

Solusi Kuis ke-1 IF1220 Matematika Diskrit (3 SKS) – Logika, Himpunan, Relasi dan Fungsi
Dosen: Rinaldi M
Kamis, 5 Maret 2026
Waktu: 65 menit

1. Ubahlah proposisi-proposisi berikut dalam ekspresi logika dalam notasi simbolik: **(Nilai: 20)**
- Seorang mahasiswa IF dinyatakan lulus mata kuliah IF1220 Matematika Diskrit hanya jika rata-rata nilai ujiannya di atas 50 atau tidak ada komponen penilaiannya yang nol.
 - Jika Alvin hanya belajar semalam atau belajar begadang, tetapi tidak keduanya, maka syarat cukup agar nilai kuis Matematika Diskrit baik adalah sarapan yang tidak mengandung alkohol
 - Tentukan kalimat ingkaran untuk proposisi a) di atas (dalam bentuk ekspresi logika dan kalimat sekaligus)
 - Tentukan kalimat kontraposisi untuk proposisi a) di atas (dalam bentuk ekspresi logika dan kalimat sekaligus)

Solusi:

- a) Misalkan p : Seorang mahasiswa IF dinyatakan lulus mata kuliah IF1220 Matematika Diskrit
 q : Rerata nilai ujiannya di atas 50
 r : ada komponen penilaiannya yang nol

Ekspresi logika: $p \rightarrow (q \vee \sim r)$

- b) Misalkan p : Alvin hanya belajar semalam
 q : Alvin belajar begadang
 r : nilai kuis Matematika Diskrit baik
 s : sarapan tidak mengandung alkohol

Ekspresi logika: $(p \oplus q) \rightarrow (\sim s \rightarrow r)$

- c) Ingkaran: $\sim(p \rightarrow (q \vee \sim r)) \Leftrightarrow \sim(\sim p \vee (q \vee \sim r)) \Leftrightarrow p \wedge (\sim q \wedge r)$

"Seorang mahasiswa IF dinyatakan lulus mata kuliah IF1220 Matematika Diskrit, tetapi rata-rata nilai ujiannya tidak di atas 50 dan ada komponen penilaiannya yang bernilai nol."

- d) Kontraposisi: $\sim(q \vee \sim r) \rightarrow \sim p \Leftrightarrow (\sim q \wedge r) \rightarrow \sim p$
"Jika rerata nilai ujiannya tidak lebih dari 50 dan ada komponen penilaiannya yang nol maka seorang mahasiswa IF dinyatakan tidak lulus mata kuliah IF1220 Matematika Diskrit."

2. (a) Misalkan $A, B, C \subseteq S$. **(Nilai = 15)**
- Buktikan bahwa: $(A - B) - C = A - (B \cup C)$ dengan menggunakan hukum-hukum himpunan, tuliskan juga hukumnya.
 - Tentukan apakah berlaku: $A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$. Jika benar, buktikan. Jika salah, berikan *counterexample*.

Solusi:

- a) $(A - B) - C = (A \cap \bar{B}) - C$ (ekivalensi operasi selisih)
 $= (A \cap \bar{B}) \cap \bar{C}$ (ekivalensi operasi selisih)
 $= A \cap (\bar{B} \cap \bar{C})$ (hukum asosiatif)
 $= A \cap \overline{B \cup C}$ (hukum de Morgan)
 $= A - (B \cup C)$ (ekivalensi operasi selisih) (terbukti)
- b) $A - (B - C) = A \cap \overline{(B \cap \bar{C})}$ (ekivalensi operasi selisih)
 $= A \cap (\bar{B} \cup C)$ (hukum de Morgan)
 $= (A \cap \bar{B}) \cup (A \cap C)$ (hukum distributif)

$$= (A - B) \cup (A \cap C) \quad (\text{ekivalensi operasi selisih})$$

Jadi, kesamaan tersebut benar.

3. Di sebuah pameran buku, terdapat 600 buku yang disusun berurutan dan dilabeli nomor 1 sampai 600. Karena kelangkaannya, toko menetapkan skema harga yang berbeda berdasarkan nomor labelnya: **(Nilai: 5 + 5 + 10)**

- Label 1 – 200: Rp10.000,00 per buku.
- Label 201 – 450: Rp20.000,00 per buku.
- Label 451 – 600: Rp30.000,00 per buku.

Seorang kolektor ingin membeli buku-buku tersebut, namun ia memiliki kriteria yang sangat spesifik. Buku yang **TIDAK** dibeli adalah buku yang memenuhi semua ketentuan berikut secara bersamaan:

- (i) Nomornya habis dibagi 4 atau habis dibagi 6.
- (ii) Nomornya tidak habis dibagi 10.

- a) Nyatakanlah persoalan buku yang tidak dibeli dan buku yang dibeli dalam notasi himpunan
- b) Gambarkan persoalan buku yang tidak dibeli dalam diagram Venn
- c) Hitunglah total uang yang harus dikeluarkan kolektor tersebut untuk membeli semua buku yang ia inginkan!

Solusi:

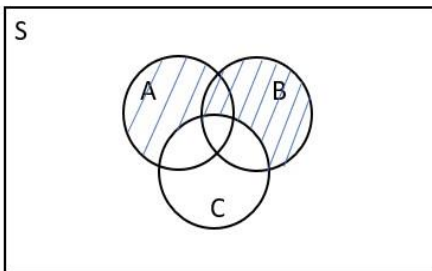
Misalkan:

- $S = \{1, 2, 3, \dots, 600\}$ (semua buku)
- $A = \{x \in S \mid x \text{ habis dibagi } 4\}$
- $B = \{x \in S \mid x \text{ habis dibagi } 6\}$
- $C = \{x \in S \mid x \text{ habis dibagi } 10\}$

a) Buku yang **TIDAK** dibeli adalah: $(A \cup B) \cap \bar{C}$

Buku yang dibeli adalah komplementnya terhadap S : $S - [(A \cup B) \cap \bar{C}]$

b)



c) $n(S) = 600$

$$n(A) = \text{Banyak nomor buku yang habis dibagi } 4 = \lfloor 600/4 \rfloor = 150$$

$$n(B) = \text{Banyak nomor buku yang habis dibagi } 6 = \lfloor 600/6 \rfloor = 100$$

$$n(C) = \text{Banyak nomor buku yang habis dibagi } 10 = \lfloor 600/10 \rfloor = 60$$

$$n(A \cap B) = \text{Banyak nomor buku yang habis dibagi } 4 \text{ dan } 6 = \lfloor 600/12 \rfloor = 50$$

$$n(B \cap C) = \text{Banyak nomor buku yang habis dibagi } 6 \text{ dan } 10 = \lfloor 600/30 \rfloor = 20$$

$$n(A \cap C) = \text{Banyak nomor buku yang habis dibagi } 4 \text{ dan } 10 = \lfloor 600/20 \rfloor = 30$$

$$n(A \cap B \cap C) = \text{Banyak bilangan yang habis dibagi } 4, 6, \text{ dan } 10 = \lfloor 600/60 \rfloor = 10$$

Dengan prinsip inklusi-eksklusi dalam perhitungan $n((A \cup B) - C)$, maka

$$\begin{aligned} n((A \cup B) - C) &= \{n(A) + n(B) - n(A \cap B)\} - \{n(A \cap C) + n(B \cap C) - n(A \cap B \cap C)\} \\ &= \{150 + 100 - 50\} - \{30 + 20 - 10\} \\ &= 160 \end{aligned}$$

Jadi, total buku yang tidak dibeli = 160

Total buku yang dibeli = $600 - 160 = 440$

Hitung per kategori harga:

Nomor 1 – 200 (Rp10.000):

$$n(A) = \text{Banyak nomor buku yang habis dibagi } 4 = \lfloor 200/4 \rfloor = 50$$

$$n(B) = \text{Banyak nomor buku yang habis dibagi } 6 = \lfloor 200/6 \rfloor = 33$$

$$n(C) = \text{Banyak nomor buku yang habis dibagi } 10 = \lfloor 200/10 \rfloor = 20$$

$$n(A \cap B) = \text{Banyak nomor buku yang habis dibagi } 4 \text{ dan } 6 = \lfloor 200/12 \rfloor = 16$$

$$n(B \cap C) = \text{Banyak nomor buku yang habis dibagi } 6 \text{ dan } 10 = \lfloor 200/30 \rfloor = 6$$

$$n(A \cap C) = \text{Banyak nomor buku yang habis dibagi } 4 \text{ dan } 10 = \lfloor 200/20 \rfloor = 10$$

$$n(A \cap B \cap C) = \text{Banyak bilangan yang habis dibagi } 4, 6, \text{ dan } 10 = \lfloor 200/60 \rfloor = 3$$

Dengan prinsip inklusi-eksklusi dalam perhitungan $n((A \cup B) - C)$, maka

$$\begin{aligned} n((A \cup B) - C) &= \{n(A) + n(B) - n(A \cap B)\} - \{n(A \cap C) + n(B \cap C) - n(A \cap B \cap C)\} \\ &= \{50 + 33 - 16\} - \{10 + 6 - 3\} \\ &= 67 - 13 \\ &= 54 \end{aligned}$$

Jadi, total buku yang tidak dibeli = 54

Total buku yang dibeli = $200 - 54 = 146$

Total harga = $146 \times 10.000 = 1.460.000$

Nomor 201 – 450 (Rp20.000):

Total buku yang tidak dibeli pada nomor 1 – 450 = 120

Sudah 54 buku pada nomor 1–200, sisa $120 - 54 = 66$

Buku yang dibeli = $250 - 66 = 184$

Total harga = $184 \times 20.000 = 3.680.000$

Nomor 451 – 600 (Rp40.000):

Total buku yang tidak dibeli = 160

Sudah 120 buku pada nomor 1–450, sisa $160 - 120 = 40$

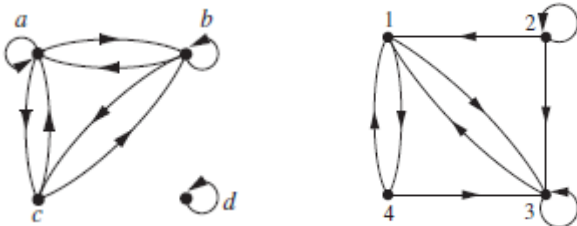
Buku yang dibeli = $150 - 40 = 110$

Total harga = $110 \times 30.000 = 3.300.000$

Total uang yang harus dibayar = $1.460.000 + 3.680.000 + 3.300.000 = 8.440.000$

4. Diberikan dua buah relasi, R (kiri) dan S (kanan), yang direpresentasikan dengan graf berarah:

(Nilai: 5 + 5)



a) Tuliskan apakah masing-masing relasi R dan S setangkup/tidak, refleksif/tidak, menghantar/tidak, tolak setangkup/tidak, beserta alasannya.

b) Tuliskan matriks yang merepresentasikan R^2 dan S^{-1}

Solusi:

a) $R = \{(a, a), (b, b), (d, d), (a, b), (b, a), (a, c), (c, a), (b, c), (c, b)\}$

- Tidak refleksif karena tidak terdapat (c, c) di dalam relasi
- Setangkup karena selalu ada sisi dari simpul ke simpul lain demikian pula sebaliknya
- Tidak tolak setangkup karena terdapat (a, b) dan (b, a) padahal $a \neq b$
- Menghantar karena selalu terdapat busur dari u ke v dan dari v ke w sehingga ada busur dari u ke w

$S = \{(1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 3), (4, 1), (4, 3)\}$

- Tidak refleksif karena tidak ada $(1, 1)$ dan $(4, 4)$
- Tidak setangkup karena ada $(2, 1)$ tetapi tidak ada $(1, 2)$

- Tidak tolak setangkup karena terdapat (1,4) dan (4,1) padahal $1 \neq 4$
- Tidak menghantar karena terdapat (2,1) dan (1,4) namun tidak ada (2,4)

$$b) R^2 = R \circ R = \{(a,a),(a,b),(a,c),(b,a),(b,b),(b,c),(c,a),(c,b),(c,c),(d,d)\}$$

$$R^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$S^{-1} = \{(3,1), (4, 1),(1, 2), (2,2), (3,2), (1,3), (3,3), (1,4), (3, 4)\}$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

5. Misalkan R adalah relasi pada himpunan seluruh perangkat (laptop, *smart phone*, dsb) yang sedang aktif terhubung ke sebuah jaringan *WiFi* di area kampus sedemikian sehingga $a R b$ jika dan hanya jika perangkat a dan perangkat b sedang terhubung ke jaringan *WiFi* (SSID) yang sama. Apakah R merupakan relasi yang ekuivalen (relasi kesetaraan)? Jelaskan! (Nilai: 15)

Solusi:

R adalah relasi yang ekuivalen karena memenuhi ketiga sifat berikut:

- a. R adalah relasi yang **refleksif** karena jaringan *WiFi* tempat perangkat a terhubung sudah pasti sama dengan jaringan *WiFi* tempat perangkat a itu sendiri terhubung.

$$[WiFi(a) = WiFi(a)]$$

- b. R adalah relasi yang **setangkup (simetris)** karena jika perangkat a terhubung ke *WiFi* yang sama dengan perangkat b , maka sudah pasti perangkat b terhubung ke *WiFi* yang sama dengan perangkat a .

$$[Jika WiFi(a) = WiFi(b), maka WiFi(b) = WiFi(a)]$$

- c. R adalah relasi yang **menghantar (transitif)** karena jika perangkat a terhubung ke *WiFi* yang sama dengan perangkat b , dan perangkat b terhubung ke *WiFi* yang sama dengan perangkat c , maka secara logis perangkat a pasti terhubung ke *WiFi* yang sama dengan perangkat c .

$$[Jika WiFi(a) = WiFi(b) dan WiFi(b) = WiFi(c), maka WiFi(a) = WiFi(c)]$$

6. Tentukan apakah fungsi berikut injektif, surjektif, bijektif, atau bukan ketiganya. Jelaskan juga alasannya! (Nilai: 20)
- $g(x) = x^4 + x^2 + 1, g: R \rightarrow R$
 - $f(x) = \ln x, f: (0, \infty) \rightarrow R$
 - Fungsi “terdaftar di kelas” dari himpunan mahasiswa semester 2 IF’25 ke mata kuliah Matematika Diskrit kelas K1
 - Fungsi “mengambil mata kuliah” dari himpunan mahasiswa semester 2 ke himpunan mata kuliah semester 2

Jawaban:

- Bukan ketiganya. Tidak injektif karena $g(x) = g(-x)$ dan tidak surjektif karena kodomain dari R hanya $[1, \infty)$
- Bijektif. Merupakan fungsi satu-ke-satu (lihat grafik \ln) dan untuk domain $(0, \infty)$ akan selalu ada kodomain yang bernilai riil
- Surjektif. Tidak injektif karena semua mahasiswa memiliki kodomain yang sama (K1), tetapi surjektif karena semua domain hanya dapat bernilai K1
- Bukan ketiganya. Seorang mahasiswa dapat mengambil lebih dari satu mata kuliah.

7. (SOAL BONUS, Nilai = 10) Diberikan proposisi berikut: $\sim((p \vee \sim q) \wedge (r \rightarrow \sim s))$

a) Ubah ekspresi ini menjadi sesederhana mungkin

b) Diketahui r bernilai FALSE. Ubah ekspresi pada soal di atas menjadi sesederhana mungkin

Solusi:

a)

$$\begin{aligned}\sim((p \vee \sim q) \wedge (r \rightarrow \sim s)) &\Leftrightarrow \sim((p \vee \sim q) \wedge (\sim r \vee \sim s)) \\ &\Leftrightarrow \sim(p \vee \sim q) \vee \sim(\sim r \vee \sim s) \\ &\Leftrightarrow (\sim p \wedge q) \vee (r \wedge s)\end{aligned}$$

b) Substitusi nilai $r = \text{FALSE}$

$$\sim((p \vee \sim q) \wedge (\text{False} \rightarrow \sim s)) \Leftrightarrow \sim(p \vee \sim q) \wedge \text{True} \Leftrightarrow \sim(p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim p \wedge q$$

Kerjakan pada bagian kosong di bawah ini dan halaman dibaliknya, jika kurang silakan pakai kertas sendiri