

UAS IF1220 Matematika Diskrit (3 SKS)

Dosen: Rinaldi M

Rabu, 8 Juni 2026

Waktu: 100 menit

Berdoalah terlebih dahulu sebelum mengerjakan ujian ini.

1. **(Nilai 10)** Pada suatu padang rumput berbentuk $grid\ 3 \times 3$, terdapat seekor serigala (S) dan tiga ekor domba, yaitu domba hitam (H), domba putih (P), dan domba kuning (K). Seekor domba terancam dimakan oleh serigala apabila posisi domba tersebut bersebelahan (*adjacent*) secara vertikal atau horizontal dengan posisi serigala. Untuk membantu memahami soal, perhatikan ilustrasi di kanan. Pada contoh tersebut, hanya terdapat satu domba yang terancam dimakan oleh serigala, yaitu domba hitam (H). Tentukanlah berapa banyak cara menyusun posisi serigala dan domba sedemikian sehingga tidak ada domba yang terancam dimakan oleh serigala

S		K
H	P	

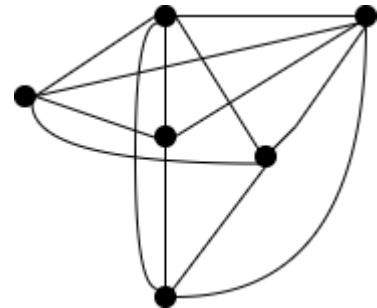
2. **(Nilai 10)** Seorang administrator laboratorium komputer memiliki 33 unit lisensi *software* yang akan dibagikan kepada tujuh tim mahasiswa untuk proyek pemrograman. Setiap tim harus memperoleh minimal 1 lisensi. Namun, karena beberapa tim bekerja secara kolaboratif:
- total lisensi untuk Tim ke-3 dan Tim ke-4 harus berjumlah 11,
 - total lisensi untuk Tim ke-5 dan Tim ke-6 harus berjumlah 9.
- Berapa banyak cara administrator dapat membagikan lisensi *software* tersebut kepada ketujuh tim?
3. **(Nilai 10)** Tentukan semua nilai x yang memenuhi $x^{86} \equiv 6 \pmod{29}$. Jawaban harus dalam bentuk $x = a + bk, k = 0, 1, 2, \dots$
4. **(Nilai 10)** Sebuah pesan plainteks disusun oleh alfabet $\{0, 1, 2, \dots, 9, A, B, C, \dots, Z, !\}$. Misalkan sebuah *password* dienkripsi dengan *Caesar Cipher*. Kunci yang digunakan adalah pergeseran $(k) = 28$.
- (a) Tentukan rumus enkripsi dan dekripsinya
- (b) Dengan menggunakan rumus dari jawaban (a), lakukan dekripsi cipherteks DPTUVC9KKC5R untuk mendapatkan kembali *password* semula.
5. **(Nilai 10)** Sebuah *compiler* sedang melakukan optimasi penggunaan register CPU untuk 7 variabel program: A, B, C, D, E, F , dan G . Dua variabel yang aktif pada waktu yang sama (*live simultaneously*) tidak dapat ditempatkan pada register yang sama, seperti pada tabel berikut:

Variabel	Tidak dapat ditempatkan pada register yang sama bersama variabel:
A	B, D
B	A, D, E, F, G
C	E, G
D	A, F, B
E	B, C, G
F	B, D
G	C, E, B

Compiler ingin menggunakan jumlah register seminimal mungkin agar kode yang dihasilkan lebih efisien. Tentukan berapa jumlah minimum register yang diperlukan

6. (Nilai 8+2) Diberikan graf G dengan himpunan simpul: $V = \{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L\}$ dan himpunan sisi E :
 $E = \{ (A, B), (A, C), (A, D), (A, E), (B, C), (B, F), (B, G), (C, D), (C, G), (C, H), (D, E), (D, H), (D, I), (E, I), (E, J), (F, G), (F, K), (G, H), (G, K), (G, L), (H, I), (H, L), (I, J), (I, L), (J, L), (K, L) \}$
- Simpul-simpul graf akan diwarnai dengan Algoritma Welsh-Powell sehingga dua simpul bertetangga memiliki warna yang berbeda. Urutan warna pada setiap lelaran (iterasi) algoritma adalah *mejikuhibiniu*:
 Lelaran 1 warna 1 = Merah
 Lelaran 2 warna 2 = Jingga
 Lelaran 3 warna 3 = Kuning
 dst
- (a) Tuliskan simpul-simpul yang diwarnai dengan warna 1 pada iterasi 1, simpul-simpul yang diwarnai dengan warna 2 pada iterasi 2, dst.
 Contoh jawaban: Lelaran 1 warna merah: A, H, I, L
 Lelaran 2 warna jingga: B, D, G, J, K
 dst
- (b) Berapa bilangan kromatis graf tersebut?

7. (Nilai 10) Seorang mahasiswa Elektro akan membuat rangkaian *integrated circuit* (IC) pada sebuah PCB (*Printed Circuit Board*). Desainnya tampak seperti pada graf di sebelah kanan. Salah satu syarat yang harus dipenuhi desain rangkaian IC harus dapat diubah sedemikian rupa sehingga semua kawat tidak saling bersilangan karena dapat menimbulkan korstleting dan mengganggu sinyal. Tentukan apakah desain sudah memenuhi syarat tersebut. Jika ya, gambarkan salah satu susunan rangkaian IC yang memenuhi syarat. Jika tidak, jelaskan alasannya dengan tegas menggunakan Teorema Kuratowski.



8. (Nilai 10) Sebuah pesan telah dikompresi dengan algoritma Huffman. Kode Huffman untuk setiap simbol di dalam pesan adalah sebagai berikut: A = 11, B = 101, E = 0110, I = 1000, K = 000, L = 0111, M = 1001, N = 001, S = 0100, Y = 0101
 Hasil *encoding* pesan tersebut dengan kode Huffman adalah:

1011110111010001011110101101100111100010011110001101111001

- (c) Gambarkan pohon *prefix* (pohon Huffman) yang bersesuaian dengan kode Huffman tersebut
 (d) Lakukan dekompresi (*decoding*) string biner tersebut menjadi pesan semula.
9. (Nilai 15) Diberikan tiga buah potongan algoritma berikut:

Algoritma A(n): 1. count \leftarrow 0 2. for $i \leftarrow 1$ to n do 3. for $j \leftarrow 1$ to i do 4. count \leftarrow count + 1 5. endfor 6. endfor 7. return count	Algoritma B(n): 1. count \leftarrow 0 2. for $i \leftarrow 1$ to n do 3. $j \leftarrow 1$ 4. while $j \leq n$ do 5. count \leftarrow count + 1 6. $j \leftarrow 2*j$ 7. endwhile 8. endfor 9. return count	Algoritma C(n): 1. count \leftarrow 0 2. for $i \leftarrow 1$ to n do 3. for $j \leftarrow 1$ to $i*i$ do 4. for $k \leftarrow 1$ to j do 5. count \leftarrow count + 1 6. endfor 7. endfor 8. endfor 9. return count
---	---	---

Tentukan:

- (a) Fungsi $T(n)$ berdasarkan jumlah operasi tambah (+) pada instruksi count \leftarrow count + 1
 (b) Notasi Big-O, Big-Omega, dan Big-Tetha
 (c) Algoritma apa yang paling lambat waktunya?

10. **(Nilai 5)** Urutkan fungsi berikut berdasarkan kompleksitas waktu asimptotiknya (Big-O) dari paling cepat hingga paling lambat:

$$T_1(n) = n^2 \log n + n^3$$

$$T_2(n) = 2^{\sqrt{n}} + n \log n$$

$$T_3(n) = n(\log n)^2$$

$$T_4(n) = \log(\log n) + n^2$$

$$T_5(n) = 2 \log(n!)$$

$$T_6(n) = n^3 + 3^n$$

11. **(Nilai 2)** Apa prediksi (atau harapan) nilai anda untuk mata kuliah ini? (A/AB/B/BC/C/D/E)

TOTAL NILAI = 102