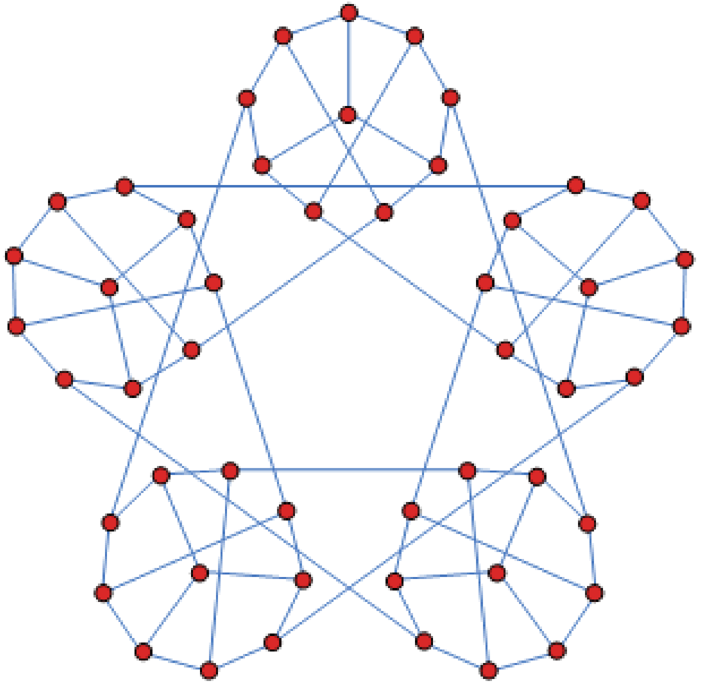
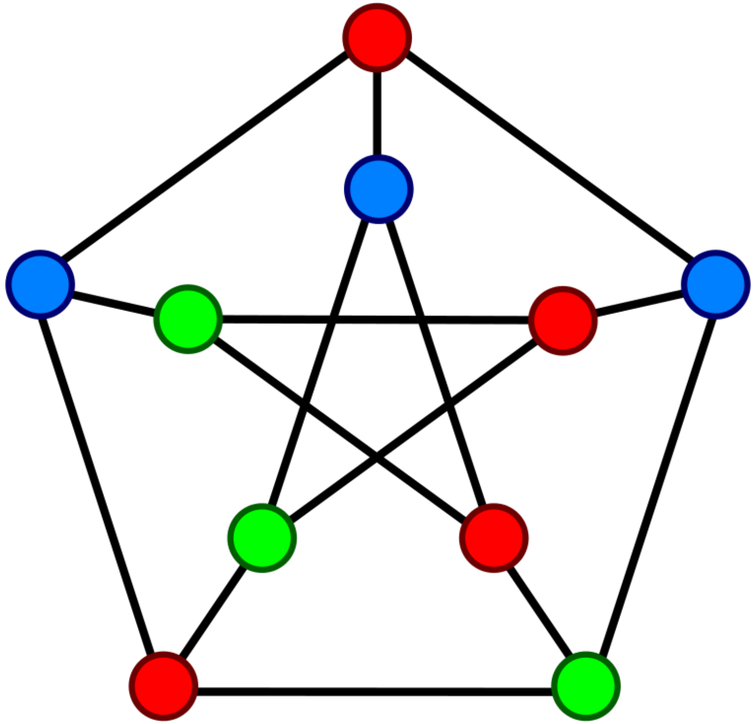




Graf
(Bag. 3)

Bahan Kuliah

IF1220 Matematika Diskrit

Oleh: Rinaldi Munir

Program Studi Teknik Informatika

STEI-ITB

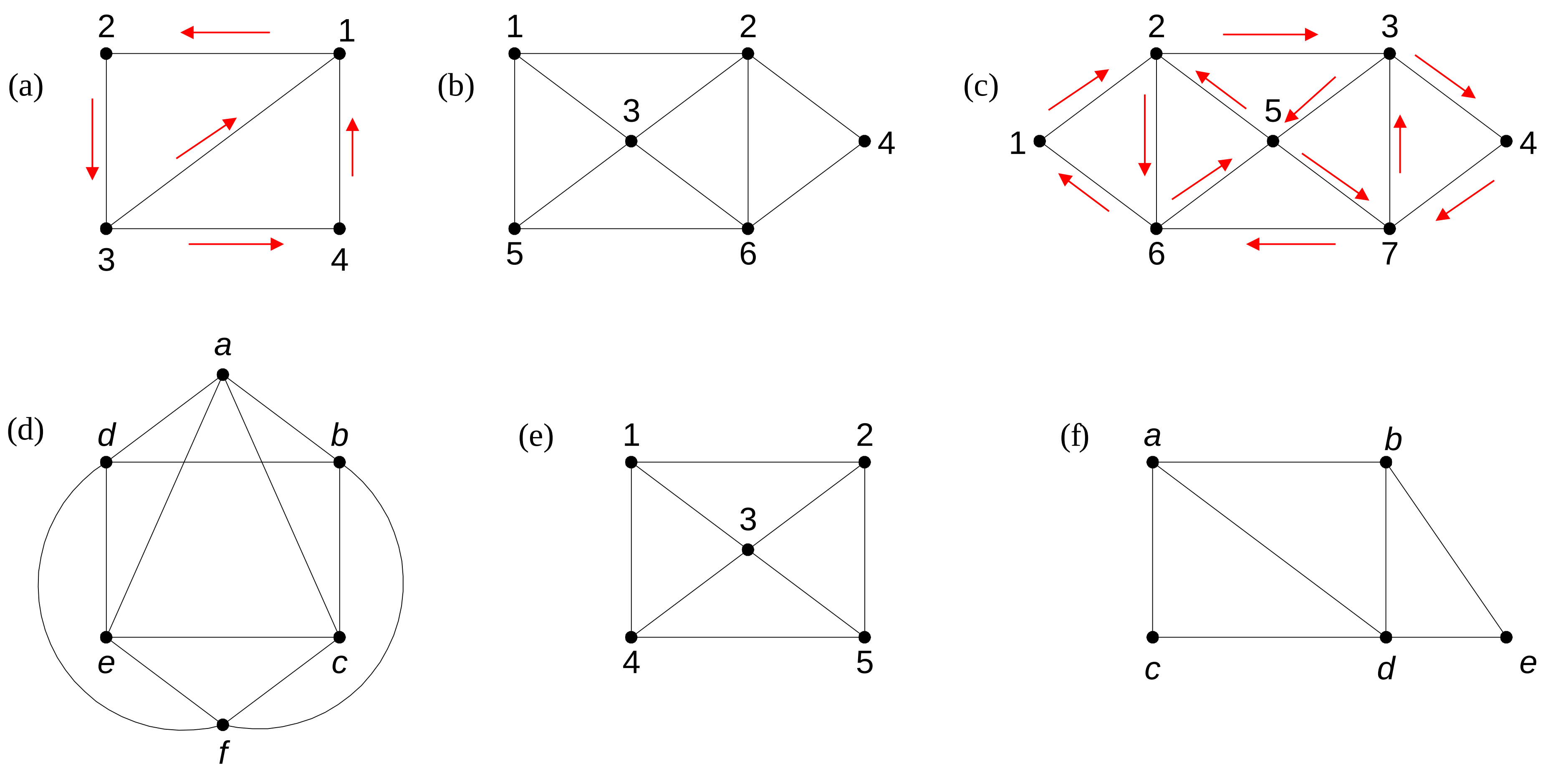
(Update 2024)

Lintasan dan Sirkuit Euler

- **Lintasan Euler** ialah lintasan yang melalui masing-masing sisi di dalam graf tepat satu kali.

- **Sirkuit Eu**ler ialah sirkuit yang melewati masing-masing sisi tepat satu kali..

- Graf yang mempunyai sirkuit Euler disebut **graf Euler** (*Eulerian graph*). Graf yang mempunyai lintasan Euler dinamakan juga graf **semi-Euler** (*semi-Eulerian graph*).



Lintasan Euler pada graf (a) : 3, 1, 2, 3, 4, 1

Lintasan Euler pada graf (b) : 1, 2, 4, 6, 2, 3, 6, 5, 1, 3

Sirkuit Euler pada graf (c) : 1, 2, 3, 4, 7, 3, 5, 7, 6, 5, 2, 6, 1

Sirkuit Euler pada graf (d) : *a, c, f, e, c, b, d, e, a, d, f, b, a*

Graf (e) tidak mempunyai lintasan maupun sirkuit Euler

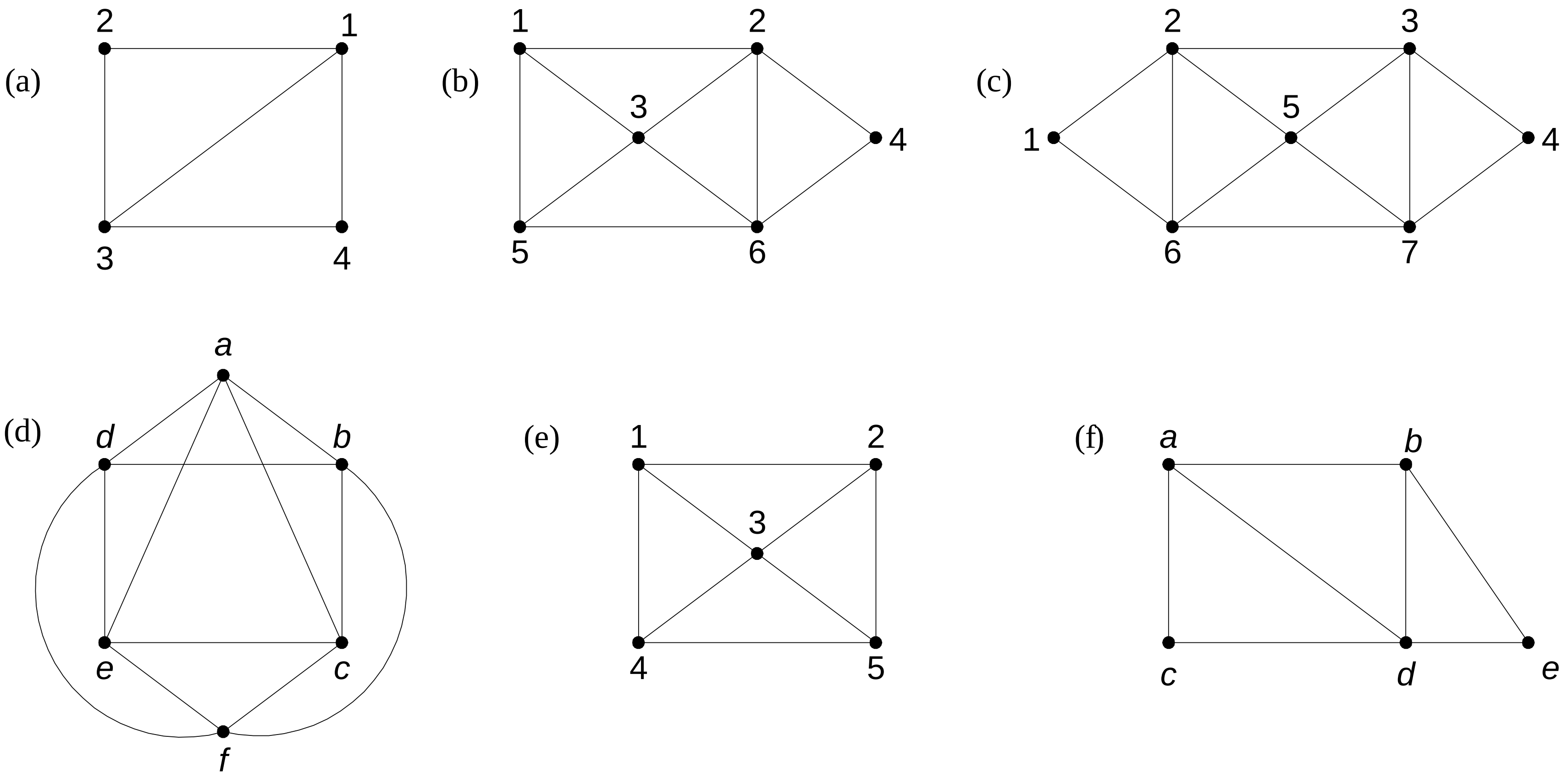
Graf (f) mempunyai lintasan Euler: *a, c, d, a, b, e, d, b*

(a), (b), dan (f) graf semi-Euler

(c) dan (d) graf Euler

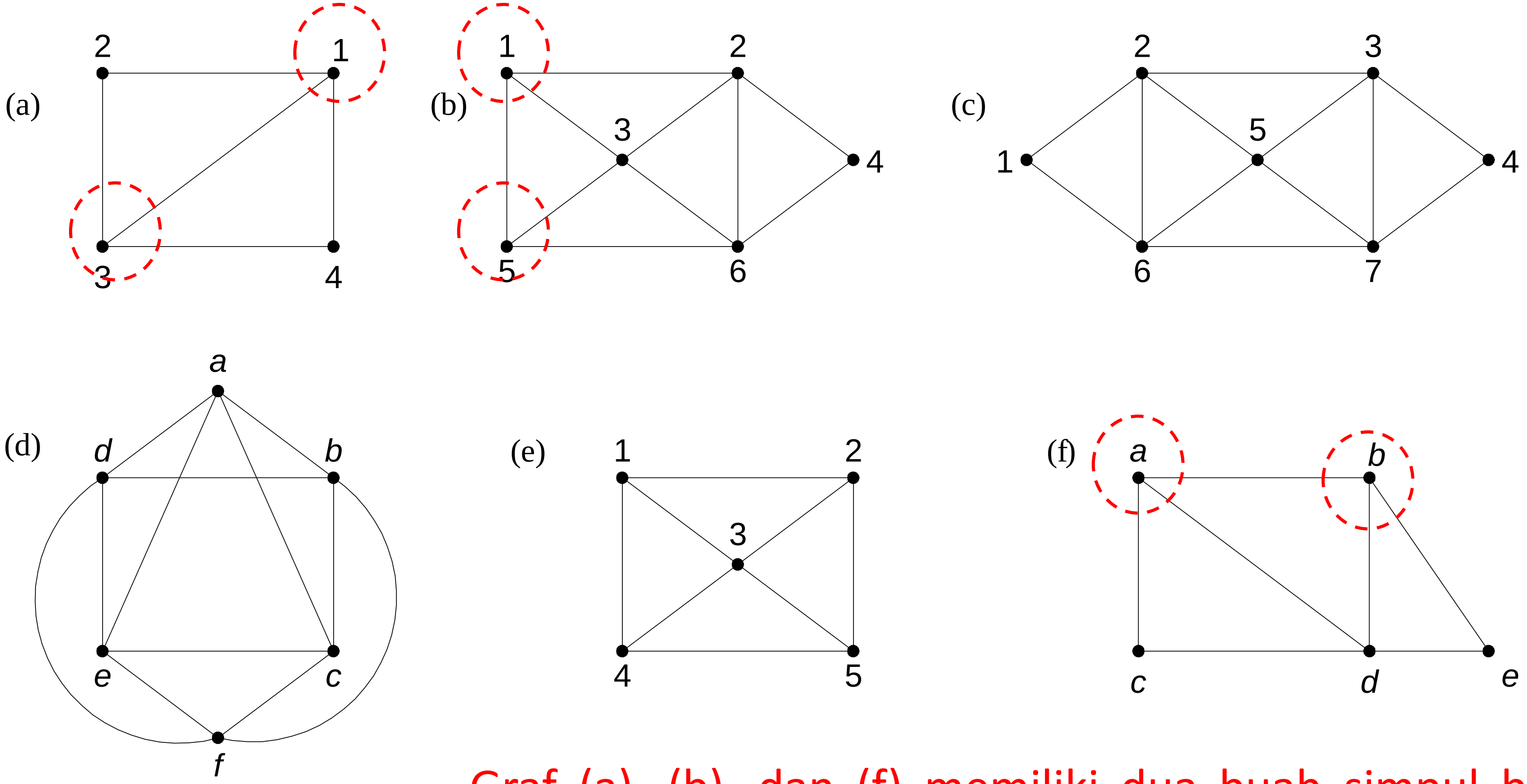
(e) bukan graf semi-Euler maupun graf Euler

TEOREMA 1. Graf tidak berarah *G* adalah graf Euler (memiliki sirkuit Euler) jika dan hanya jika G terhubung dan setiap simpul berderajat genap.



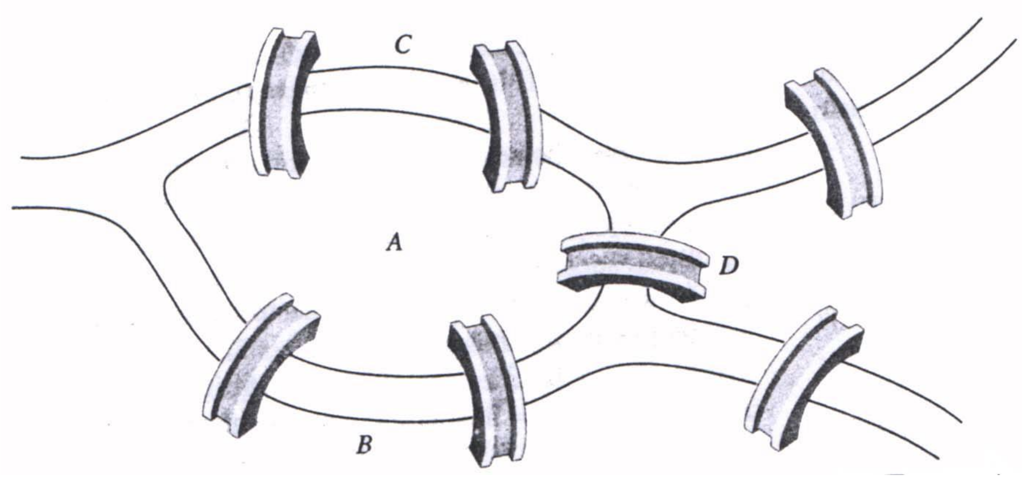
Hanya graf (c) dan (d) yang semua simpulnya berderajat sehingga graf (c) dan (d) memiliki sirkuit Euler (disebut graf Euler)

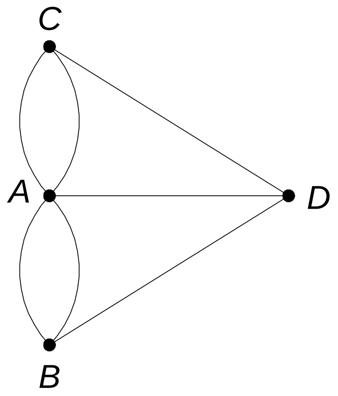
TEOREMA 2. Graf tidak berarah memiliki lintasan Euler (graf semi-Euler) jika dan hanya jika terhubung dan memiliki dua buah simpul berderajat ganjil atau tidak ada simpul berderajat ganjil sama sekali.



Graf (a), (b), dan (f) memiliki dua buah simpul berderajat ganjil (dilingkari putus-putus) sehingga ketiganya memiliki lintasan Euler. Perhatikan bahwa sirkuit Euler juga adalah lintasan Euler, oleh karena itu graf (c) dan (d) juga mengandung lintasan Euler

- Persoalan Jembatan Konigsber tidak mempunyai sirkuit Euler





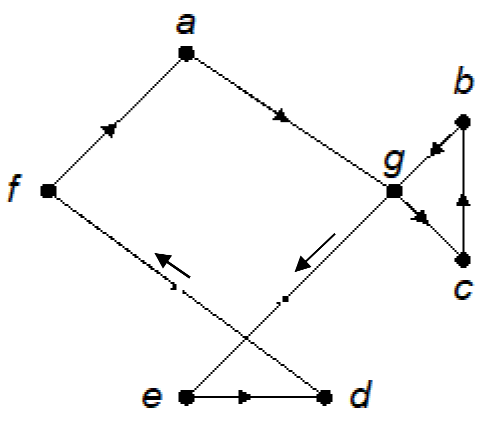
Gambar 1. Masalah Jembatan Königsberg

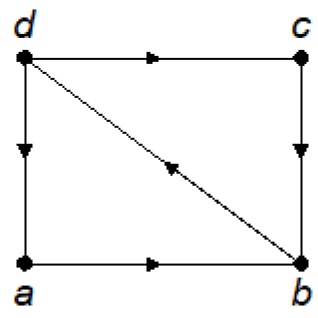
- Karena derajat setiap simpul tidak genap

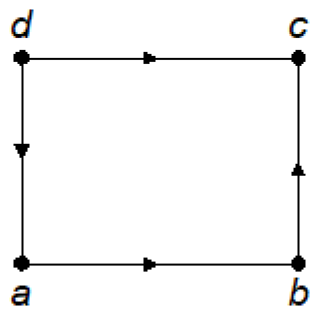
TEOREMA. 3

(a) Graf berarah *G* memiliki sirkuit Euler jika dan hanya jika *G* terhubung dan setiap simpul memiliki derajat-masuk dan derajat-keluar sama.

(b) *G* memiliki lintasan Euler jika dan hanya jika *G* terhubung dan setiap simpul memiliki derajat-masuk dan derajat-keluar sama kecuali dua simpul, yang pertama memiliki derajat-keluar satu lebih besar derajat-masuk, dan yang kedua memiliki derajat-masuk satu lebih besar dari derajat-keluar.



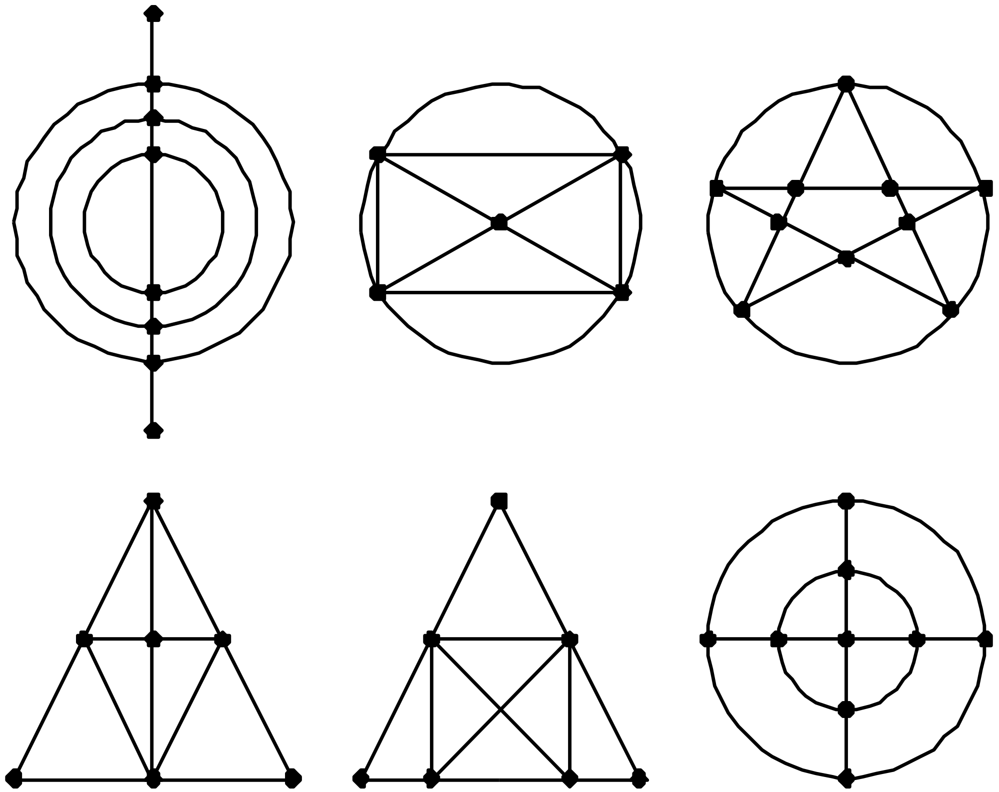




Gambar (a) Graf berarah Euler (*a*, *g*, *c*, *b*, *g*, *e*, *d*, *f*, *a*)
(b) Graf berarah semi-Euler (*d*, *a*, *b*, *d*, *c*, *b*)
(c) Graf berarah bukan Euler maupun semi-Euler

Latihan

- Manakah di antara graf di bawah ini yang dapat dilukis garisnya sekali tanpa mengangkat pensil sekalipun?

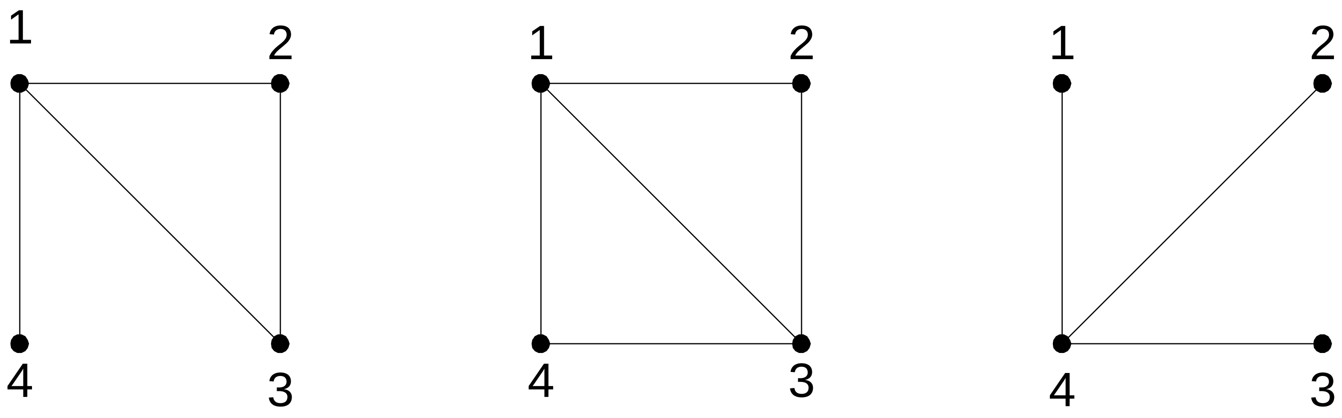


Lintasan dan Sirkuit Hamilton

- **Lintasan Hamilton** ialah lintasan yang melalui tiap simpul di dalam graf tepat satu kali.

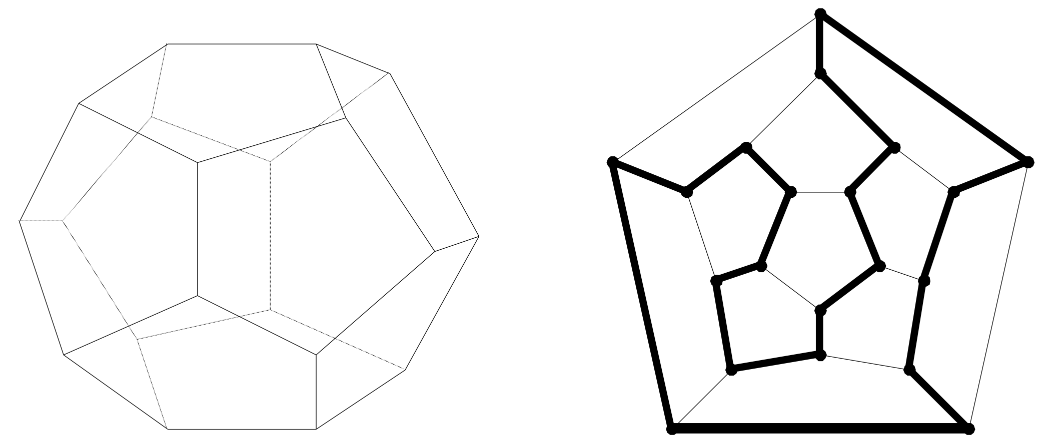
- **Sirkuit Hamilton** ialah sirkuit yang melalui tiap simpul di dalam graf tepat satu kali, kecuali simpul asal (sekaligus simpul akhir) yang dilalui dua kali.

- Graf yang memiliki sirkuit Hamilton dinamakan **graf Hamilton**, sedangkan graf yang hanya memiliki lintasan Hamilton disebut **graf semi-Hamilton**.



(a) (b) (c)

(a) graf yang memiliki lintasan Hamilton (misal: 3, 2, 1, 4)
(b) graf yang memiliki sirkuit Hamilton (1, 2, 3, 4, 1)
(c) graf yang tidak memiliki lintasan maupun sirkuit Hamilton

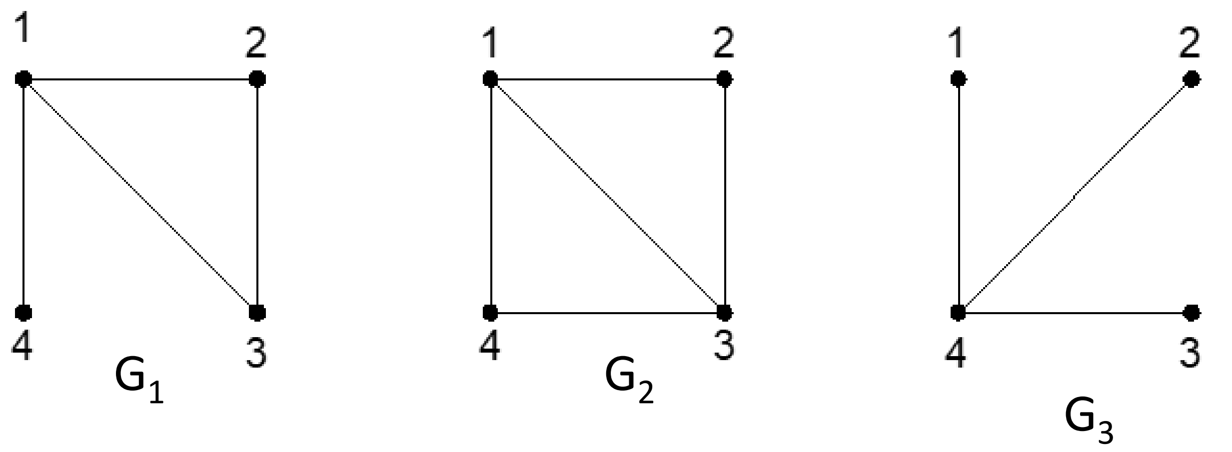


(a) (b)

(a) *Dodecahedron* Hamilton,
(b) graf yang mengandung sirkuit Hamilton

TEOREMA 4. Syarat cukup supaya graf sederhana G dengan n ($\geq$ 3) buah simpul adalah graf Hamilton ialah bila derajat tiap simpul paling sedikit n/2 (yaitu, d(v) $\geq$ n/2 untuk setiap simpul v di G).

Ekivalen dengan: Jika pada graf sederhana G dengan *n* ($\geq$ 3) buah simpul derajat setiap simpul paling sedikit n/2 (yaitu, d(v) $\geq$ n/2 untuk setiap simpul v di G) maka G adalah graf Hamilton.

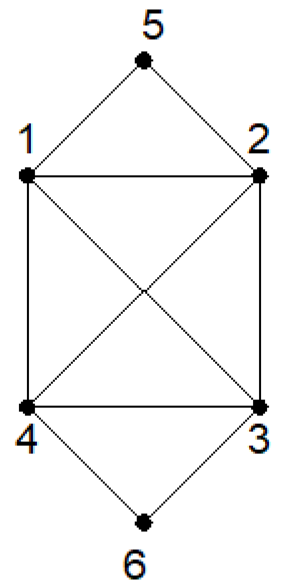


Pada G_1, n = 4, tetapi simpul 4 memiliki d(v) = 1 $\rightarrow$ bukan graf Hamilton
Pada G_2, n = 4, setiap simpul memiliki d(v) $\geq$ 2 $\rightarrow$ graf Hamilton

- Teorema 4 adalah syarat cukup agar sebuah graf sederhana G merupakan graf Hamilton (mengandung sirkuit Hamilton).

- Namun, terdapat graf yang yang tidak setiap simpulnya memiliki derajat paling sedikit n/2 namun memiliki sirkuit Hamilton. Seperti pada contoh graf di bawah ini:

Pada graf ini, $n = 6$ tetapi tidak setiap simpul v memiliki $d(v) \geq 3$ (simpul 5 dan 6 memiliki derajat 2, namun graf ini merupakan graf Hamilton



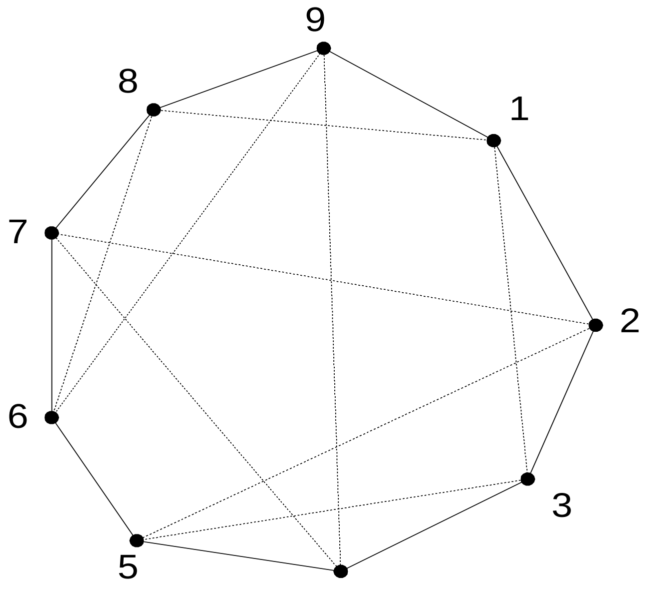
TEOREMA 5. Setiap graf lengkap adalah graf Hamilton.

TEOREMA 6 Di dalam graf lengkap G dengan n buah simpul ($n \geq 3$), terdapat $(n - 1)!/2$ buah sirkuit Hamilton.

TEOREMA 7. Di dalam graf lengkap G dengan n buah simpul ($n \geq 3$ dan n ganjil), terdapat $(n - 1)/2$ buah sirkuit Hamilton yang saling lepas (tidak ada sisi yang beririsan). Jika n genap dan $n \geq 4$, maka di dalam G terdapat $(n - 2)/2$ buah sirkuit Hamilton yang saling lepas.

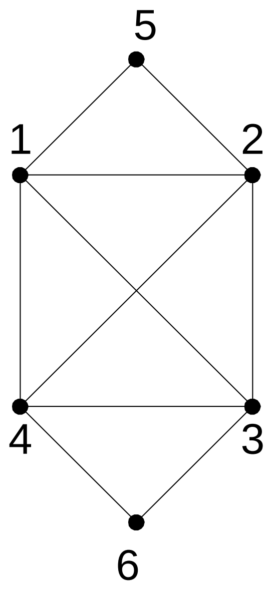
Contoh. Sembilan anggota sebuah klub bertemu tiap hari untuk makan siang pada sebuah meja bundar. Mereka memutuskan duduk sedemikian sehingga setiap anggota mempunyai tetangga duduk berbeda pada setiap makan siang. Berapa hari pengaturan tersebut dapat dilaksanakan?

Jawaban: Jumlah pengaturan tempat duduk yang berbeda adalah (9 – 1)/2 = 4.

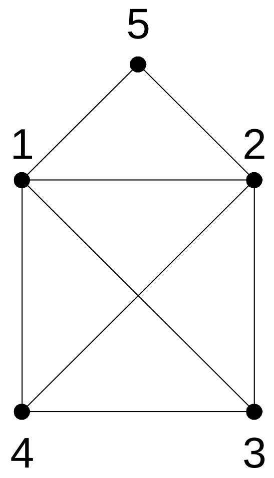


Gambar Graf yang merepresentasikan persoalan pengaturan tempat duduk.

Beberapa graf dapat mengandung sirkuit Euler dan sirkuit Hamilton sekaligus, mengandung sirkuit Euler tetapi tidak mengandung sirkuit Hamilton, dan sebagainya..



(a)

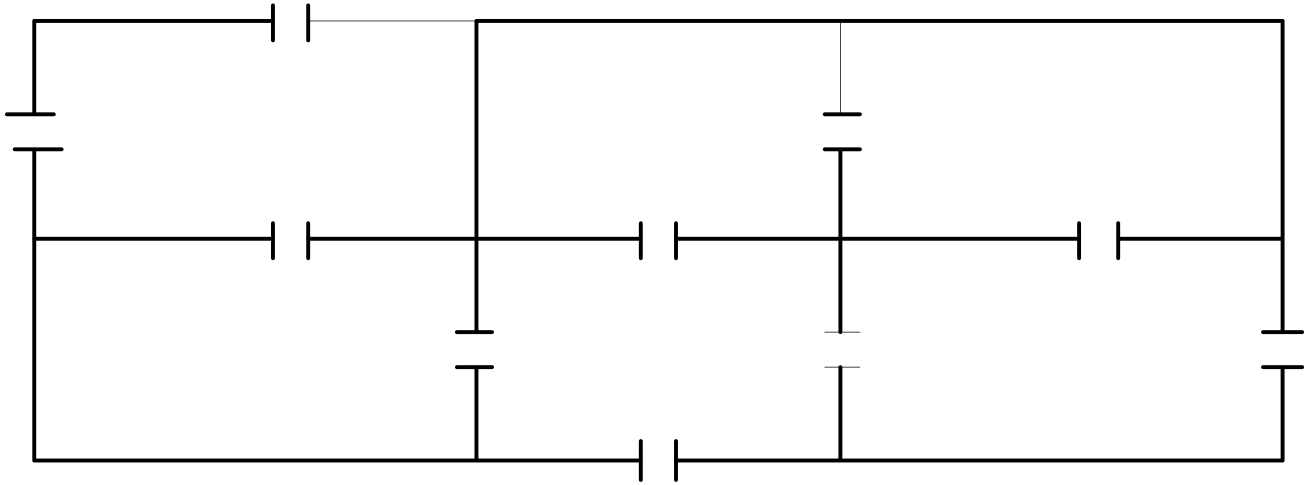


(b)

(a) Graf Hamilton sekaligus graf Euler
(b) Graf Hamilton sekaligus graf semi-Euler

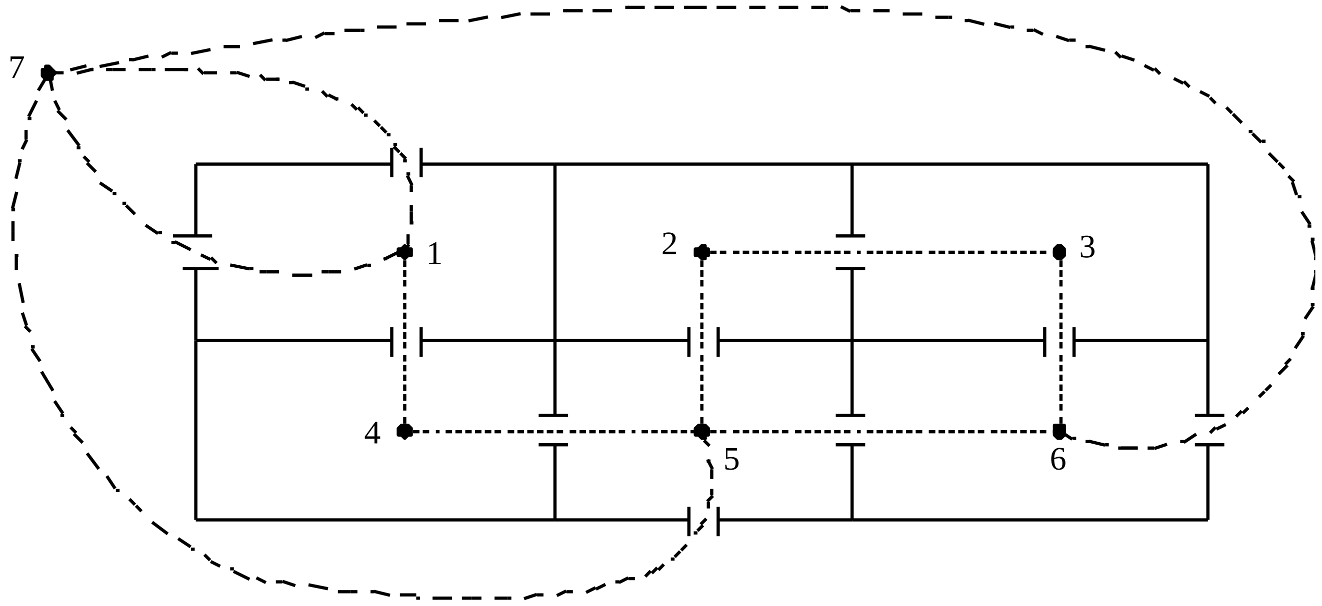
Latihan

- Gambar di bawah ini adalah denah lantai dasar sebuah gedung. Apakah dimungkinkan berjalan melalui setiap pintu di lantai itu hanya satu kali saja jika kita boleh mulai memasuki pintu yang mana saja?



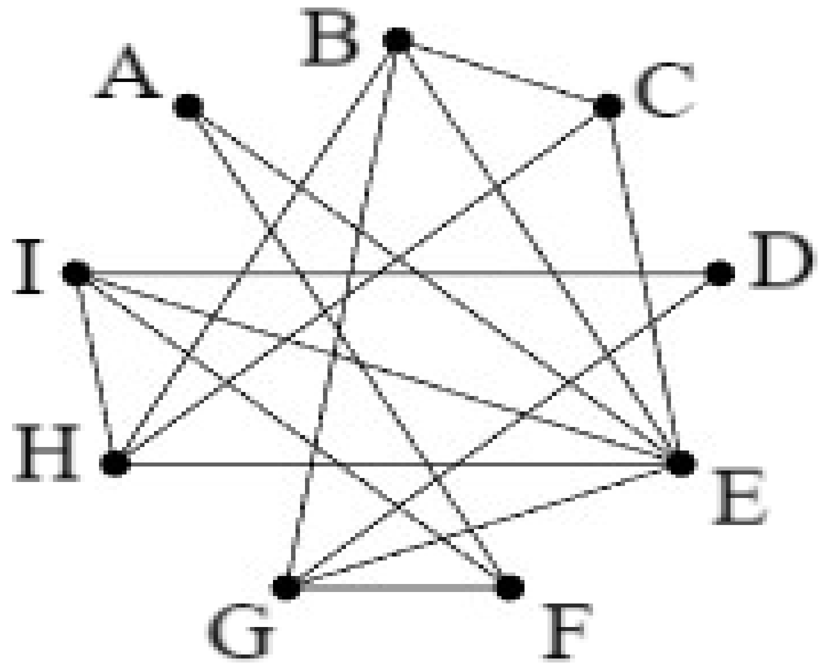
Jawaban:

- Nyatakan ruangan sebagai simpul dan pintu antar ruangan sebagai sisi.
- Setiap pintu hanya boleh dilewati sekali (tidak harus kembali ke titik asal) → melewati sisi tepat sekali → lintasan Euler
- Di dalam graf tersebut ada 2 simpul berderajat ganjil (simpul 1 dan 6), selebihnya genap → pasti ada lintasan Euler
- Kesimpulan: setiap pintu dapat dilewati sekali saja



Latihan (Kuis 2022)

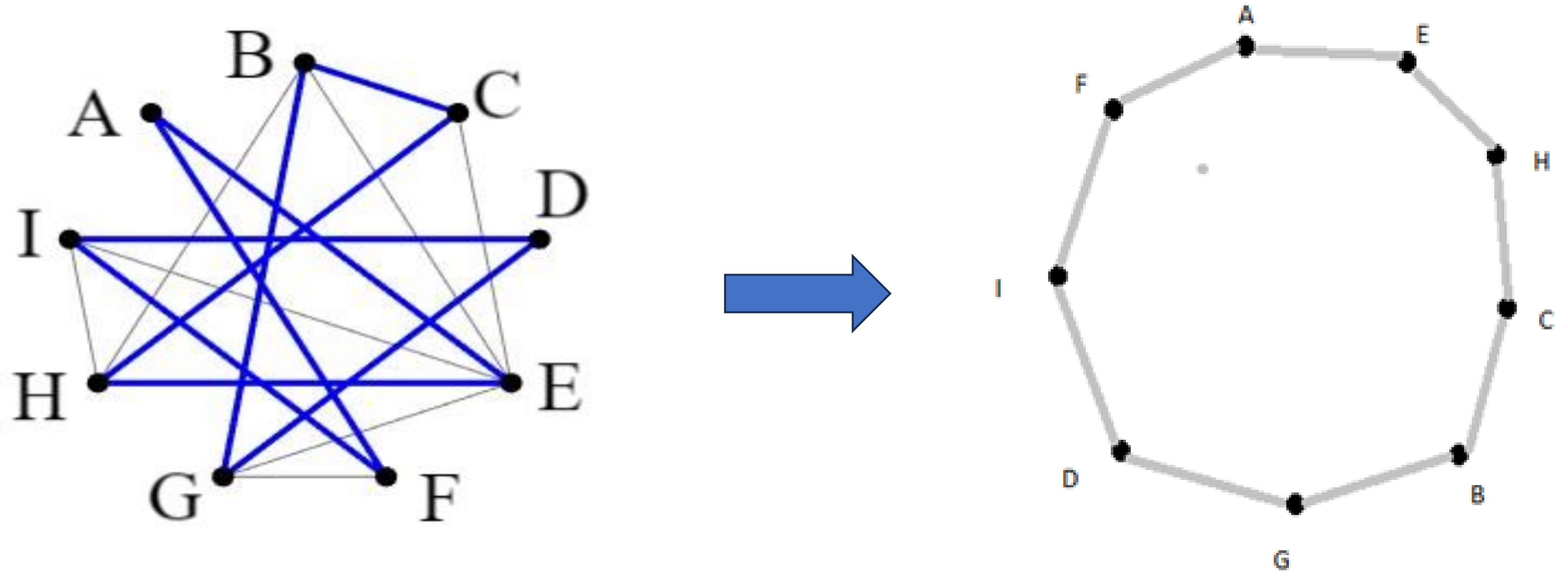
Terdapat sebuah graf yang merepresentasikan hubungan pertemanan antar mahasiswa. Simpul pada graf menyatakan mahasiswa sedangkan sisi pada graf menyatakan pertemanan. Jika mahasiswa ingin membuat suatu rapat pada meja bundar (Seluruh mahasiswa yang dinyatakan pada graf mengikuti rapat), mungkinkah setiap mahasiswa duduk di antara temannya? Jelaskan jawaban anda serta gambarkan salah satu contoh formasi tempat duduknya!



(jawaban pada halaman sesudah ini)

Jawaban:

Jika dapat dibentuk sirkuit hamilton dari graf, maka setiap mahasiswa dapat duduk diantara temannya. Berikut adalah salah satu sirkuit hamilton yang dapat dibentuk.



Beberapa Aplikasi Graf

- Lintasan terpendek (*shortest path*)

  (akan dibahas pada kuliah IF2122 Strategi Algoritma)

- Persoalan pedagang keliling (*travelling salesperson problem*)

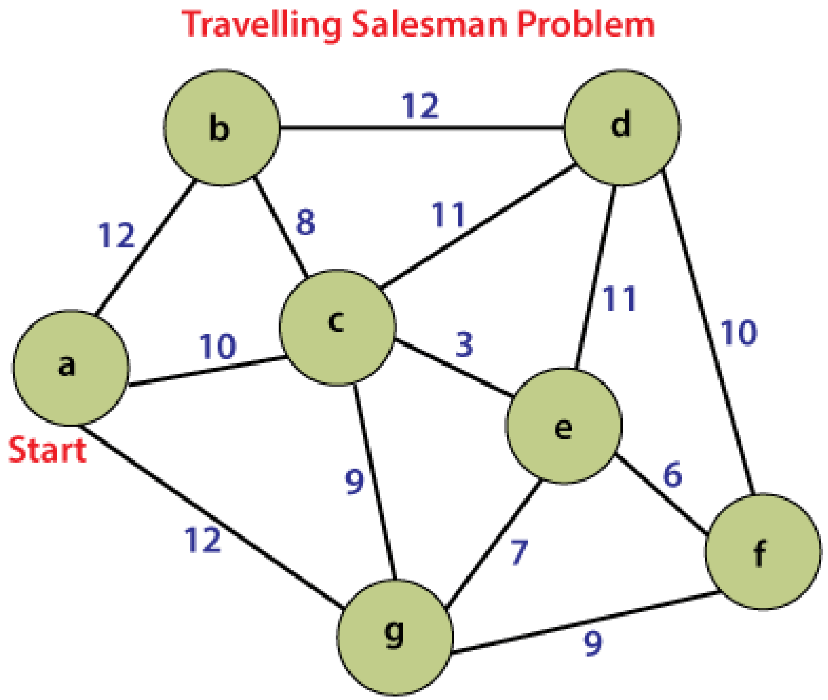
- Persoalan tukang pos Cina (*chinese postman problem*)

- Pewarnaan graf (*graph colouring*)

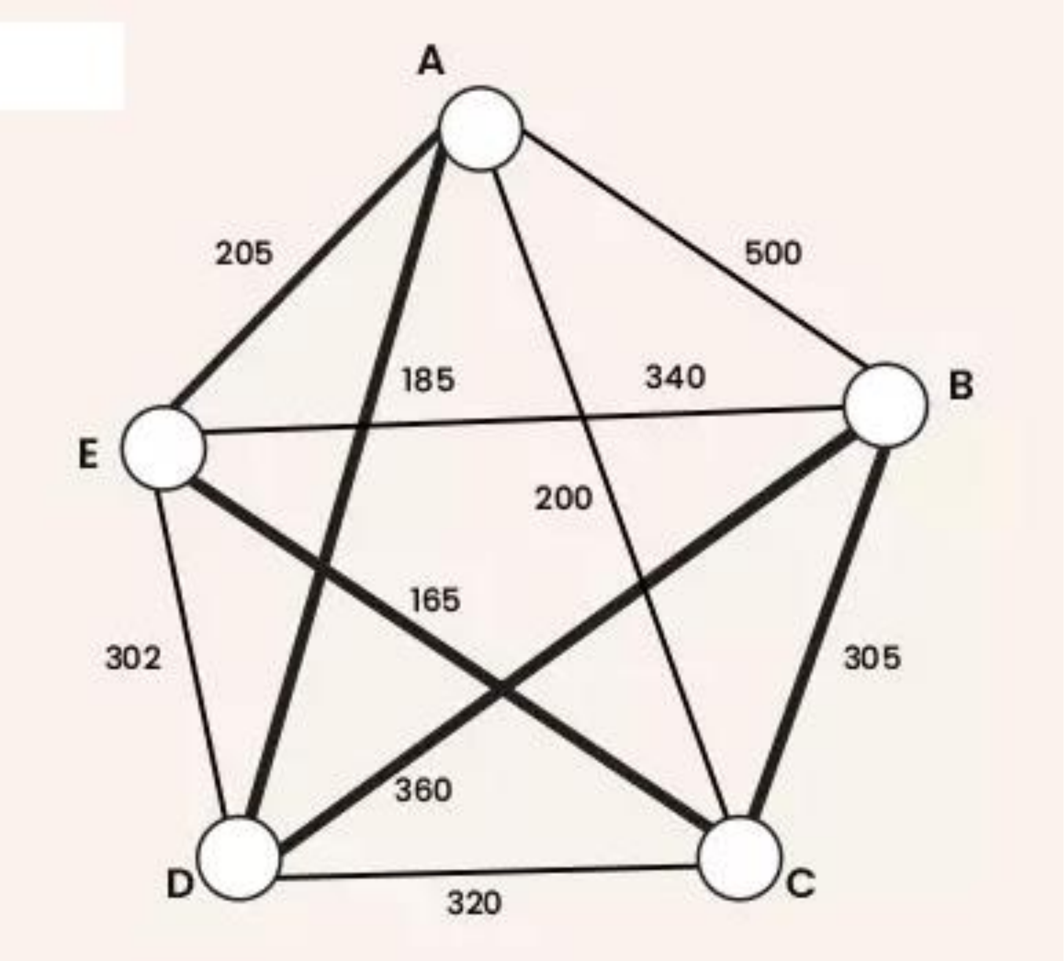
1. Persoalan Pedagang Keliling
(*Travelling Salesperson Problem* atau *TSP*) *)

Diberikan sejumlah kota dan diketahui jarak antar kota. Tentukan **tur terpendek** yang harus dilalui oleh seorang pedagang bila pedagang itu berangkat dari sebuah kota asal dan menyinggahi setiap kota tepat **satu kali** dan kembali lagi ke kota asal keberangkatan.

==> sama dengan menentukan sirkuit Hamilton yang memiliki bobot minimum.



*) Di dalam literatur lama disebut *Travelling Salesman Paroblem*



Tur terpendek:
A – D – B – C – E – A

dengan total bobot:
185 + 360 + 305 + 165 + 205 = 1220

Aplikasi TSP:

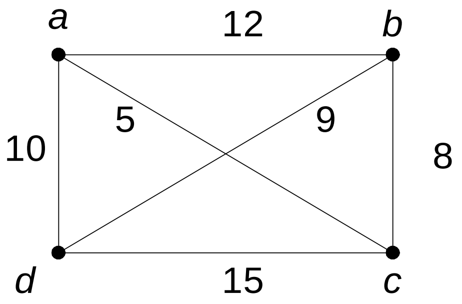
1. Pak Pos mengambil surat di kotak pos yang tersebar pada *n* buah lokasi di berbagai sudut kota.

2. Lengan robot mengencangkan *n* buah mur pada beberapa buah peralatan mesin dalam sebuah jalur perakitan.

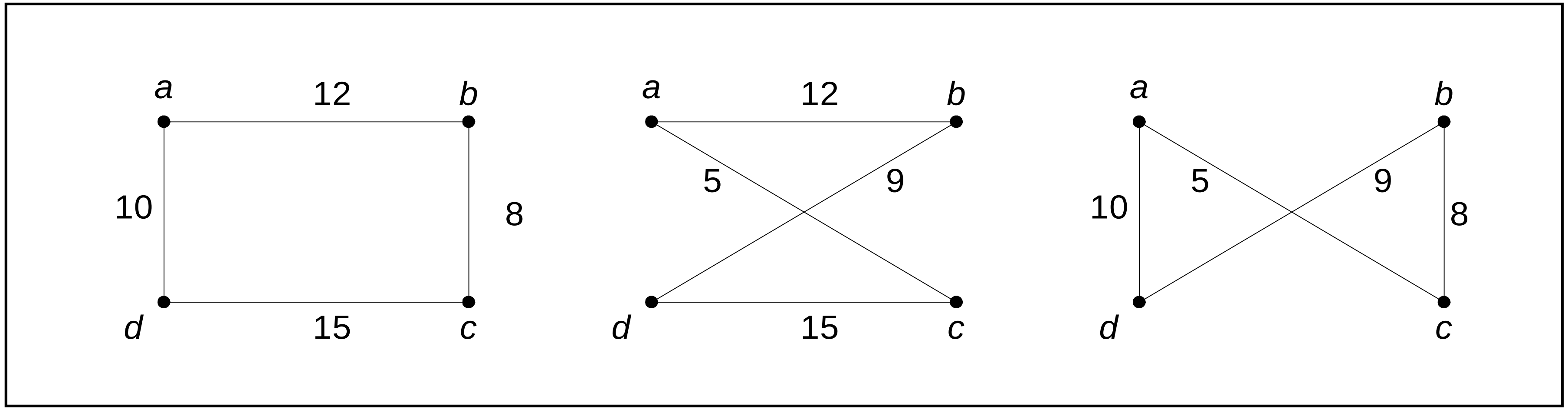
3. Produksi *n* komoditi berbeda dalam sebuah siklus.

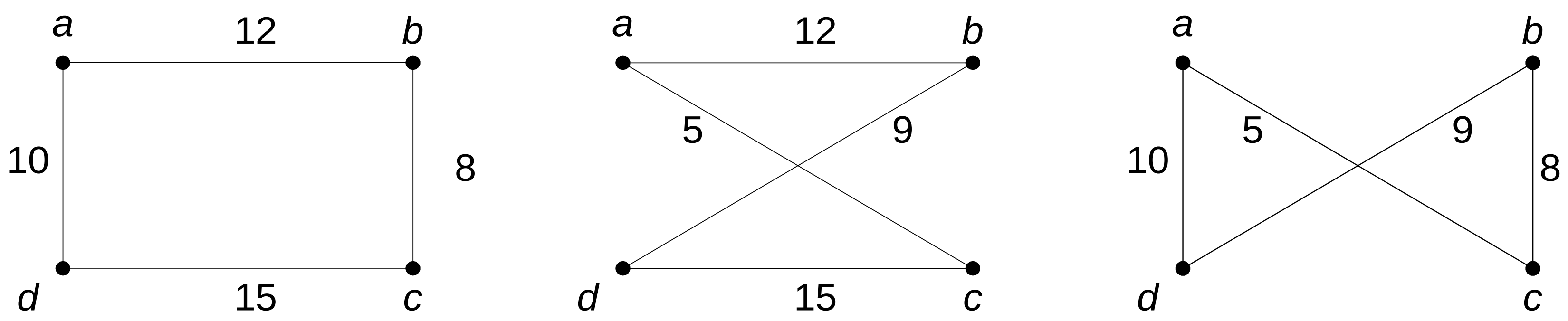
- Misalkan sebuah persoalan TSP direpresentasikan dengan graf lengkap 4-simpul:

Jumlah sirkuit Hamilton di dalam graf lengkap dengan n simpul: $(n - 1)!/2$.



Graf di atas memiliki $(4 - 1)!/2 = 3$ sirkuit Hamilton, yaitu:





$I_1 = (a, b, c, d, a) \rightarrow$ bobot = 10 + 12 + 8 + 15 = 45

$I_2 = (a, c, d, b, a) \rightarrow$ bobot = 12 + 5 + 9 + 15 = 41

$I_3 = (a, c, b, d,$ a) $\rightarrow$ bobot = 10 + 5 + 9 + 8 = 32

- Solusi TSP = sirkuit Hamilton terpendek: $I_3 = (a, c, b, d, a)$ dengan bobot = 10 + 5 + 9 + 8 = 32.

- Jika jumlah simpul n = 20 akan terdapat (19!)/2 sirkuit Hamilton atau sekitar 6×10^{16} penyelesaian.

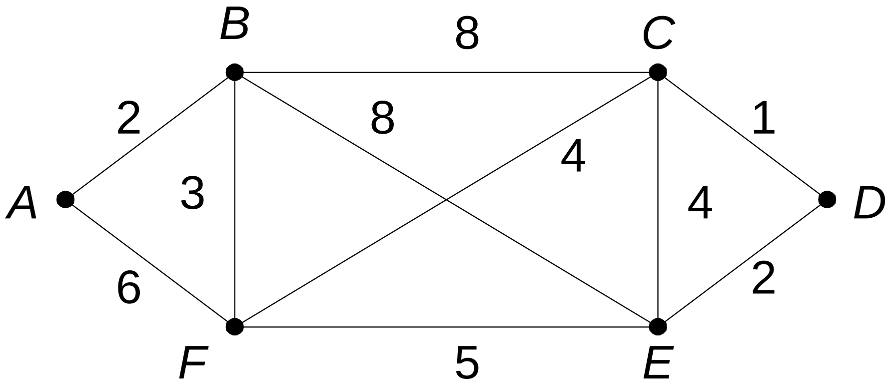
2. Persoalan Tukang Pos Cina (*Chinese Postman Problem*)

- Dikemukakan oleh Mei Gan (berasal dari Cina) pada tahun 1962.

- Persoalan: seorang tukang pos akan mengantar surat ke alamat-alamat sepanjang jalan di suatu daerah. Bagaimana ia merencanakan rute perjalanannya supaya ia melewati setiap jalan tepat sekali dan kembali lagi ke tempat awal keberangkatan?

  ➔ menentukan sirkuit Euler di dalam graf

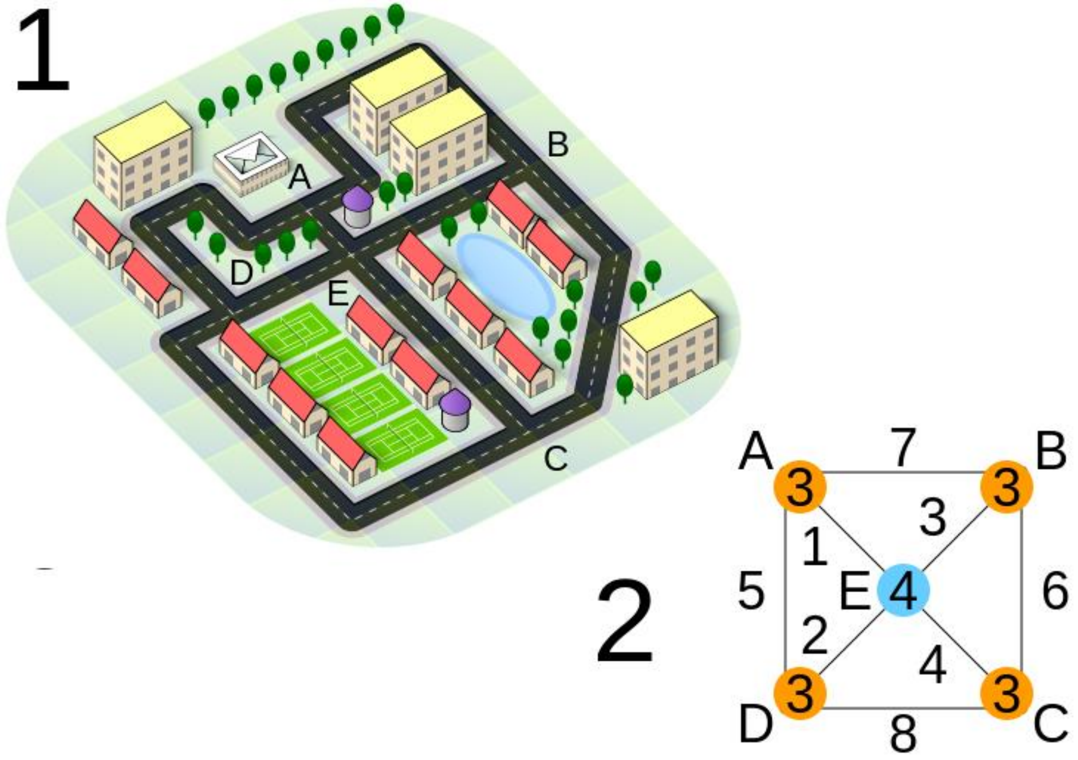
- Jika graf yang merepresentasikan persoalan adalah graf Euler, maka sirkuit Eulernya mudah ditemukan, seperti graf di bawah ini:



Lintasan yang dilalui tukang pos: *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *C*, *E*, *B*, *F*, *A*.

- Namun, jika grafnya bukan graf Euler, maka beberapa sisi di dalam graf harus dilalui lebih dari sekali.

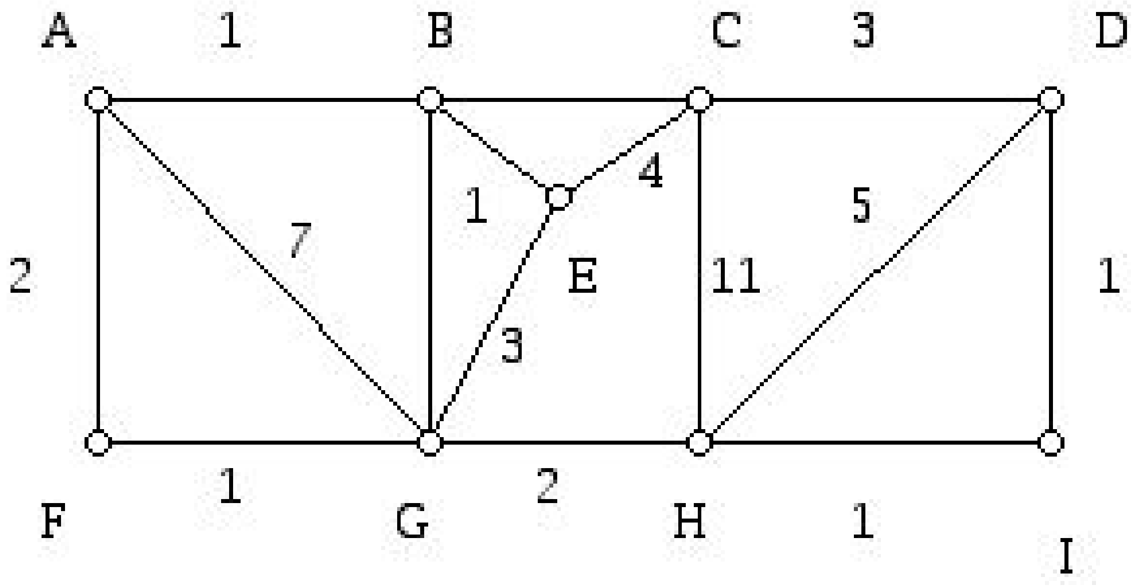
- Jadi, pak pos harus menemukan sirkuit yang mengunjungi setiap jalan *paling sedikit sekali* dan mempunyai *jarak terpendek*.



bukan graf Euler

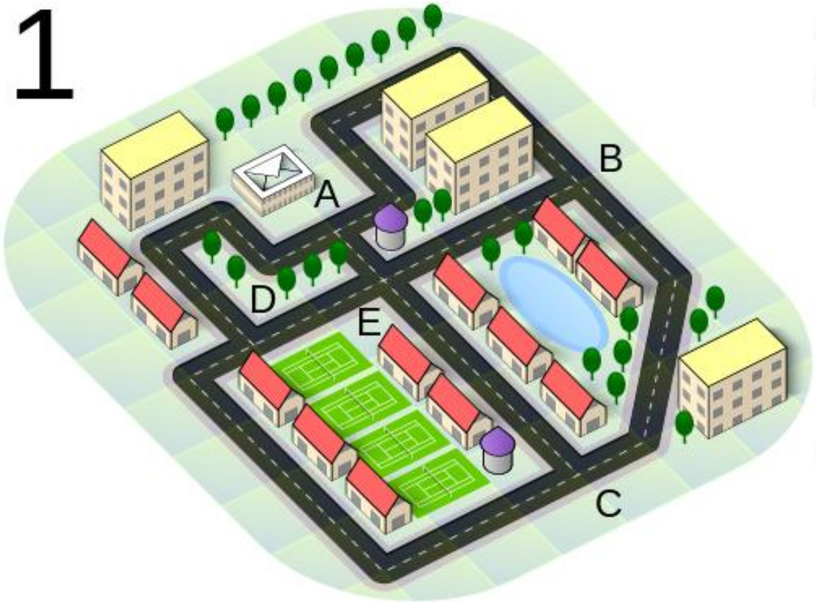
Oleh karena itu, persoalan tukang pos Cina menjadi:

Seorang tukang pos akan mengantar surat ke alamat-alamat sepanjang jalan di suatu daerah. Bagaimana ia merencanakan rute perjalanannya yang mempunyai jarak terpendek supaya ia melewati setiap jalan paling sedikit sekali dan kembali lagi ke tempat awal keberangkatan?

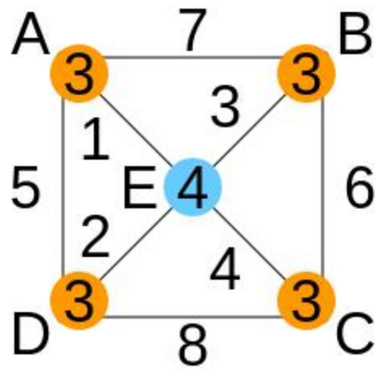


(Catatan: algoritma penyelesaian Chinese postman problem tidak dibahas di sini, hanya sebagi perkenalan saja)

1



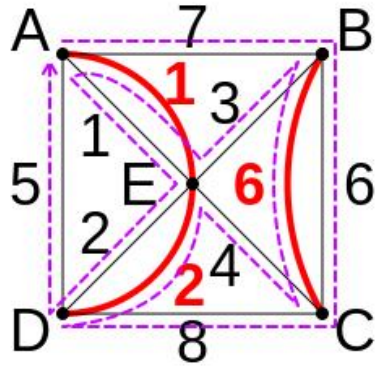
2



3

$$A(E)B + C(E)D = 4 + 6 = 10$$
$$A(E)C + B(E)D = 5 + 5 = 10$$
$$A(E)D + BC \quad = 3 + 6 = 9 \checkmark$$

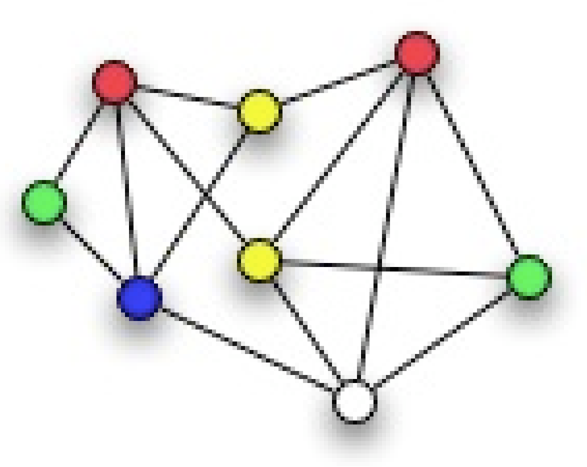
4

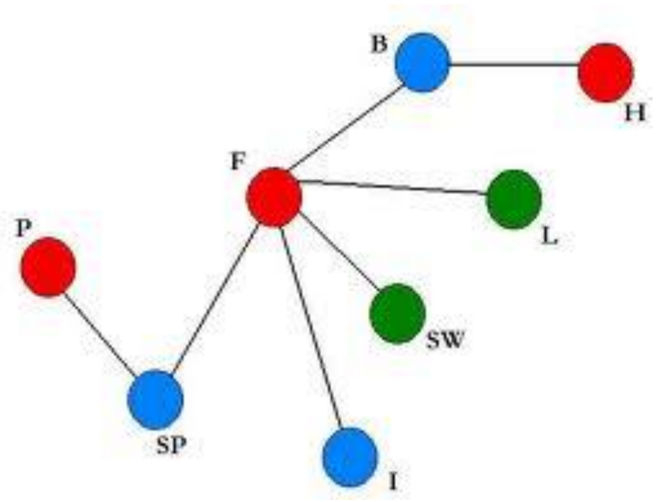


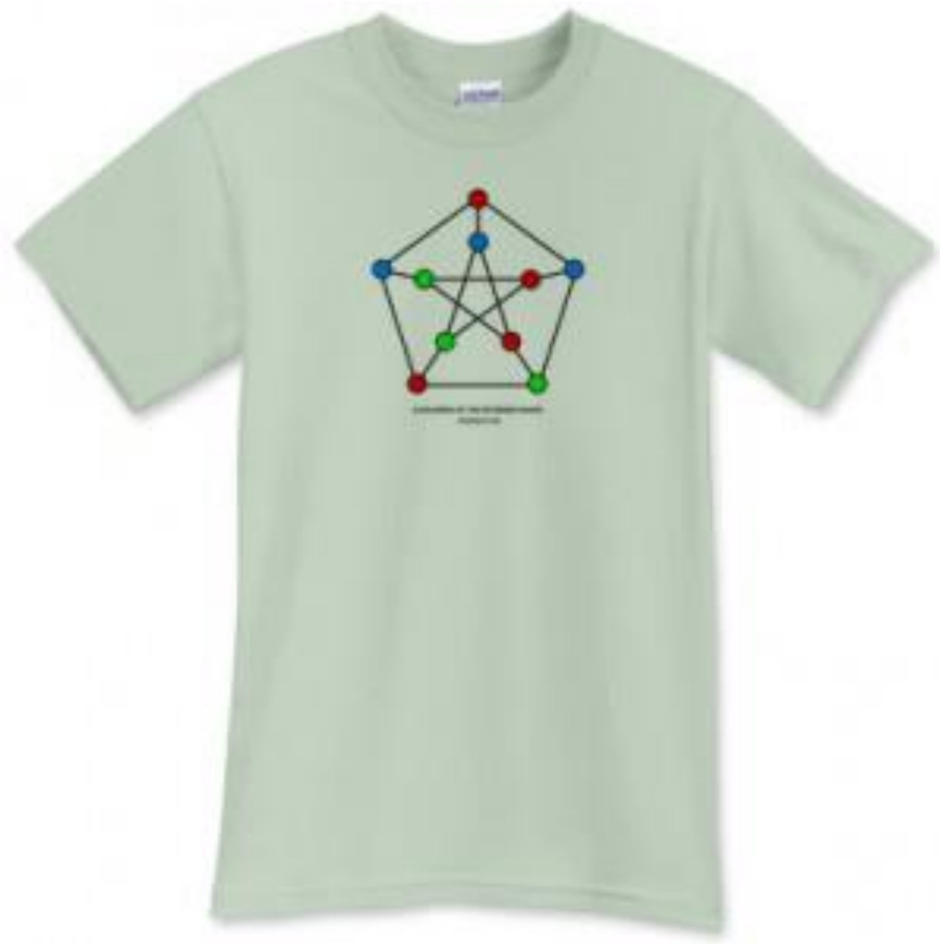
$$L = 7+6+8+\mathbf{2}+4+\mathbf{6}+3+\mathbf{1}+1+2+5 = 45$$

3. Pewarnaan Graf

- Ada dua macam: pewarnaan simpul, dan pewarnaan sisi
- Hanya dibahas perwarnaan simpul
- Pewarnaan simpul: memberi warna pada simpul-simpul graf sedemikian sehingga dua simpul bertetangga mempunyai warna berbeda.







- Aplikasi pewarnaan graf: mewarnai peta.

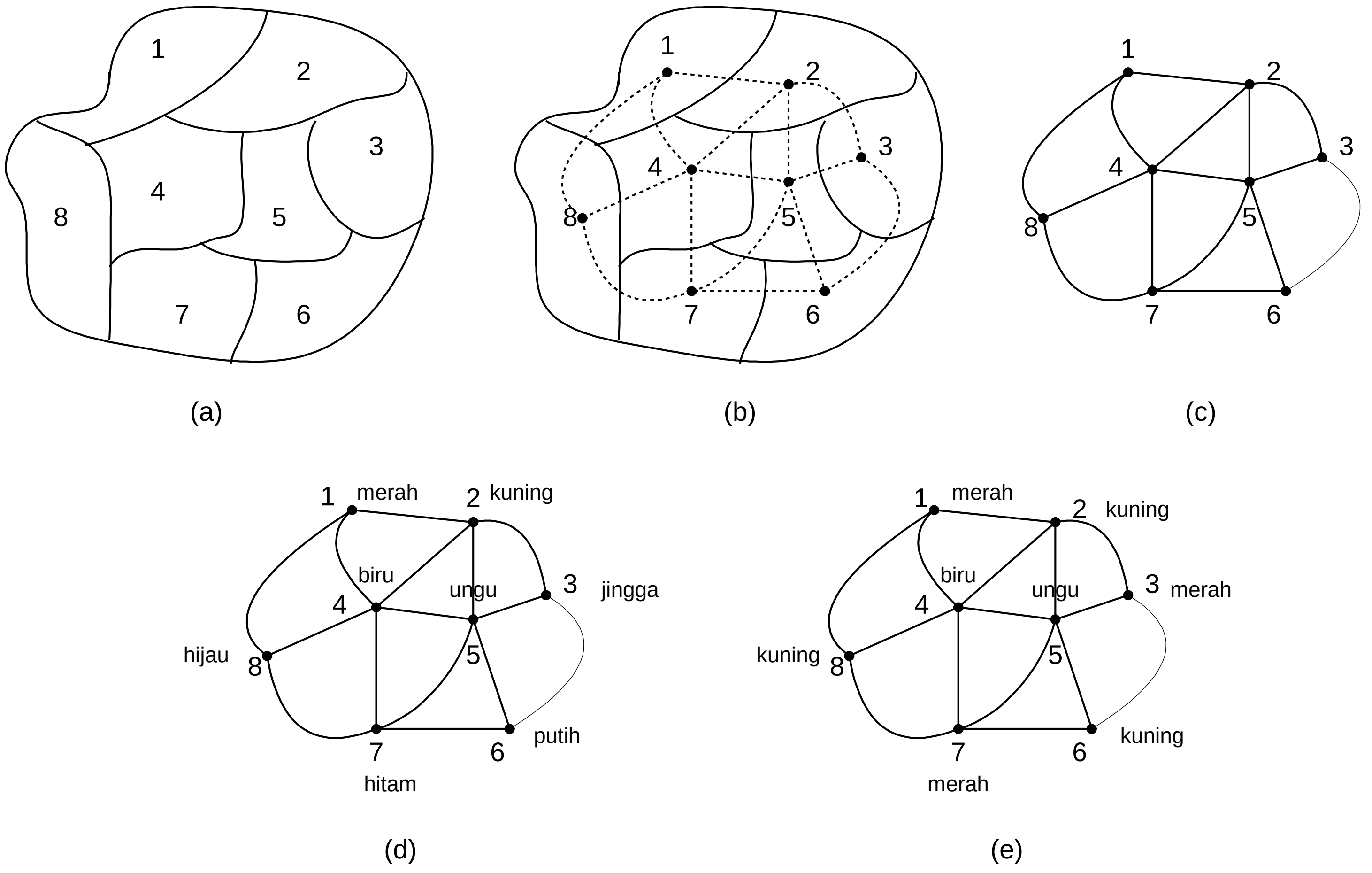
- Peta terdiri atas sejumlah wilayah.

- Wilayah dapat menyatakan kecamatan, kabupaten, provinsi, atau negara.

- Peta diwarnai sedemikian sehingga dua wilayah bertetangga mempunyai warna berbeda.


KAZAKSTAN
TURKEY
IRAN
MOROCCO
ALGERIA
LIBYA
EGYPT
SAUDI
ARABIA
MAURITANIA
MALI
NIGER
CHAD
SUDAN
NIGERIA
ETHIOPIA
SOMALIA
KENYA
DEMOCRATIC
REPUBLIC
OF THE CONGO
TANZANIA
SEYCHELLES
ANGOLA
ZAMBIA
MOZAMBIQUE
NAMIBIA
BOTSWANA
MADAGASCAR
SOUTH
AFRICA

- Nyatakan wilayah sebagai simpul, dan batas antar dua wilayah bertetangga sebagai sisi.
- Mewarnai wilayah pada peta berarti mewarnai simpul pada graf yang berkoresponden.
- Setiap wilayah bertetangga harus mempunyai warna berbeda ➔ warna setiap simpul harus berbeda.

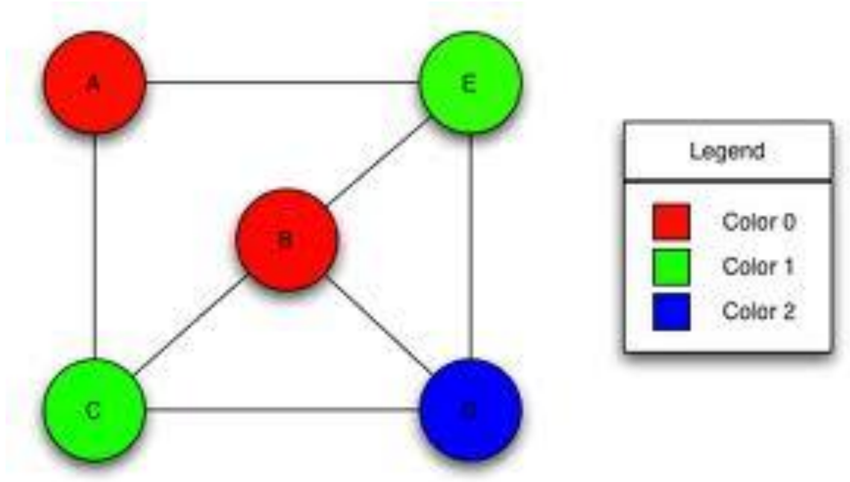


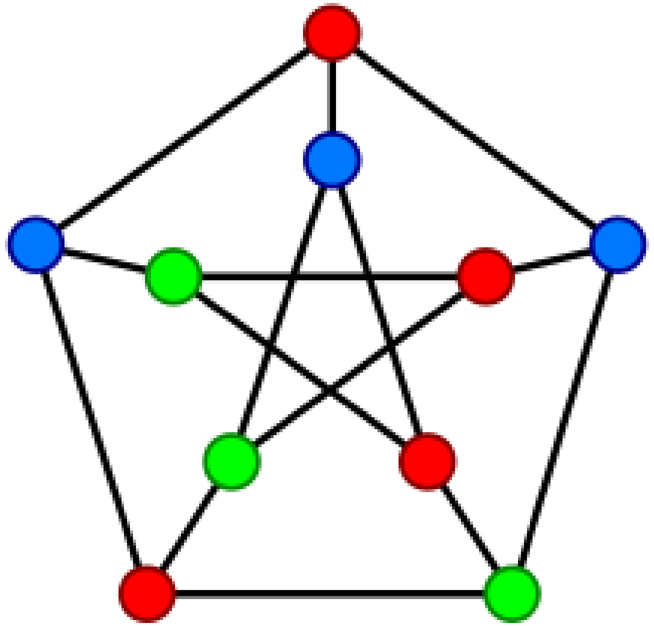
Gambar 8.72 (a) Peta
(b) Peta dan graf yang merepresentasikannya,
(c) Graf yang merepresentasikan peta,
(d) Pewarnaan simpul, setiap simpul mempunai warna berbeda,
(e) Empat warna sudah cukup untuk mewarnai 8 simpul

Bilangan Kromatik

- Bilangan kromatik: jumlah minimum warna yang dibutuhkan untuk mewarnai peta.
- Simbol: $\chi(G)$.

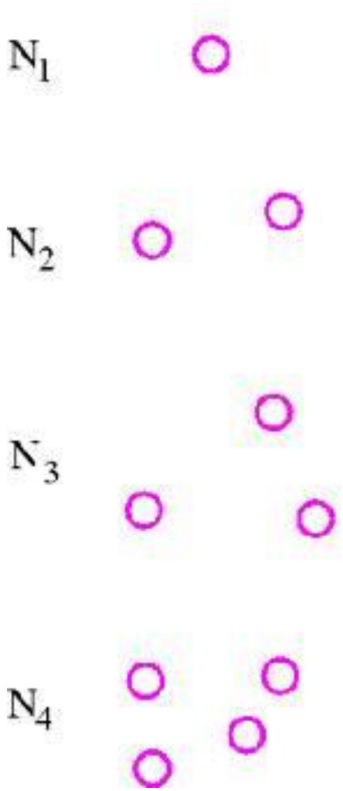
- Suatu graf *G* yang mempunyai bilangan kromatis *k* dilambangkan dengan $\chi(G) = k$.
- Graf di bawah ini memiliki $\chi(G) = 3$



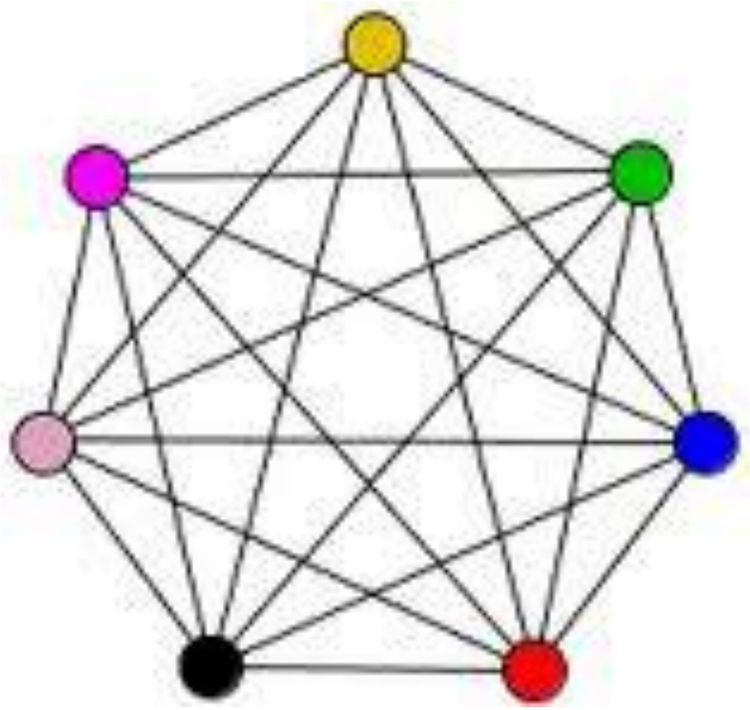


Graf Petersen memiliki bilangan kromatis = 3

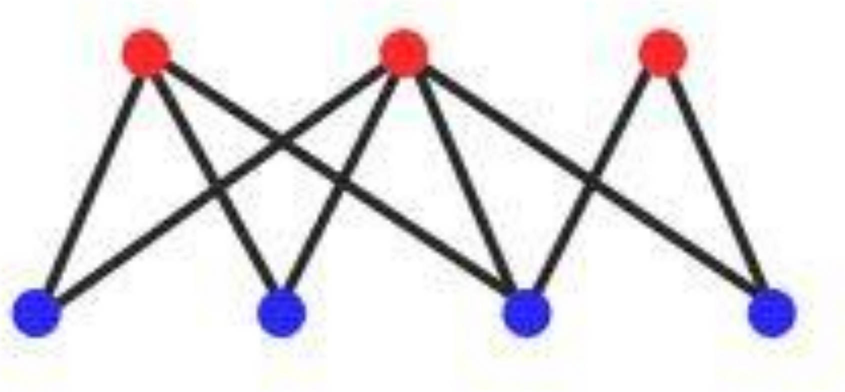
- Graf kosong N_n memiliki $\chi(G)$ = 1, karena semua simpul tidak terhubung, jadi untuk mewarnai semua simpul cukup dibutuhkan satu warna saja.



• Graf lengkap K_n memiliki $\chi(G) = n$ sebab semua simpul saling terhubung sehingga diperlukan n buah warna.



- Graf bipartit $K_{m,n}$ mempunyai $\chi(G)$ = 2, satu untuk simpul-simpul di himpunan V_1 dan satu lagi untuk simpul-simpul di V_2.



- Graf lingkaran dengan *n* ganjil memiliki $\chi(G)$ = 3, sedangkan jika *n* genap maka $\chi(G)$ = 2.

- Sembarang pohon *T* memiliki $\chi(T)$ = 2.

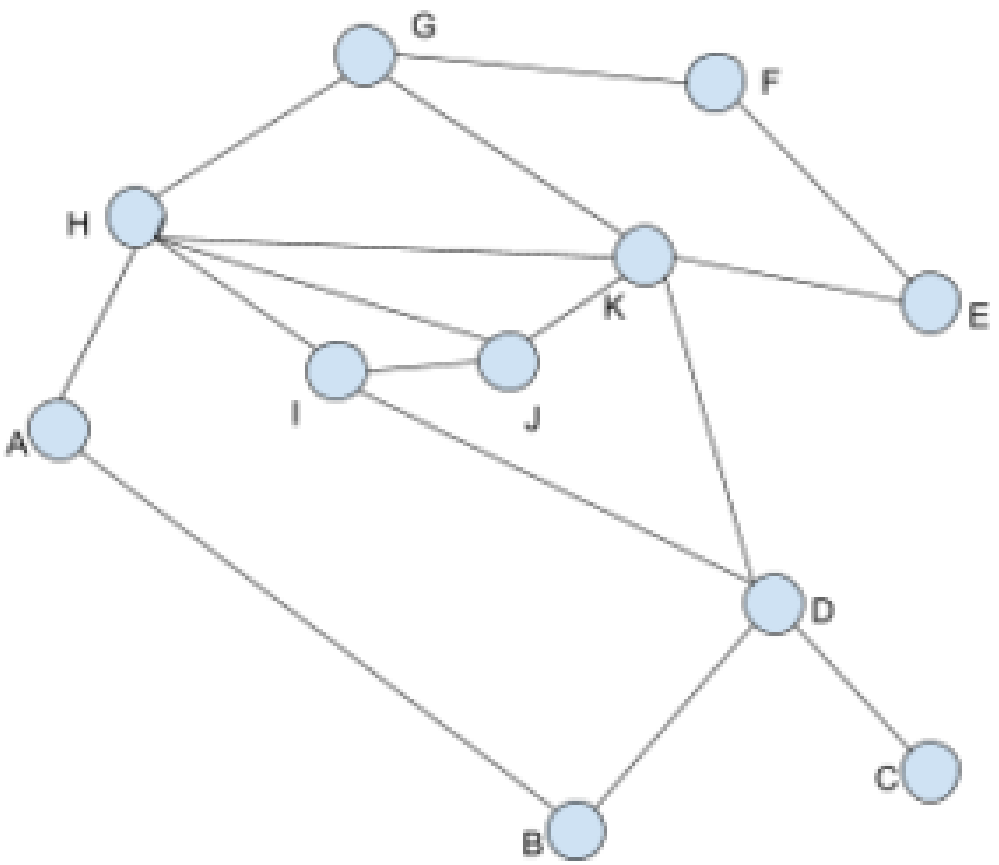
- Untuk graf-graf yang lain tidak dapat dinyatakan secara umum bilangan kromatiknya.

- Algoritma Welsh-Powell dapat digunakan untuk menemukan bilangan kromatis sembarang graf

Algoritma Welsh-Powell

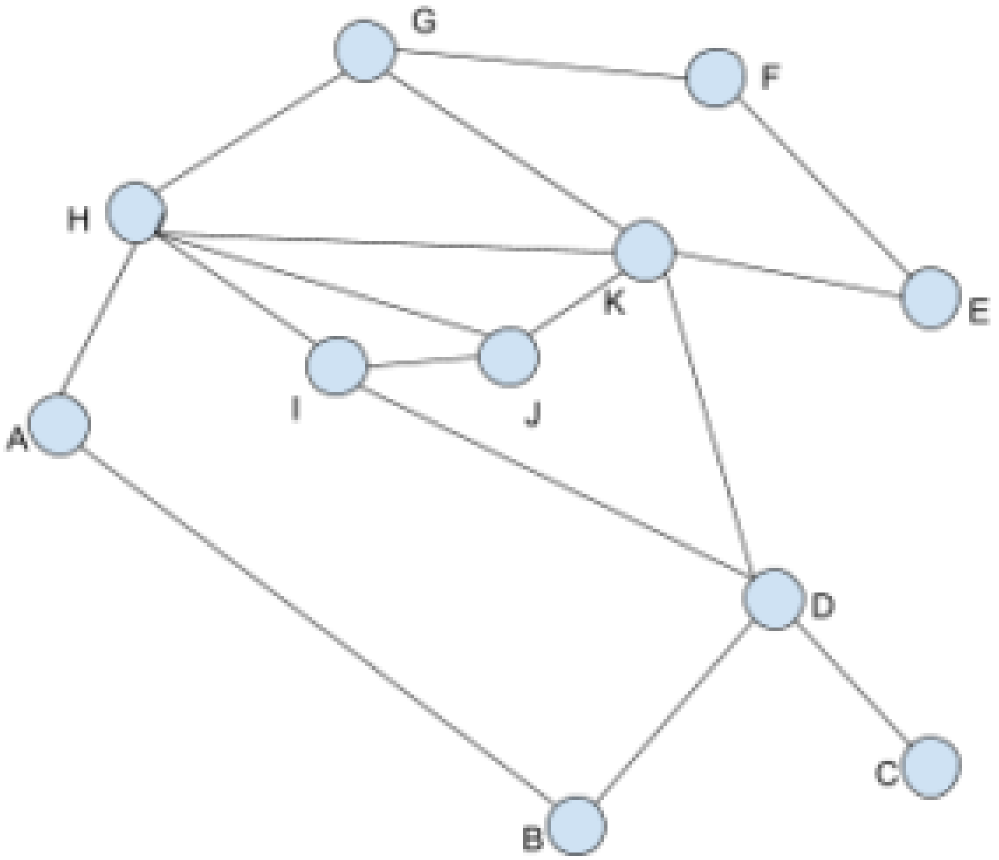
1. Hitung derajat setiap simpul di dalam graf
2. Urutkan simpul-simpul dalam urutan derajat yang menurun (besar ke kecil).
3. Warnai simpul pertama di dalam urutan tersebut dengan warna pertama.
4. Teruskan ke simpul berikutnya di dalam urutan, warnai simpul yang tidak bertetangga dengan simpul asal dengan warna yang sama
5. Ulangi langkah 4 untuk semua simpul yang belum diwarnai dengan warna yang baru, mulai dari simpul dengan derajat terbesar berikutnya (dalam urutan yang menurun).

Contoh:



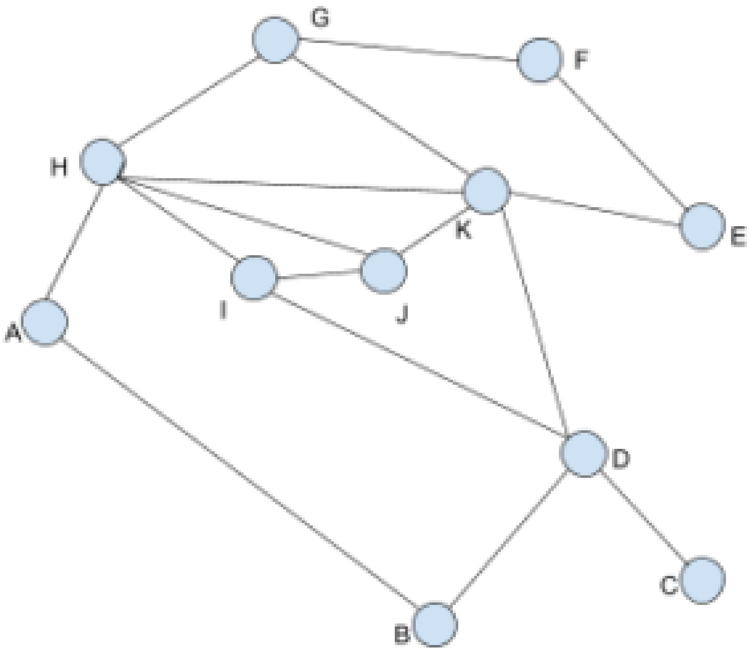
Simpul	Derajat
A	2
B	2
C	1
D	4
E	2
F	2
G	3
H	5
I	3
J	3
K	5

Sumber: https://www.geeksforgeeks.org/welsh-powell-graph-colouring-algorithm/



Urutan simpul dalam derajat yang menurun (besar ke kecil):

Simpul	Derajat
H	5
K	5
D	4
G	3
I	3
J	3
A	2
B	2
E	2
F	2
C	1

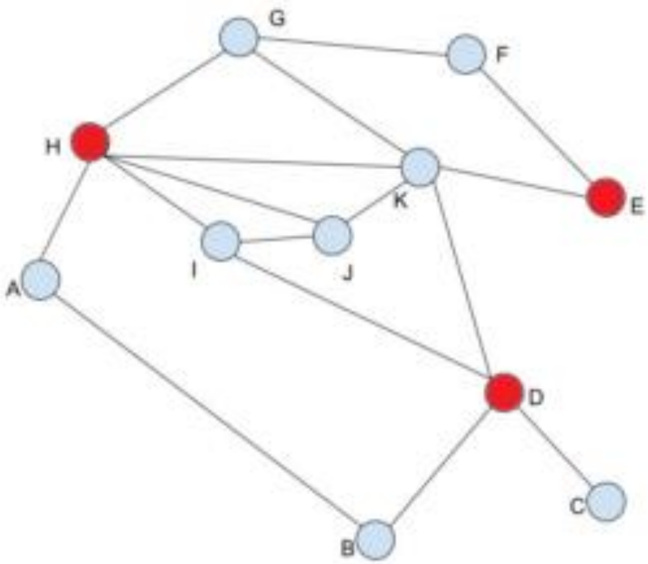


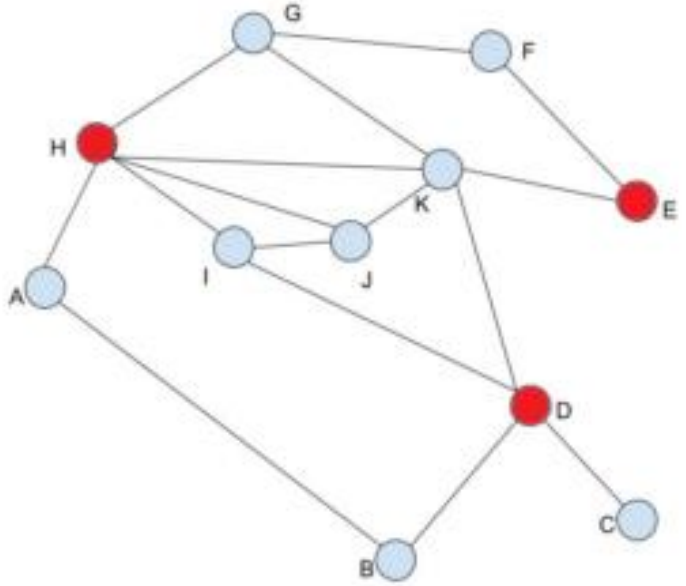
Simpul	Derajat
H	5
K	5
D	4
G	3
I	3
J	3
A	2
B	2
E	2
F	2
C	1

Iterasi ke-1:

- H – warnai Merah
- K – jangan warnai Merah, karena terhubung ke H
- D – warnai Merah
- G – jangan warnai Merah, karena terhubung ke H
- I – jangan warnai Merah, karena terhubung ke H
- J – jangan warnai Merah, karena terhubung ke H
- A – jangan warnai Merah, karena terhubung ke H
- B – jangan warnai Merah, karena terhubung ke D
- E – warnai Merah
- F – jangan warnai Merah, karena terhubung ke E
- C – jangan warnai Merah, karena terhubung ke D

Hasil iterasi ke-1:



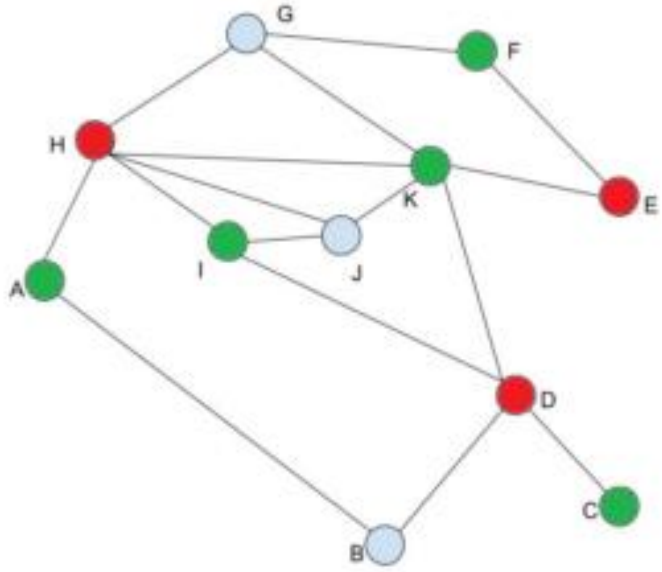


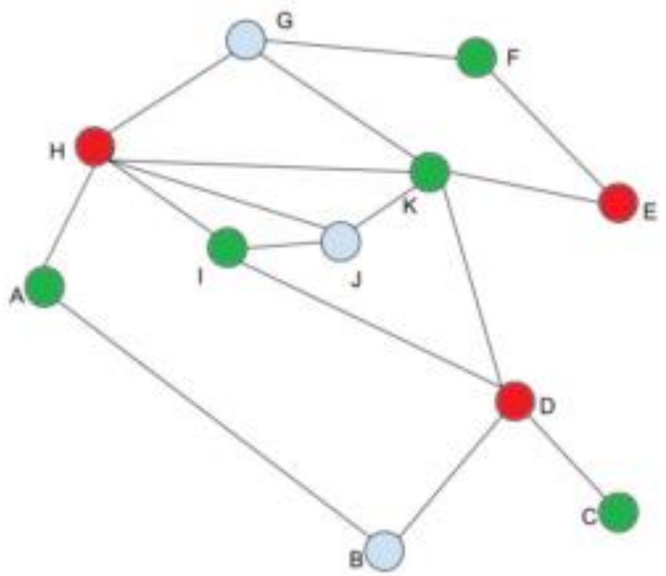
Simpul	Derajat
H	5 (sudah)
K	5
D	4 (sudah)
G	3
I	3
J	3
A	2
B	2
E	2 (sudah)
F	2
C	1

Iterasi ke-2:

- K – warnai hijau
- G – jangan warnai hijau, karena terhubung dengan K
- I – warnai hijau
- J – jangan warnai hijau, karena terhubung dengan I
- A – warna hijau
- B – jangan warnai hijau, karena terhubung dengan A
- F – warnai hijau
- C – warnai hijau

Hasil iterasi ke-2:



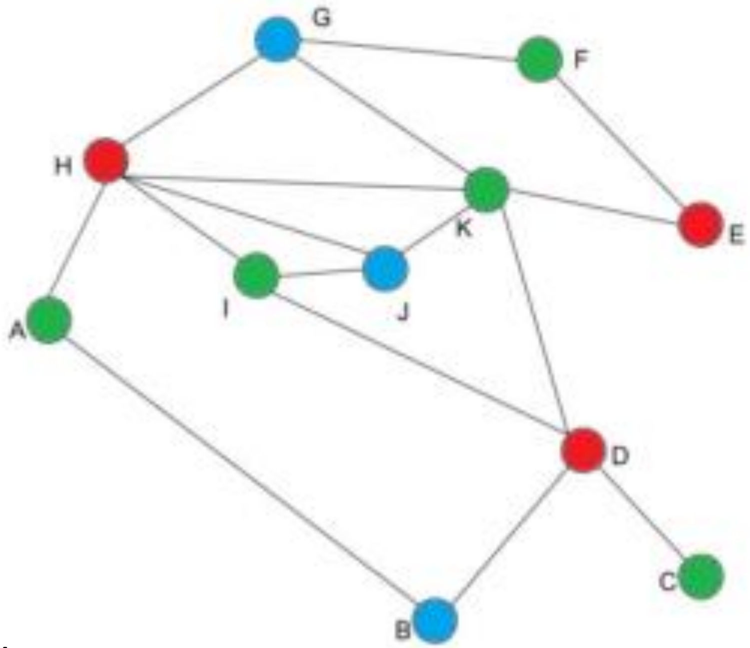


Simpul	Derajat
H	5 (sudah)
K	5 (sudah)
D	4 (sudah)
G	3
I	3 (sudah)
J	3
A	2 (sudah_
B	2
E	2 (sudah)
F	2 (sudah)
C	1 (sudah)

Iterasi ke-3:

- G – warnai biru
- J – warnai biru
- B – warnai biru

Hasil akhir:



Bilangan kromatis = 3

Perkembangan teorema pewarnaan graf:

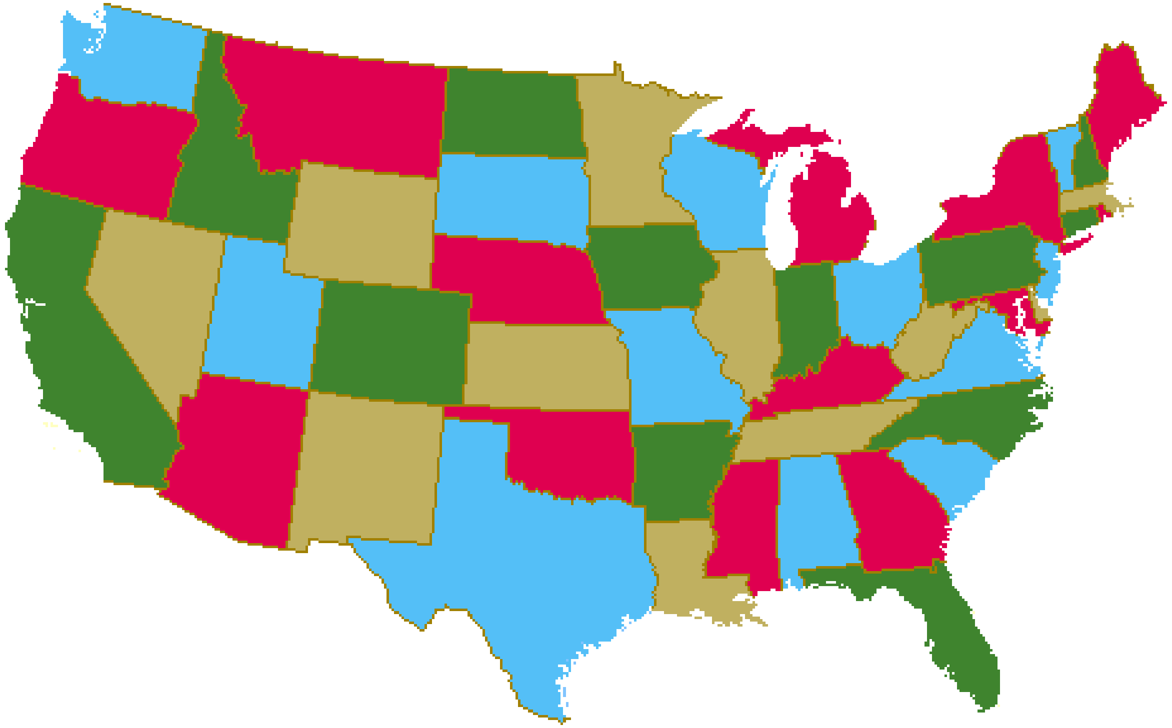
TEOREMA 1. Bilangan kromatik graf planar ≤ 6.

TEOREMA 2. Bilangan kromatik graf planar ≤ 5.

TEOREMA 3. Bilangan kromatik graf planar ≤ 4.

- Teorema 4 berhasil menjawab persoalan 4-warna (yang diajuka pada abad 19): dapatkah sembarang graf planar diwarnai hanya dengan 4 warna saja?

- Jawaban dari persoalan ini ditemukan oleh Appel dan Haken yang menggunakan komputer untuk menganalisis hampir 2000 graf yang melibatkan jutaan kasus



Cukup 4 warna saja untuk mewarnai sembarang peta (seperti peta AS)

Aplikasi pewarnaan graf untuk penjadwalan.

Misalkan terdapat delapan orang mahasiswa (1, 2, …, 8) dan lima buah mata kuliah yang dapat dipilihnya (A, B, C, D, E). Tabel berikut memperlihatkan matriks lima mata kuliah dan delapan orang mahasiswa. Angka 1 pada elemen (i, j) berarti mahasiswa i memilih mata kuliah j, sedangkan angka 0 menyatakan mahasiswa i tidak memilih mata kuliah j.

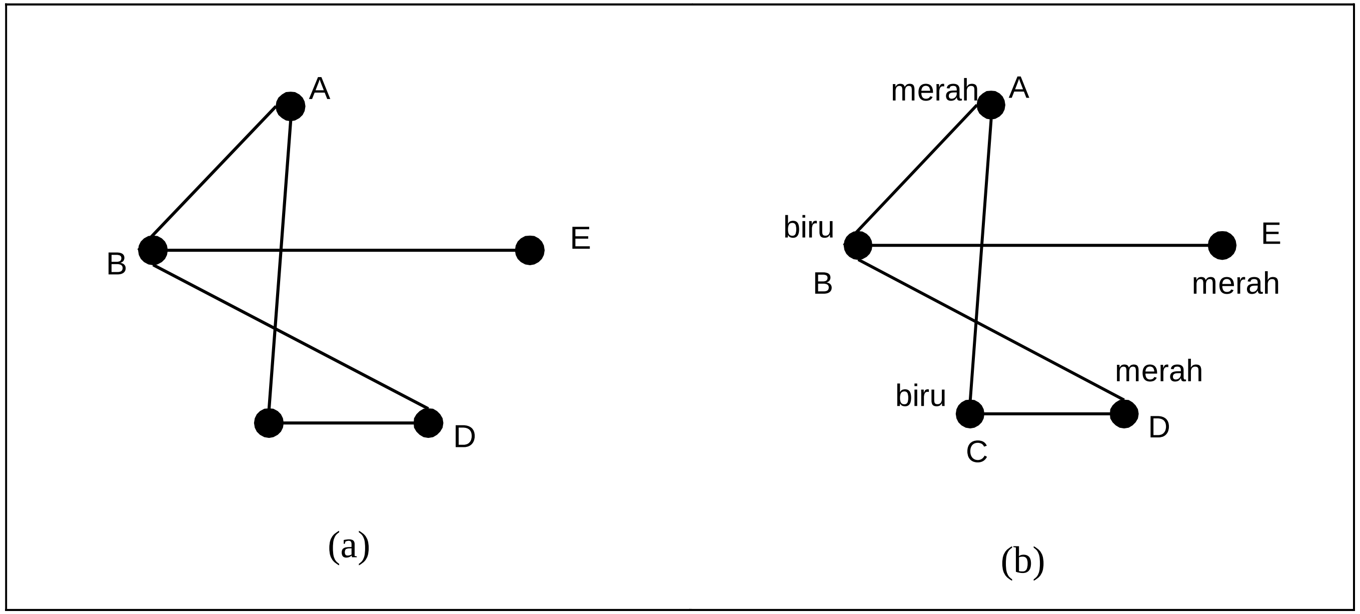
	A	*B*	*C*	*D*	*E*
1	0	1	0	0	1
2	0	1	0	1	0
3	0	0	1	1	0
4	1	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0
6	0	0	1	1	0
7	1	0	1	0	0
8	0	0	1	1	0

Berapa paling sedikit jumlah hari yang dibutuhkan untuk jadwal ujian tersebut sedemikian sehingga semua mahasiswa dapat mengikuti ujian mata kuliah yang diambilnya tanpa bertabrakan waktunya dengan jadwal ujian kuliah lain yang juga diambilnya?

Penyelesaian:

simpul → mata kuliah

sisi → ada mahasiswa yang mengambil
kedua mata kuliah (2 simpul)



Gambar (a) Graf persoalan penjadwalan ujian 5 mata kuliah untuk 8 orang mahasiswa
(b) Hasil pewaranan pada simpul-simpul graf

- Bilangan kromatik graf pada Gambar di atas adalah 2.
- Jadi, ujian mata kuliah *A*, *E*, dan *D* dapat dilaksanakan bersamaan, sedangkan ujian mata kuliah *B* dan *C* dilakukan bersamaan tetapi pada waktu yang berbeda dengan mata kuliah *A*, *E*, dan *D*.

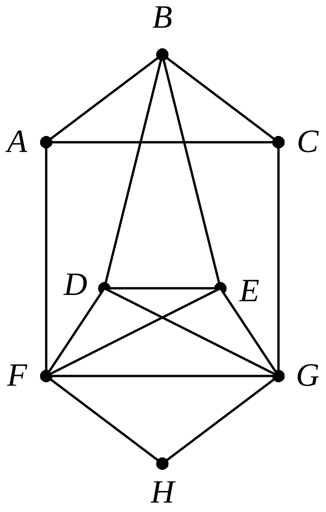
Latihan soal graf

1. Dapatkah kita menggambar graf teratur berderajat 3 dengan 7 buah simpul? Mengapa?

2. Tentukan jumlah simpul pada graf sederhana bila mempunyai 20 buah sisi dan tiap simpul berderajat sama.

3. Berapa jumlah minimum simpul yang diperlukan agar sebuah graf dengan 6 buah sisi menjadi planar? Ulangi soal yang sama untuk 11 buah sisi.

4. Diberikan gambar sebuah graf *G* seperti di bawah ini.



(a) Tunjukkan dengan ketidaksamaan Euler bahwa graf G tidak planar.

(b) Tunjukkan dengan Teorema Kuratowski bahwa graf *G* tidak planar.

5. Gambarkan 2 buah graf yang isomorfik dengan graf teratur berderajat 3 yang mempunyai 8 buah simpul.

6. Sebuah departemen mempunyai 6 kelompok kerja yang setiap bulannya masing-masing selalu mengadakan rapat satu kali. Keenam kelompok kerja dengan masing-masing anggotanya adalah: K_1 = {*Amir*, *Budi*, *Yanti*}, K_2 = {*Budi*, *Hasan*, *Tommy*}, *K*3 = {*Amir*, *Tommy*, *Yanti*}, K_4 = {*Hasan*, *Tommy*, *Yanti*}, K_5 = {*Amir*, *Budi*}, K_6 = {*Budi*, *Tommy*, *Yanti*}. Berapa paling sedikit waktu rapat berbeda yang harus direncanakan sehingga tidak ada anggota kelompok kerja yang dijadwalkan rapat pada waktu yang sama. Gambarkan graf yang merepresentasikan persoalan ini lalu (jelaskan sisi menyatakan apa, simpul menyatakan apa) tentukan jumlah waktu rapat ini.

7. Apakah K_{13} memiliki sirkuit Euler? Sirkuit Hamilton? Ulangi pertanyaan yang sama untuk K_{14}

8. Sebuah graf akan dibentuk dari 25 buah sisi. Berapa jumlah maksimum simpul di dalam graf sederhana terhubung yang dapat dibuat dari 25 buah sisi tersebut?

Soal kuis:

1. Ada 8 zat kimia berupa (A, B, …, H), beberapa diantaranya tidak dapat disimpan bersama-sama di dalam satu ruangan karena campuran uapnya dapat menimbulkan reaksi kimia yang eksplosif, yaitu:

   Zat kimia A tidak dapat disimpan bersama-sama dengan C, E, dan H
   Zat kimia B tidak dapat disimpan bersama-sama dengan D, dan F
   Zat kimia C tidak dapat disimpan bersama-sama dengan A, G, dan H
   Zat kimia D tidak dapat disimpan bersama-sama dengan B, E, dan H
   Zat kimia E tidak dapat disimpan bersama-sama dengan D, A, dan H
   Zat kimia F tidak dapat disimpan bersama-sama dengan B, G, dan H
   Zat kimia G tidak dapat disimpan bersama-sama dengan C, dan F
   Zat kimia H tidak dapat disimpan bersama-sama dengan A, C, D, E, dan F

   (a) Gambarkan graf yang merepresentasikan kondisi di atas, jelaskan arti setiap simpul dan sisi. **(5)**

   (b) Berapa minimal jumlah ruangan yang dibutuhkan untuk menyimpan zat kimia tersebut? Tuliskan zat-zat kimia apa saja yang bersama-sama ditempatkan pada setiap ruangan. **(10)**