

- Misalkan sebuah barisan bilangan riil didefinisikan dengan relasi berikut:  $x_1 = \sqrt{2}$  dan  $x_{n+1} = \sqrt{2 + x_n}$  untuk  $n \geq 1$ .  
Gunakan prinsip induksi matematika untuk membuktikan bahwa  $x_n < 2$  untuk semua  $n \geq 1$ . **(Nilai = 10)**
- Buat sebuah poligon dengan  $n$  sisi. Pilih satu titik sudut, misalkan titik  $X$ . Hubungkan titik  $X$  dengan tiap titik sudut lain di dalam poligon tersebut. Buktikan dengan induksi matematika bahwa banyaknya segitiga yang tercipta adalah  $n - 2$ . **(Nilai = 10)**
- Diketahui sebuah fungsi Boolean  $F$  dengan empat variabel  $A, B, C, D$  yang telah disederhanakan menjadi bentuk berikut:  
$$F(A, B, C, D) = AB' + B'C + AC'D'$$
**(Nilai = 20)**
  - Gambarkan rangkaian logika fungsi  $F$
  - Nyatakan fungsi  $F$  tersebut ke dalam bentuk kanonik SOP menggunakan notasi  $\sum m$ .
  - Nyatakan fungsi  $F$  tersebut ke dalam bentuk kanonik POS menggunakan notasi  $\prod M$ .
  - Gambarkan Peta Karnaugh (K-Map) 4 variabel untuk fungsi tersebut dan buktikan apakah penyederhanaan di atas sudah paling minimal atau masih bisa dipangkas lagi!
- Diberikan dua buah bilangan biner masing-masing terdiri dari 2 bit, yaitu  $A = a_1a_2$  dan  $B = b_1b_2$ . Rancang sebuah rangkaian logika yang menghasilkan keluaran  $F = 1$  jika nilai  $A > B$ , dan  $F = 0$  jika tidak. Tentukan fungsi Boolean yang merepresentasikan kondisi tersebut menggunakan tabel kebenaran dan penyederhanaan dengan Peta Karnaugh. Selanjutnya, ubah fungsi yang diperoleh menjadi bentuk yang hanya menggunakan gerbang NAND dengan memanfaatkan hukum De Morgan. **(Nilai = 20)**
- Diberikan ekspresi sumasi sebagai berikut  $S = \sum_{i=1}^{100} \sum_{j=1}^5 (2i - j + 3)$  **(Nilai = 10)**
  - Sederhanakan sumasi terhadap indeks  $j$  sehingga  $S$  hanya terdapat satu sumasi berindeks  $i$
  - Tentukan nilai total dari  $S$
- Putra adalah mahasiswa semester 2 yang sedang belajar pemrograman rekursif. Ia membuat fungsi untuk menghitung sesuatu sebagai berikut: **(Nilai = 15)**

```
def mystery(n):  
    if n == 0:  
        return 2  
    if n == 1:  
        return 5  
    return 3 * mystery(n - 1) - 2 * mystery(n - 2)
```

  - Nyatakan fungsi  $mystery(n)$  sebagai relasi rekurens dan kondisi awalnya!
  - Hitung  $mystery(6)$  secara iteratif!
  - Apakah relasi rekurens ini homogen linier? Jika iya, tentukan solusinya!
- Sebuah server pengelola file *pdf* memiliki sistem *task queue* untuk melayani penggunaannya. Pada setiap awal iterasi (detik ke- $n$ ), jumlah tugas bertambah sebesar 10% dari jumlah tugas pada detik sebelumnya (detik ke- $(n-1)$ ) karena ada *overhead*. Secara bersamaan, setiap detik server juga menyelesaikan 67.000 tugas. Diketahui jumlah tugas pada detik ke-0 adalah  $a_0 = 2.000.000$  tugas. **(Nilai = 15)**
  - Tentukan relasi rekursif untuk  $a_n$ , yakni jumlah tugas pada detik ke- $n$ .
  - Server akan mengalami *overload* jika jumlah tugas dalam *task queue* melebihi 3.000.000 tugas. Tentukan pada detik ke berapa server pertama kali mencapai *overload*.Catatan: Tuliskan langkah perhitungan iterasi dengan detail. Jika terdapat hasil desimal pada setiap iterasi, bulatkan menggunakan fungsi *floor* (pembulatan ke bilangan bulat ke bawahnya) sebelum melanjutkan ke iterasi berikutnya.
  - Untuk memperbaiki masalah *overload* yang cepat terjadi seperti pada poin (b), *system engineer* harus meningkatkan pemrosesan server. Tentukan berapa jumlah tugas minimum yang harus diselesaikan server setiap detiknya agar jumlah proses di *task queue* tidak pernah bertambah dari jumlah awal  $a_0$ .
- (Bonus nilai = 5)**. Buktikan  $((a' + b)(a' + b'))' = a$  menggunakan hukum-hukum aljabar boolean, tuliskan hukumnya.

**Total Nilai = 100 + bonus 5**