a, a, a, b, b, b, c, d, f\}$ ;  $B = \{b, b, c, d, e\}$ ; dan  $C = \{a, a, b, c, d, f\}$ , tentukan:

- $A \cup B$
- $(A \cap B) \cup C$
- $(A - C) + B$
- $(B \cup A) - C$