

UTS IF1220 Matematika Diskrit (3 SKS)  
Dosen: Rula Mandala, Rinaldi M, Arrival dwi Sentosa  
Jumat, 30 Oktober 2024  
Waktu: 110 menit

1. Hitunglah banya bilangan 1 - 1000 yang habis dibagi oleh 6 atau 13, tetapi tidak habis dibagi 7!

(Nilai: 10)

2. Misalkan  $f : \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}$  didefinisikan oleh  $f(x) = x \bmod 8$  dan  $g : \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}$  didefinisikan oleh  $g(x) = x^2 - 5x + 6$ .

- Apakah  $f$  fungsi satu-ke-satu (injektif)?
- Apakah  $g$  fungsi pada (surjektif)?
- Tentukan jelajah (*range*) fungsi  $g \circ f$  dalam bentuk himpunan

(Nilai: 2 + 2 + 6)

3. Diketahui  $X = \{0, 1, 2, 3, 5\}$ ,  $F$  dan  $G$  adalah fungsi dari ke  $X$  ke  $X$ , dalam hal ini:

$$F(x) = (2x+1) \bmod 4 \text{ dan } G(x) = (4x + 5) \bmod 4.$$

- Tuliskan  $F$  dan  $G$  sebagai sebagai himpunan pasangan terurut.
- Tuliskan hasil komposisi  $F \circ G$  dan  $G \circ F$
- Apakah  $F \circ G$  dan  $G \circ F$  fungsi bijektif?

(Nilai: 4 + 4 + 2)

4. Buktikan kebenaran algoritma di bawah ini dengan menggunakan prinsip induksi matematika

(Nilai: 3 + 3 + 5 + 4)

**Kuadrat Function: SQ(n)**

**S ← 0**

**i ← 0**

**while i < n**

**S ← S + n**

**i ← i + 1**

**return S**

- Tentukan basis induksinya.
- Tentukan hipotesis induksinya
- Tentukan step induksinya
- Menggunakan step induksi di nomor c tentukan bahwa pada akhirnya fungsi di atas menghitung  $n$  kuadrat.

5. Di sebuah perusahaan pengembangan *game*, manajer proyek ingin membentuk tim-tim kecil untuk berbagai proyek. Setiap tim harus memenuhi salah satu dari kondisi berikut:

- Tipe A: Terdiri dari tepat 3, 4, atau 5 *programmer*.
- Tipe B: Terdiri dari tepat 6 *programmer*, tetapi hanya jika terdapat setidaknya dua tim Tipe A yang telah dibentuk sebelumnya.

Buktikan dengan induksi matematika bahwa apabila terdapat 20 atau lebih *programmer*, maka *programmer-programmer* tersebut dapat dibagi menjadi beberapa tim sedemikian hingga setiap programmer masuk dalam satu tim dan setiap tim memenuhi salah satu dari kondisi di atas.

(Nilai: 15)

6. Dalam sebuah perusahaan, gaji karyawan baru dihitung berdasarkan suatu deret. Gaji pertama seorang karyawan adalah 2500 dolar, dan setiap bulan gaji tersebut bertambah 150 dolar. Karyawan tersebut menerima gaji ini selama 12 bulan pertama.

- a) Tentukan persamaan umum deret yang mewakili gaji karyawan tersebut setiap bulan.
- b) Berapa total gaji yang diterima karyawan tersebut selama 12 bulan pertama?

**(Nilai: 10)**

7. Sebuah algoritma rekursif memiliki kebutuhan waktu algoritma yang dinyatakan dalam sebuah fungsi rekursif yang berbentuk relasi rekurens sebagai berikut:

$$4f(n) - 3 = 3(8f(n - 1) - 12f(n - 2) - 1); f(0) = 2, f(2) = 36$$

- a) Tentukan solusi relasi rekurens tersebut
- b) Hitung nilai fungsi untuk  $n = 6$

**(Nilai: 15)**

8. Sebuah perusahaan ingin merancang sistem pencahayaan otomatis yang mengontrol lampu berdasarkan tiga variabel:

- **P**: Apakah ada orang yang hadir di ruangan? (1 jika hadir, 0 jika tidak)
- **L**: Apakah tingkat cahaya alami rendah? (1 jika rendah, 0 jika tinggi)
- **T**: Apakah waktu saat ini malam hari? (1 jika malam, 0 jika siang)

Lampu akan dinyalakan (output = 1) jika kondisi tertentu terpenuhi, dan tetap mati (output = 0) jika kondisi tidak terpenuhi. Terdapat beberapa kondisi di mana status beberapa variabel tidak memengaruhi hasil (don't care). Lampu hanya akan menyala jika pada kondisi berikut:

- Ada orang hadir di dalam ruangan, tingkat cahaya alami rendah, waktu malam hari, atau
- Ada orang hadir di dalam ruangan, tingkat cahaya alami tinggi, waktu malam hari, atau
- Tidak ada orang hadir di dalam ruangan, Tingkat cahaya alami rendah, waktu malam hari,

Sedangkan jika ada orang hadir di dalam ruangan, tingkat cahaya rendah, dan waktu siang hari, maka kondisi ini tidak mempengaruhi hasil.

- a) Buatlah peta Karnaugh (K-map) untuk menyederhanakan fungsi logika persoalan di atas.
- b) Berdasarkan peta Karnaugh tersebut, tuliskan fungsi boolean minimal untuk sistem pencahayaan otomatis ini yang memberikan output = 1.
- c) Buatlah rangkaian logika dari fungsi boolean minimal yang didapatkan.

**(Nilai:15)**

**Total Nilai = 105**