

Aplikasi Pohon Merentang Minimum dengan Algoritma Kruskal dalam Penentuan Rute Perjalanan Wisata di Kota Bandar Lampung

M. Hilal Alhamdy - 13519024
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganessa 10 Bandung 40132, Indonesia
13519024@std.stei.itb.ac.id

Abstract—Kota Bandar Lampung memiliki beberapa tempat wisata yaitu berupa wisata alam maupun wisata rekreasi dan wisata tempat peninggalan sejarah. Dengan adanya tempat wisata tersebut, dibutuhkan rute perjalanan yang singkat dan cepat agar pengunjung dapat mempersingkat waktu dalam mengunjungi tempat wisata tersebut. Pada makalah ini, penulis memodelkan teori graf untuk mencari rute tersebut dengan algoritma kruskal. Algoritma kruskal merupakan algoritma untuk mencari *minimum spanning tree* pada sebuah graf. Dengan menggunakan algoritma tersebut, didapatkan sebuah pohon merentang minimum yang dapat digunakan untuk penentuan rute.

Keywords—Algoritma Kruskal, Tempat Wisata, Pohon Merentang Minimum

I. PENDAHULUAN

Kota Bandar Lampung adalah sebuah kota di Indonesia sekaligus ibu kota provinsi dan kota terbesar di provinsi Lampung. Dengan kepadatan 5.332/km², Kota Bandar Lampung merupakan salah satu kota terpadat di Pulau Sumatra, serta termasuk salah satu kota besar di Indonesia dan Kota terpadat di luar Pulau Jawa

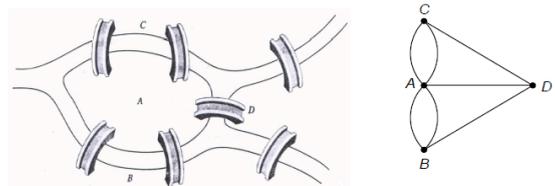
Kota Bandar Lampung memiliki beberapa macam tempat wisata yang dapat dikunjungi oleh masyarakat, tetapi mungkin beberapa tidak terkenal seperti wisata-wisata lain di Indonesia. Untuk menjelajahi setiap wisata yang berada di Kota Bandar Lampung dengan cepat dan efektif, penulis membuat makalah ini yaitu dengan menggunakan algoritma kruskal dalam menentukan rute perjalanan wisata di Kota Bandar Lampung. Penulis menggunakan teori graf dalam representasi tempat dan pada aplikasi penggunaan algoritma kruskal, penulis menginisialisasi untuk setiap tempat wisata akan dianggap simpul, sedangkan jarak yang ditempuh akan dianggap sisi.

Dalam penentuan Rute perjalanan Wisata di Kota Bandar Lampung, penulis berada di daerah perkotaan dan ingin mencari rute minimum dengan melalui beberapa tempat agar dapat mengunjungi setiap tempat wisata di Kota Bandar Lampung dengan cepat.

II. LANDASAN TEORI

A. Graf

Dalam matematika dan ilmu komputer, graf adalah suatu objek dasar dalam pelajaran teori graf. Selain itu, teori graf adalah cabang yang mempelajari tentang sifat-sifat graf itu sendiri. Teori Graf mulai dikenal pada saat seorang matematikawan bangsa Swiss, bernama Leonhard Euler, berhasil mengungkapkan Misteri Jembatan Konigsberg pada tahun 1736.



Gambar 1. Kiri: Masalah jembatan Konigsberg; Kanan : graf persoalan.

Sumber :

<https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf>

Di Kota Konigsberg (sekarang bernama Kaliningrad, di Uni Soviet) mengalir sebuah sungai bernama sungai Pregel. Di tengah sungai tersebut terdapat dua buah pulau. Dari kedua pulau tersebut terdapat jembatan yang menghubungkan ke tepian sungai dan di antara kedua pulau. Jumlah jembatan tersebut adalah 7 buah seperti gambar 1 di atas. Secara singkat, dalam tulisannya, Euler menyajikan keadaan jembatan Konigsberg tersebut terlihat pada gambar 1 bagian kanan dalam masalah di atas, daratan (tepihan A dan B, serta pulau C dan D) disajikan sebagai titik dan jembatan disajikan sebagai ruas garis. Euler mengemukakan teoremanya yang mengatakan bahwa perjalanan yang diinginkan di atas (yang kemudian dikenal sebagai perjalanan Euler) akan ada apabila graf terhubung dan banyaknya garis yang datang pada setiap titik (derajat simpul) adalah genap.

Pengertian lain dari graf adalah himpunan dari benda-benda yang disebut simpul (*Vertex* atau *Node*) yang terhubung oleh sisi-sisi (*Edge*) atau sudut dari sisi tersebut. Selain itu, graf digambarkan dengan adanya titik-titik yang

merupakan simpul(*vertex*) dan terhubung oleh garis-garis yang melambangkan sisi (*Edge*). Dalam pengaplikasian graf, banyak sekali struktur yang dapat direpresentasikan dan banyak masalah yang dapat diselesaikan dengan menggunakan graf. Aplikasi teori graf antara lain pemodelan jaringan telepon, pemodelan jaringan listrik, pemodelan jaringan internet, dan pemodelan molekul di bidang ilmu kimia dan fisika.

Formalnya, suatu graf misalkan G dapat dinyatakan sebagai berikut:

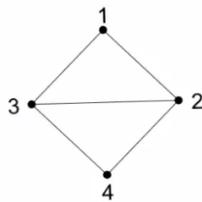
$$G = \langle V, E \rangle$$

Graf G terdiri atas himpunan V (*vertex*) yang berisikan simpul pada graf tersebut dan himpunan dari E (*edge*) yang berisi sisi pada graf tersebut. Himpunan E dinyatakan sebagai pasangan dari simpul yang ada dalam V.

V = Himpunan tidak-kosong dari simpul-simpul (*vertices*)
 $= \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$

E = Himpunan sisi (*edges*) yang menghubungkan sepasang simpul
 $= \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$,

Sebagai contoh definisi dari graf pada pengertian di atas adalah sebagai berikut :



G1
Gambar 2. Graf sederhana.

Sumber :

<https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf>

Pada gambar 2, G1 adalah graf dengan

$$V = \{1,2,3,4\}$$

$$E = \{(1,2), (1,3), (2,3), (2,4), (3,4)\}$$

Angka yang berada pada sudut tersebut merupakan simpul 1, 2, 3, 4 dan terdapat sisi-sisi yang menghubungkan beberapa simpul yaitu, sisi (1,2) , (1,3), (2,3), (2,4), (3,4).

Adapun jenis-jenis graf berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda pada suatu graf yaitu, digolongkan menjadi 2 jenis :

Graf sederhana (*simple graph*)
 Graf yang tidak mengandung gelang maupun sisi ganda biasa dinamakan graf sederhana.

Graf tak-sederhana (*unsimple graph*)
 Graf yang mengandung sisi ganda atau gelang dinamakan Graf tak-sederhana. Graf tak-sederhana dibedakan menjadi 2, yaitu :

1. Graf ganda (*Multi-graph*)
 Graf yang mengandung sisi ganda.

2. Graf semu (*Pseudo-graph*)
 Graf mengandung sisi gelang.

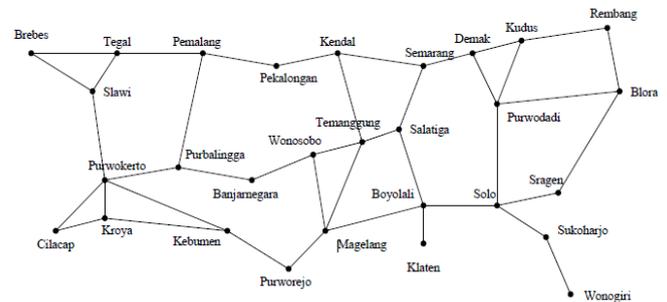
Berdasarkan jumlah simpul pada suatu graf, maka secara umum graf dapat digolongkan menjadi dua jenis:

1. Graf berhingga (*limited graph*)
 Graf berhingga adalah graf yang jumlah simpulnya, n, berhingga.
2. Graf tak-berhingga (*unlimited graph*)
 graf tak-berhingga adalah graf yang jumlah simpulnya, n , tidak berhingga banyaknya disebut graf tak-berhingga.

Berdasarkan orientasi arah pada isi, maka secara umum graf dibedakan menjadi dua jenis:

1. Graf tak-berarah (*undirected graph*)
 Graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah disebut graf yang tak-berarah.
2. Graf berarah (*directed graph*)
 Graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah disebut graf yang berarah.

Peranan graf dapat di kembangkan dengan memberikan bobot pada tiap sisi. Banyak konsep yang dapat dibuat dengan adanya graf berbobot ataupun pengaplikasiannya, seperti mencari lintasan terpendek, pengambilan keputusan dengan pohon keputusan. Selain itu, graf dapat merepresentasikan objek- objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut.



Gambar 3. Representasi Graf jaringan jalan di Provinsi Jawa Tengah

Sumber :

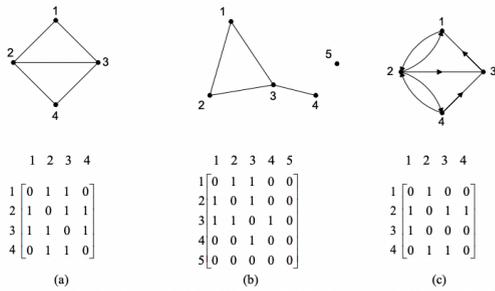
<https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf>

Graf tidak hanya berupa gambar. Graf juga bisa direpresentasikan dengan berbagai cara, di antaranya yaitu :

1. Adjacency Matrix(Matriks Bertetanggaan)

Martiks bertetanggaan merupakan matriks yang merepresentasikan nilai keterhubungan antar simpul pada sebuah graf. Pada gambar graf dibawah merupakan graf yang tidak memiliki bobot nilai, tetapi akan bernilai 1 ketika dua simpul terhubung dan 0 ketika tidak terhubung. Sedangkan pada graf berbobot, nilai yang

ditunjukkan adalah nilai/bobot dari sebuah sisi yang menghubungkan dua simpul.



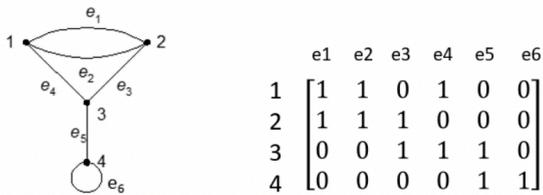
Gambar 4. Adjacency Matrix dan Grafnya

Sumber :

<https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian2.pdf>

2. Incidence Matrix (Matriks Bersisian)

Matriks bersisian merupakan matriks yang merepresentasikan hubungan antara simpul dan sisi dari sebuah graf. Baris pada matriks akan di misalkan sebagai simpul dan kolom sebagai sisi. Jika simpul A dan sisi E bersisian, maka akan ditandai dengan 1, sedangkan jika tidak, akan ditandai dengan 0.



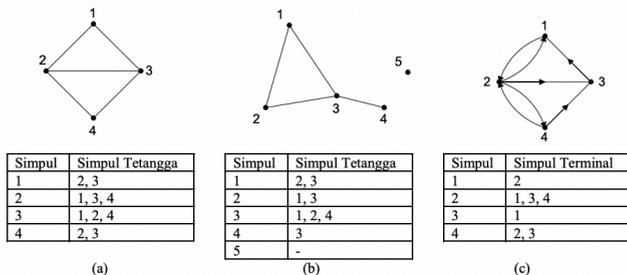
Gambar 5. Incidence Matrix dan Grafnya

Sumber :

<https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian2.pdf>

3. Adjacency List (Senarai Ketetanggan)

Senarai ketetanggan merupakan senarai yang mencatat setiap simpul yang bertetangga dengan suatu simpul



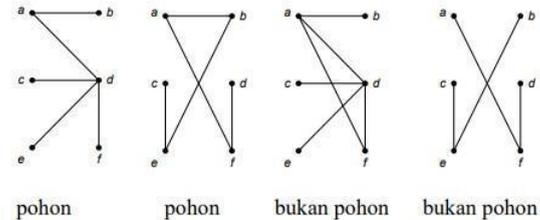
Gambar 6. Adjacency List dengan Grafnya

Sumber :

<https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian2.pdf>

B. Pohon

Pohon merupakan bagian dari graf. Pohon merupakan graf tak berarah yang tidak mengandung sirkuit, Pohon merupakan graf sederhana yang telah digunakan sejak tahun 1857 oleh matematikawan Inggris, Arthur Cayley, dalam menghitung jumlah senyawa kimia pada saat itu. Sejak ditemukannya teori tentang pohon, banyak permasalahan yang dapat dipecahkan dengan menggunakan teori pohon ini.

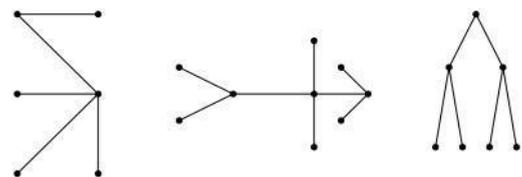


Gambar 7. Ilustrai yang menggambarkan pohon atau tidak.

Sumber :

<http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Pohon-2020-Bag1.pdf>

Hutan (*forest*) adalah kumpulan pohon yang saling lepas atau graf tidak terhubung yang tidak mengandung sirkuit. Setiap komponen di dalam graf terhubung tersebut adalah pohon.



Hutan yang terdiri dari tiga buah pohon

Gambar 8. Hutan yang terdiri dari tiga buah pohon.

Sumber :

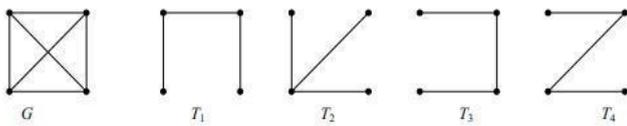
<http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Pohon-2020-Bag1.pdf>

Sifat-sifat (propterti) pohon adalah sebagai berikut: Teorema. Misalkan $G = (V, E)$ adalah graf tak berarah sederhana dan jumlah simpulnya n . Maka, semua pertanyaan di bawah ini adalah ekuivalen:

1. G adalah pohon.
2. Setiap pasang simpul di dalam G terhubung dengan lintasan tunggal.
3. G terhubung dan memiliki $m = n - 1$ buah sisi.
4. G tidak mengandung sirkuit dan memiliki $m = n - 1$ buah sisi.
5. G tidak mengandung sirkuit dan penambahan satu sisi pada graf akan membuat hanya satu sirkuit.
6. G terhubung dan semua sisinya adalah jembatan.

Selanjutnya adalah pohon merentang (*spanning tree*). Pohon merentang dari graf terhubung adalah upagraf

merentang yang berupa pohon. Pohon merentang diperoleh dengan memutus sirkuit di dalam graf.



Gambar 9. Sirkuit dari graf pohon merentang

Sumber :

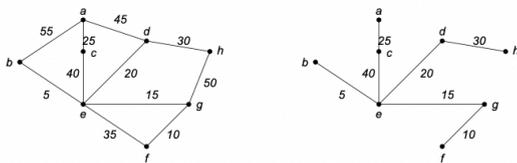
<http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Pohon-2020-Bag1.pdf>

III. ALGORITMA KRUSKAL

Algoritma kruskal merupakan representasi dari pohon dan salah satu algoritma untuk mencari pohon merentang yang berbobot minimum biasanya dinamakan *minimum spanning tree*.

Pohon merentang minimum atau *minimum spanning tree* dari graf terhubung adalah upagraf merentang yang berupa pohon yang akan menghilangkan sirkuit dari upagraf merentang tersebut. Pohon merentang diperoleh dengan memutus sirkuit di dalam graf.

Graf terhubung-berbobot mungkin mempunyai lebih dari 1 pohon merentang. Pohon merentang yang berbobot minimum dinamakan pohon merentang minimum (*minimum spanning tree*).



Gambar 10. Pohon merentang minimum

Sumber :

<https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Pohon-2020-Bag1.pdf>

Pada makalah ini, digunakan algoritma kruskal untuk menentukan rute perjalanan ke Bandara SMB II di Kota Palembang. Algoritmanya adalah sebagai berikut:

1. sisi-sisi dari graf sudah diurut menaik berdasarkan bobotnya – dari bobot kecil ke bobot besar)
2. T masih kosong
3. pilih sisi (u, v) dengan bobot minimum yang tidak membentuk sirkuit di T. Tambahkan (u, v) ke dalam T.

4. ulangi langkah 2 sebanyak $n - 1$ kali.

```

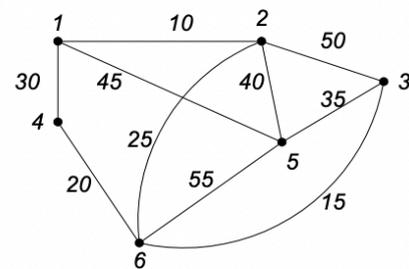
procedure Kruskal(input G : graf, output T : pohon)
{ Membentuk pohon merentang minimum T dari graf terhubung -
berbobot G.
Masukan: graf-berbobot terhubung G = (V, E), dengan |V|= n
Keluaran: pohon rentang minimum T = (V, E')
}
Deklarasi
i, p, q, u, v : integer
Algoritma
{ Asumsi: sisi-sisi dari graf sudah diurut menaik
berdasarkan bobotnya - dari bobot kecil ke bobot
besar)
T ← {}
while jumlah sisi T < n-1 do
Pilih sisi (u,v) dari E yang bobotnya terkecil
if (u,v) tidak membentuk siklus di T then
T ← T ∪ {(u,v)}
endif
endifor
    
```

Gambar 11. Pseudocode Algoritma Kruskal

Sumber :

<https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Pohon-2020-Bag1.pdf>

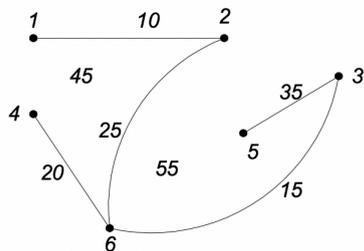
Salah satu contoh graf yang memiliki bobot nilai dengan 6 simpul dan 10 sisi, kemudian akan dicari *minimum spanning tree* dengan menggunakan algoritma kruskal.



Sisi-sisi diurut menaik:

Sisi	(1,2)	(3,6)	(4,6)	(2,6)	(1,4)	(3,5)	(2,5)	(1,5)	(2,3)	(5,6)
Bobot	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55

Langkah	Sisi	Bobot	Hutan merentang
0			• 1 • 2 • 3 • 4 • 5 • 6
1	(1, 2)	10	1 — 2
2	(3, 6)	15	1 — 2 — 3 — 4 — 5 — 6
3	(4, 6)	20	1 — 2 — 3 — 4 — 5 — 6
4	(2, 6)	25	1 — 2 — 3 — 4 — 5 — 6
5	(1, 4)	30	ditolak
6	(3, 5)	35	1 — 2 — 3 — 4 — 5 — 6



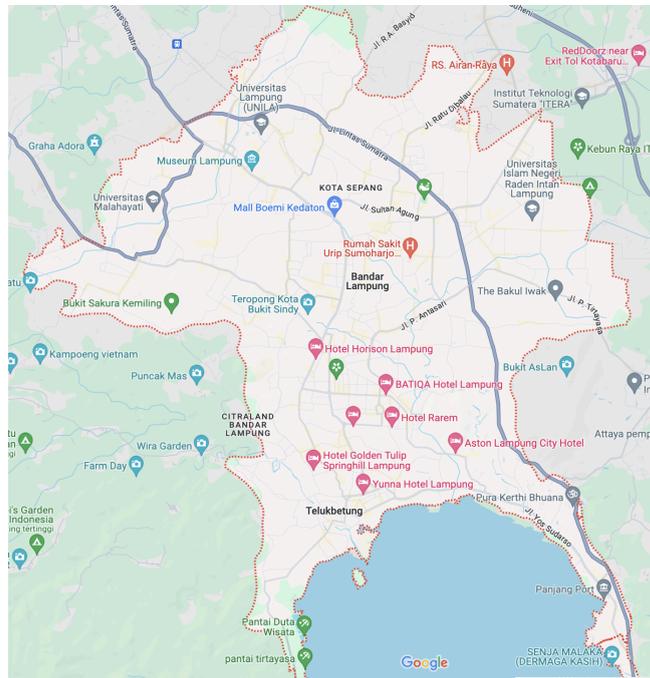
Bobot = 10 + 25 + 15 + 20 + 35 = 105

Gambar 12. Graf berbobot dengan Langkah Algoritma Kruskal

Sumber :

<https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Pohon-2020-Bag1.pdf>

IV. APLIKASI POHON MERENTANG MINIMUM DENGAN ALGORITMA KRUSKAL DALAM PENENTUAN RUTE PERJALANAN WISATA DI KOTA LAMPUNG



Gambar 13. Peta Kota Bandar Lampung sumber: (Dokumen penulis, Google Maps)

Kota Bandar Lampung adalah sebuah kota di Indonesia sekaligus ibu kota provinsi dan kota terbesar di provinsi Lampung. Dengan kepadatan 5.332/km², Kota Bandar Lampung merupakan salah satu kota terpadat di Pulau Sumatra, serta termasuk salah satu kota besar di Indonesia dan Kota terpadat di luar Pulau Jawa

Tempat wisata di kota Bandar Lampung yang penulis ambil antara lain terdapat 8 tempat wisata yaitu:

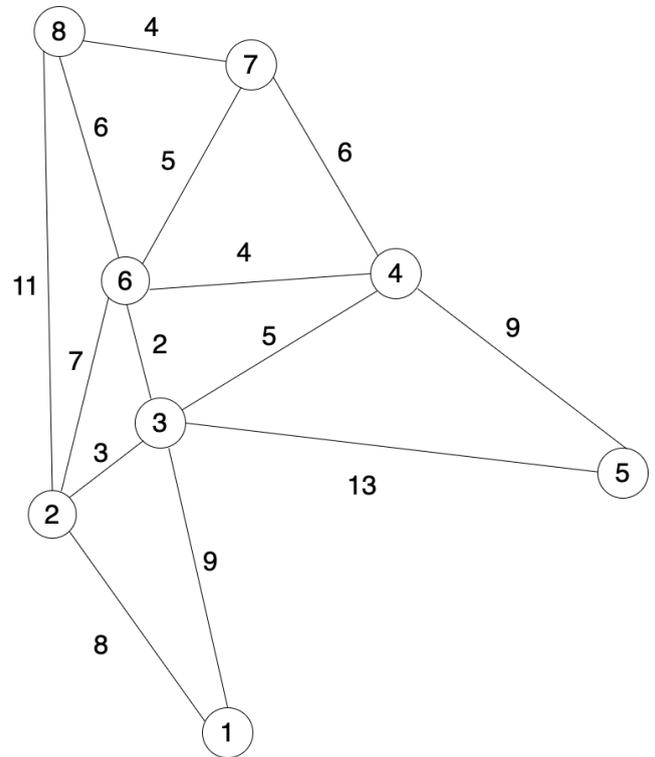
1. Pantai Duta Wisata
Terletak di Telukbetung Timur, Bandar Lampung. Kawasan pantai memiliki suasana tenang yang dapat digunakan untuk healing
2. Farm Day
Farm Day Education Park mengusung konsep peternakan terbuka. Pengunjung Farm Day dapat berinteraksi langsung dengan berbagai hewan ternak.
3. Puncak Mas
Puncak Mas Lampung berada di kawasan perbukitan. Menu utamanya adalah pemandangan dari ketinggian. Bukit yang membentang dan juga landscape view
4. Teropong Kota Bukit Sindi
Teropong Kota Bukit Sindy merupakan objek wisata hits di Lampung yang menawarkan

pemandangan dari ketinggian serta spot foto yang bagus

5. Bukit Aslan
Tempat Wisata Alam Rekreasi dan Wisata Alam di Bandar Lampung. Keindahan alam dari panorama rooftop kota Bandar Lampung
6. Bukit Sakura Kemiling
Tempat wisata ini merupakan wisata alam terbuka yang berada di Kota Bandar Lampung, yang menyediakan tempat dengan anomali bunga sakura khas Jepang
7. Museum Lampung
Museum Lampung adalah salah satu tempat kunjungan wisata sejarah sebagai sarana pendidikan, penelitian dan rekreasi
8. Graha Adora
Tempat wisata ini merupakan tempat wisata bernuansa musik yang bagus

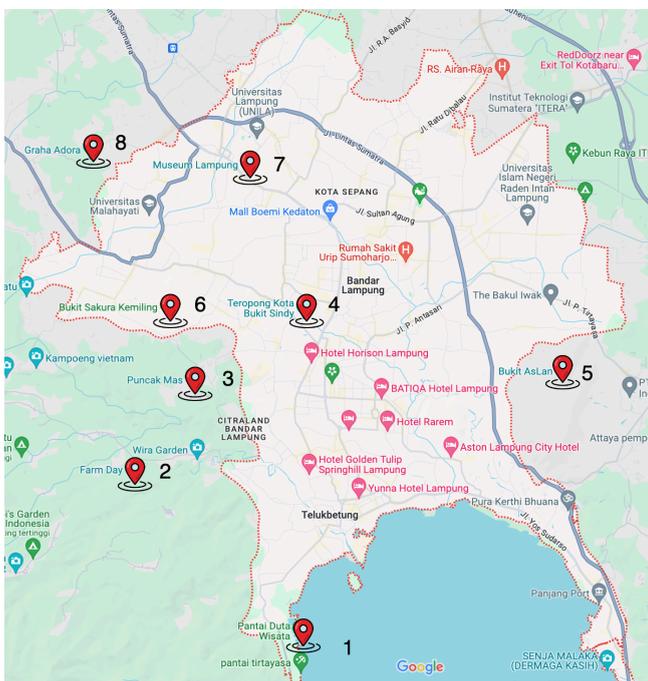
Gambar dibawah ini merupakan peta lokasi tempat wisata masing-masing yang telah dijelaskan diatas. Penulis menggunakan teori graf dalam representasi tempat dan pada aplikasi penggunaan algoritma kruskal, penulis menginisialisasi untuk setiap tempat wisata akan dianggap simpul, sedangkan jarak yang ditempuh akan dianggap sisi. Kemudian diberi angka nomor agar lebih jelas dalam pembuatan grafnya.

tempat wisata di Kota Bandar Lampung, kemudian penulis memberikan nilai bobot sisi dengan jarak tempuh antar tempat wisata tersebut berikut gambar graf-nya.



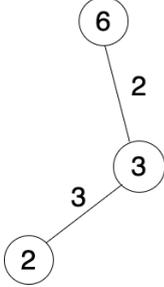
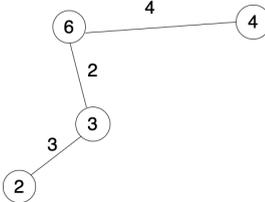
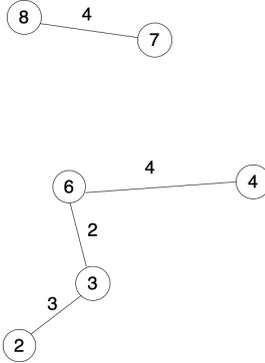
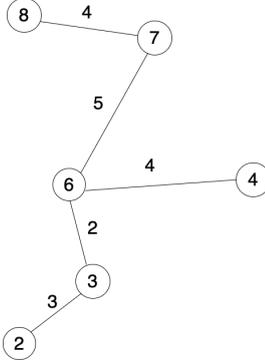
Gambar 15. Peta Tempat Wisata di Kota Bandar Lampung
sumber:
(Dokumen penulis)

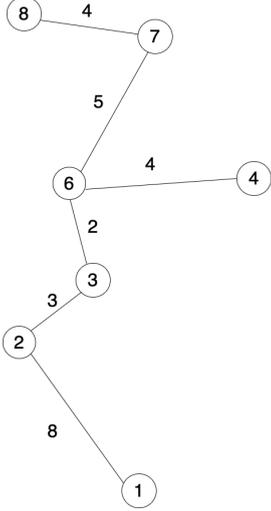
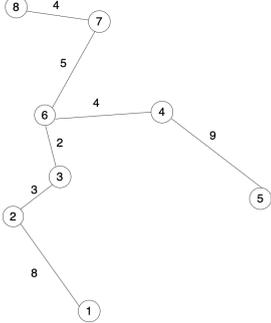
Langkah	Sisi	Bobot	Pohon Rentang
1	(3,6)	2	



Gambar 14. Peta Tempat Wisata di Kota Bandar Lampung
sumber:
(Dokumen penulis)

Untuk mempermudah dalam pembuatan algoritma kruskal, dibuat representasi graf yang bersesuaian dengan letak

2	(2,3)	3	
3	(4,6)	4	
4	(7,8)	4	
5	(7,6)	5	

6	(2,1)	8	
7	(4,5)	9	

Tabel 1. Peta Tempat Wisata di Kota Bandar Lampung

Sumber: Dokumen Penulis

Berdasarkan proses pencarian graf dengan algoritma kruskal diatas, didapatkan pohon merentang minimum melalui 7 langkah pencarian dengan jumlah bobot minimum yaitu:

$$\text{Jumlah Bobot} : 2 + 3 + 4 + 4 + 5 + 8 + 9 = 35$$

V. KESIMPULAN

Aplikasi dari pohon merentang minimum dengan algoritma kruskal dapat diterapkan dalam menentukan rute paling pendek. Kemudian, Algoritma kruskal ini sangat membantu, mudah dan praktis untuk digunakan dalam menentukan rute. Dengan adanya aplikasi algoritma kruskal dalam menentukan rute perjalanan wisata di Kota Bandar Lampung, maka masyarakat dapat terbantu dalam mempersingkat waktu perjalanan dengan rute yang minimum ketika ingin menuju ke tempat wisata.

VI. UCAPAN TERIMA KASIH

Puji dan syukur kehadiran Allah SWT karena atas rahmat dan karunia-Nya lah penulis dapat menyelesaikan makalah dengan judul “Aplikasi Pohon Merentang Minimum dengan Algoritma Kruskal dalam Penentuan Rute Perjalanan Wisata di Kota Bandar Lampung” dengan

tepat waktu. Shalawat dan salam tak lupa selalu tercurah kepada junjungan Nabi besar Muhammad SAW Penulis mengucapkan terima kasih kepada ibu Nur Ulfa Maulidevi selaku dosen pengampu mata kuliah Matematika Diskrit di program studi Teknik Informatika Institut Teknologi Bandung atas bimbingan dan ilmunya. Tak lupa, penulis juga mengucapkan terima kasih kepada pihak-pihak yang telah membantu dalam penulisan makalah ini. Semoga makalah ini dapat diterima dengan baik.

REFERENSI

- [1] Munir, Rinaldi. 2022. Pohon (Bagian I). <http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Pohon-2020-Bag1.pdf> , diakses 10 Desember 2022 pukul 10.22 WIB
- [2] -----, 2022. Pohon (Bagian II). <http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Pohon-2020-Bag2.pdf> , diakses 10 Desember 2022 pukul 11.15 WIB
- [3] <https://docplayer.info/30279798-Pengaplikasian-graf-dalam-kehidupansehari-hari.html> , diakses 10 Desember 2022 pukul 20.27 WIB
- [4] Munir, Rinaldi. 2022. Graf (Bagian 1). <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf>, diakses 10 Desember 2022 Pukul 21.12 WIB

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 20 Juni 2025



M Hilal Alhamdy
13519024