

UTS IF1220 Matematika Diskrit (3 SKS)  
Dosen: Rinaldi M, Arrival Dwi Sentosa  
Kamis, 17 April 2025  
Waktu: 120 menit

---

Berdoalan terlebih dahulu sebelum mengerjakan ujian ini.

1. Tentukan apakah argumen di bawah ini benar (valid): **(Nilai: 10)**

*Jika Anda mahasiswa Informatika maka Anda tidak sulit belajar pemrograman. Syarat cukup Anda mahasiswa Informatika adalah Anda suka bikin tugas kuliah sampai lewat tengah malam. Tetapi, anda sulit belajar pemrograman dan anda tidak suka bikin tugas sampai lewat tengah malam. Jadi, Anda bukan mahasiswa Informatika.*

2. Farhan adalah seorang pedagang kelontong yang berjualan di warung rumahnya di desa. Dalam setahun (365 hari), dihitung dari hari pertama, Farhan rutin berbelanja ke kota setiap hari kelipatan 7 dan hari kelipatan 10. Namun setiap hari kelipatan 6 Farhan beristirahat di rumah (tidak pergi ke kota). Dalam setahun berapa kali Farhan pergi berbelanja ke kota? (Petunjuk: Gambarkan diagram Venn yang memperlihatkan jumlah hari yang ditanyakan) **(Nilai: 10)**
3. Misalkan  $f$  adalah fungsi dari  $X = \{100, 101, 102, 103, 104\}$  ke  $Y = \{6, 7, 8, 9, 10\}$  yang didefinisikan oleh  $f(x) = 10x \pmod{11}$ . Tuliskan  $f$  sebagai himpunan pasangan terurut. Jelaskan apakah  $f$  injektif, surjektif, dan bijektif? **(Nilai: 10)**
4. Sebuah maskapai penerbangan melayani empat kota seperti pada tabel di bawah ini. Misalkan  $(a, b) \in R$  jika ada rute penerbangan dari kota  $a$  ke kota  $b$ . **(Nilai: 15)**

Asal	Tujuan
Jakarta	Medan
Jakarta	Surabaya
Medan	Surabaya
Surabaya	Makassar
Makassar	Medan

- (a) Tuliskan matriks yang merepresentasikan relasi  $R$   
(b) Gambarkan graf berarah yang merepresentasikan  $R$   
(c) Misalkan pihak maskapai perlu membuat ulang rute penerbangan sedemikian sehingga antara dua kota terdapat rute penerbangan langsung atau melalui kota antara. Carilah relasi paling minimal sehingga antara dua kota terdapat rute penerbangan langsung atau melalui kota antara.

5. Buktikan dengan induksi matematika bahwa untuk semua bilangan bulat  $n \geq 1$ , deret  $S(n) = \sum_{k=1}^n (3k - 2) \cdot 2^k$  memenuhi  $S(n) = (3n - 5) \cdot 2^{n+1} + 10$ . **(Nilai: 10)**

6. Sebuah start-up meluncurkan perangkat Smart-Home X yang dapat merekrut pembeli baru melalui rekomendasi mulut-ke-mulut. Setiap bulan atau dua bulan ada penambahan pembeli baru sebagai berikut:
- Setiap bulan, 50 % dari pemilik Smart-Home X bulan sebelumnya berhasil meyakinkan satu orang baru untuk membeli.
  - Selain itu, 20 % dari pemilik dua bulan sebelumnya baru berhasil meyakinkan temannya karena proses pertimbangan yang lebih lama.
  - Diasumsikan tidak ada perangkat yang berhenti digunakan.

Data penjualan awal:

- Bulan ke-0 terjual 400 unit (dinyatakan sebagai pemilik aktif).

- Bulan ke-1 terjual 520 unit.

- Tuliskan solusi relasi rekursif  $P_n$  yang menyatakan banyaknya pemilik aktif pada bulan ke- $n$ .
- Temukan solusi umum  $P_n$  menggunakan metode penyelesaian relasi rekursif linier homogen orde dua.
- Hitung banyaknya pemilik aktif pada bulan ke-5. Bulatkan ke satuan terdekat.

**(Nilai: 15)**

7. Carilah bentuk komplemen dari fungsi Boolean  $f(x, y, z) = x'z(y + y'z' + x')$

**(Nilai: 10)**

8. Sebuah sistem keamanan pintu otomatis menggunakan empat variabel input:

- $A$ : Kartu akses valid terdeteksi (1 jika valid, 0 tidak).
- $B$ : Sidik jari terdaftar terdeteksi (1 jika cocok, 0 tidak).
- $C$ : Waktu operasional (1 jika jam kerja, 0 jika di luar jam kerja).
- $D$ : Mode darurat aktif (1 jika ya, 0 jika tidak).

Pintu terbuka (Output = 1) jika memenuhi salah satu kondisi berikut:

1. Aktivasi normal:

- Pada jam kerja: Pintu terbuka jika sidik jari valid.
- Diluar jam kerja: Pintu terbuka jika kartu akses valid tanpa sidik jari.

2. Mode darurat:

- Pintu terbuka otomatis jika mode darurat aktif.

3. Kondisi *don't care*:

- Jika kartu dan sidik jari tidak valid bersamaan, output tidak terdefinisi (X).

**(Nilai: 20)**

- Buat tabel kebenaran lengkap untuk semua kombinasi input.
- Susun peta Karnaugh 4 variabel berdasarkan tabel tersebut.
- Tentukan fungsi boolean minimal untuk membuka pintu.
- Gambarkan rangkaian logika dari fungsi minimal tersebut.