Program Studi Teknik Informatika Nama :…………………............………

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika NIM/Kelas:………………………...............

Institut Teknologi Bandung T.Tangan :…………………………........... 

Solusi Kuis ke-1 IF1220 Matematika Diskrit (3 SKS) – Logika, Himpunan, Relasi dan Fungsi

Dosen: Rinaldi Munir (K1), Arrival Dwi Sentosa (K2)

Rabu, 13 Maret 2025

Waktu: 55 menit



Ubahlah proposisi berikut ke dalam notasi ekspresi simbolik: **(Nilai: 16)**

1. Jika Suthasoma mengambil mata kuliah IF1220 Matematika Diskrit, maka Raden mengambil mata kuliah IF2123 Linier & Geometri bersama Suthasoma atau Marvin.
2. Hanya jika Raden mengambil mata kuliah IF1220 Matematika Diskrit, kecuali Marvin mengambil mata kuliah IF2130 Arsitektur Komputer, maka Suthasoma akan mengambil IF2123 Aljabar Linier & Geometri.
3. Jika Suthasoma dan Marvin tidak mengambil mata kuliah IF1220, maka Suthasoma mengambil mata kuliah IF2123
4. Raden tidak mengambil mata kuliah IF2123 Aljabar Linier & Geometri bersama dengan Suthasoma atau Marvin

**Jawaban:**

* + - * 1. Jika Suthasoma mengambil mata kuliah IF1220 Matematika Diskrit, maka Raden mengambil mata kuliah IF2123 Aljabar Linier dan Geometri bersama Suthasoma atau Marvin.

d : Suthasoma mengambil mata kuliah IF1220 Matematika Diskrit

g : Raden mengambil mata kuliah IF2123 Aljabar Linier dan Geometri

h : Suthasoma mengambil mata kuliah IF2123 Aljabar Linier dan Geometri

i : Marvin mengambil mata kuliah IF2123 Aljabar Linier dan Geometri

Notasi ekspresi simbolik: **d → (g** $∧$ **(h** $∨$ **i))**

* + - * 1. Hanya jika Raden mengambil mata kuliah IF1220 Matematika Diskrit, kecuali Marvin mengambil mata kuliah IF2130 Arsitektur Komputer, maka Suthasoma akan mengambil IF2123 Aljabar Linier & Geometri.

Ubah sesuai template implikasi: p hanya jika q

Suthasoma akan mengambil IF2123 Aljabar Linier & Geometri **hanya jika** Raden mengambil mata kuliah IF1220 Matematika Diskrit, kecuali Marvin mengambil mata kuliah IF2130 Arsitektur Komputer

 a : Suthasoma akan mengambil IF2123 Aljabar Linier & Geometri

 b : Raden mengambil mata kuliah IF1220 Matematika Diskrit

 c : Marvin mengambil mata kuliah IF2130 Arsitektur Komputer

Notasi ekspresi simbolik: **a → (b ∧ ~c)**

* + - * 1. Jika Suthasoma dan Marvin tidak mengambil mata kuliah IF1220, maka Suthasoma mengambil mata kuliah IF2123

 j : Suthasoma mengambil mata kuliah IF1220

 k : Marvin mengambil mata kuliah IF1220

 d : Suthasoma mengambil mata kuliah IF2123

Notasi ekspresi simbolik: **~j** $∧$ **~k → d**

1. Raden tidak mengambil mata kuliah IF2123 Aljabar Linier & Geometri bersama dengan Suthasoma atau Marvin

 g : Raden mengambil mata kuliah IF2123 Aljabar Linier & Geometri

 h : Suthasoma mengambil mata kuliah IF2123 Aljabar Linier & Geometri

 i : Marvin mengambil mata kuliah IF2123 Aljabar Linier & Geometri

 Notasi ekspresi simbolik: **~(g ∧ (h ∨ i))**

Buktikan dengan menggunakan definisi operasi dan hukum-hukum himpunan bahwa **(Nilai: 20)**

$$((\overline{A}∪B) ∩A) ∪(((\overline{A}-(A ∩C)) ∪ B) ∩\overline{B}) =\overline{A}⊕B$$

$ $**Jawaban:**

$$((\overline{A}∪B) ∩A) ∪(((\overline{A}-(A ∩C)) ∪ B) ∩\overline{B})$$

$=((\overline{A}∪B) ∩A) ∪(((\overline{A}∩\overline{A∩C}) ∪ B)∩\overline{B})$ (Definisi selisih)

$=((\overline{A}∪B) ∩A) ∪(((\overline{A}∩(\overline{A}∪\overline{C})) ∪ B)∩\overline{B})$ (H. de Morgan)
$=((\overline{A}∪B) ∩A) ∪((\overline{A} ∪ B)∩\overline{B})$ (H. absorpsi)
$=(\overline{A}∪B) ∩(A∪\overline{B})$ (H. distribusi)
$=(\overline{A}∪B) -\overline{A∪\overline{B}}$ (Definisi selisih)
$=(\overline{A}∪B) -(\overline{A}∩B)$ (H. de Morgan)
$=$ $\overline{A}⊕B$ (Definisi beda setangkup)

Dari 1200 mahasiswa IF diketahui 582 menguasai Python, 627 menguasai C++, 543 menguasai Java, 227 menguasai Python dan C++, 307 menguasai Python dan Java, 250 menguasai C++ dan Java, 222 orang menguasai ketiganya. **(Nilai: 24)**

Berapa orang yang tidak menguasai ketiga jenis bahasa pemrograman di atas?

Berapa orang yang hanya menguasai Python tetapi tidak menguasai C++ dan Java?

**Jawaban:**

Misalkan himpunan-himpunan berikut:

* P: himpunan mahasiswa yang menguasai Python, ∣P∣=582
* C: himpunan mahasiswa yang menguasai C++, ∣C∣=627
* J: himpunan mahasiswa yang menguasai Java, ∣J∣=543

Diketahui juga:

* ∣ P ∩ C ∣ = 227
* ∣ P ∩ J ∣ = 307
* ∣ C∩J ∣ = 250
* ∣ P ∩ C ∩ J ∣ = 222
* Jumlah total mahasiswa ∣S∣ = 1200
1. Menghitung jumlah mahasiswa yang menguasai minimal satu bahasa pemrograman
Gunakan prinsip inklusi-eksklusi tiga himpunan:

∣ P ∪ C ∪ J ∣ = ∣P∣+∣C∣ + ∣J∣ − ∣ P∩C ∣ − ∣ P ∩ J ∣−∣C ∩ J ∣+∣ P ∩ C ∩ J ∣

Substitusi nilai yang diketahui:
∣P∪C∪J∣ = 582 + 627 + 543 – 227 – 307 – 250 + 222

Hitung nilainya:
∣P∪C∪J∣ = 1752−784+222 = 1190

Menghitung jumlah mahasiswa yang tidak menguasai ketiga jenis bahasa pemrograman:
Jumlah mahasiswa yang tidak menguasai ketiganya adalah komplemen dari (P∪C∪J) :

∣S∣−∣P∪C∪J∣ = 1200−1190 = **10**

1. Menghitung jumlah mahasiswa yang hanya menguasai Python saja:

∣P− (C ∪ J)∣ = ∣P∣−∣P∩C∣−∣P∩J∣+∣P∩C∩J∣

∣P−(C ∪ J)∣ = 582−227−307+222

∣P−(C ∪ J)∣ = **270**

Di sebuah perusahaan teknologi terdapat 6 karyawan dengan nama: Naufal, Scifo, Ojan, Ikhwan, Eka, dan Sutha. Gaji mereka tersusun secara berurutan dari yang tertinggi hingga terendah dengan besaran sebagai berikut (dalam ribuan rupiah): Naufal: 18, Scifo: 15, Ojan: 12, Ikhwan: 9, Eka: 6, Sutha: 3. Seorang analis HR, Riko, ingin memetakan gaji para karyawan menggunakan aturan berikut: Didefinisikan relasi *R* pada himpunan karyawan dengan ketentuan: **(Nilai: 20)**

1. Untuk dua karyawan *x* dan *y*, *x R y* berlaku jika dan hanya jika gaji *y* adalah tepat setengah gaji *x*.
2. Jika tidak terdapat karyawan dengan gaji tepat setengah gaji *x*, maka *x* dipetakan ke dirinya sendiri, yaitu *x R x.*
	1. Tuliskan anggota relasi *R* yang terbentuk berdasarkan aturan di atas, dengan notasi (*x*,*y*), *x* dan *y* adalah nama.
	2. Apakah relasi *R* merupakan relasi kesetaraan? Jelaskan alasannya. **Bonus (5)**: Tuliskan agar *R* menjadi relasi kesetaraan.

**Jawaban:**

1. Untuk setiap karyawan, periksa:
* **Naufal (18):**$\frac{18}{2}= 9$. Ada karyawan dengan gaji 9, yaitu **Ikhwan**.
→ Pasangan: (Naufal, Ikhwan).
* **Scifo (15):**$\frac{15}{2}= 7.5$. Tidak ada karyawan dengan gaji 7.5.
→ Pasangan: (Scifo, Scifo).
* **Ojan (12):**$\frac{12}{2}= 6$. Ada karyawan dengan gaji 6, yaitu **Eka**.
→ Pasangan: (Ojan, Eka).
* **Ikhwan (9):**$\frac{9}{2}= 4.5$. Tidak ada karyawan dengan gaji 4.5.
→ Pasangan: (Ikhwan, Ikhwan).
* **Eka (6):**$\frac{6}{2}= 3$. Ada karyawan dengan gaji 3, yaitu **Sutha**.
→ Pasangan: (Eka, Sutha).
* **Sutha (3):**$\frac{3}{2}= 1.5$. Tidak ada karyawan dengan gaji 1.5.
→ Pasangan: (Sutha, Sutha).

Jadi, relasi awal *R* (menggunakan notasi pasangan berurut) adalah:

R = {(Naufal, Ikhwan), (Scifo, Scifo), (Ojan, Eka), (Ikhwan, Ikhwan), (Eka, Sutha), (Sutha, Sutha)}.

1. Syarat relasi kesetaraan adalah:
* **Refleksif:** Untuk setiap *x*, harus *x R x*.
	+ Di sini, misalnya **Naufal** tidak memiliki (Naufal, Naufal) karena aturan memetakan Naufal ke Ikhwan (ada gaji setengahnya).
	Jadi, *R* tidak refleksif untuk semua elemen.
* **Simetris:** Jika *(x,y) ∈ R*, maka harus ada *(y,x)*.
	+ Contoh: (Naufal, Ikhwan) ada, namun tidak ada (Ikhwan, Naufal).
	Jadi, *R* tidak simetris.
* **Transitif:** Jika *(x,y) ∈ R* dan *(y,z) ∈ R*, maka harus ada *(x,z)*.
	+ Contoh: (Ojan, Eka) dan (Eka, Sutha) ada, sehingga seharusnya harus ada (Ojan, Sutha) agar transitif, tetapi belum ada.
	Jadi, *R* tidak transitif.

Karena tidak memenuhi ketiga syarat tersebut, relasi awal *R* belum merupakan relasi kesetaraan.

1. Bonus: Untuk mendapatkan relasi kesetaraan, kita harus menambahkan pasangan-pasangan sehingga relasi menjadi:
* **Refleksif:**Tambahkan pasangan *(x,x)* untuk karyawan yang belum memiliki pasangan ini.
	+ Yang belum memiliki:
	Naufal : tambahkan (Naufal, Naufal).
	Ojan : tambahkan (Ojan, Ojan).
	Eka : tambahkan (Eka, Eka).
* **Simetris:**Untuk setiap *(x,y) ∈ R* (dengan *x ≠ y*), tambahkan *(y, x)* jika belum ada.
	+ Dari (Naufal, Ikhwan) → tambahkan (Ikhwan, Naufal).
	+ Dari (Ojan, Eka) → tambahkan (Eka, Ojan).
	+ Dari (Eka, Sutha) → tambahkan (Sutha, Eka).
* **Transitif:**Tambahkan pasangan yang diperlukan untuk menghubungkan rantai.
	+ Diperoleh rantai: (Ojan, Eka) dan (Eka, Sutha) → harus ditambahkan (Ojan, Sutha).
	+ Karena simetri harus dijaga, juga tambahkan (Sutha, Ojan).

Alternatif lain menggunakan klosur transitif

Setelah penambahan tersebut, perhatikan bahwa karyawan-karyawan terhubung akan membentuk kelas ekivalensi.

Relasi *R* menjadi : {(Naufal, Ikhwan), (Scifo, Scifo), (Ojan, Eka), (Ikhwan, Ikhwan), (Eka, Sutha), (Sutha, Sutha), (Naufal, Naufal), (Ojan, Ojan), (Eka, Eka), (Ikhwan, Naufal), (Eka, Ojan), (Sutha, Eka), (Ojan, Sutha), (Sutha, Ojan)}

5. Tentukan sifat dari fungsi berikut. Apakah fungsi tersebut injektif, surjektif, bijektif, atau bukan ketiganya? Jelaskan alasannya! **(Nilai: 20)**

1. $f(x)=|x^{2}-4|, f: R\rightarrow R$
2. $g(x)=2x+5, g: R\rightarrow R$
3. $h(x)=e^{x}, h: R\rightarrow R$

 **Jawaban:**

1. Bukan ketiganya
	1. Bukan injektif, karena ada dua nilai berbeda yang menghasilkan nilai fungsi yang sama, misalnya f(−2) = f(2) = 0.
	2. Bukan surjektif, karena tidak semua bilangan real dapat dicapai (nilai negatif tidak mungkin muncul karena nilai absolut).
	3. Dari I dan ii maka f tidak bijektif
2. Bijektif
	1. Injektif, karena jika g(a) = g(b), maka 2a + 5 = 2b + 5 yang berarti a = b.
	2. Surjektif, karena untuk setiap y ∈ R, kita bisa menemukan $x = \frac{y-5}{2}$ yang memenuhi g(x) = y.

Karena injektif dan surjektif, maka fungsi ini bijektif.

1. Injektif
	1. Injektif, karena fungsi eksponensial bersifat monoton naik, sehingga tidak ada dua nilai input berbeda yang memiliki output yang sama.
	2. Bukan surjektif, karena untuk semua x, $e^{x}$ selalu positif, sehingga tidak mungkin mencapai nilai negatif dalam R.