

Kuis ke-3 IF1220 Matematika Diskrit (3 SKS) – Teori Bilangan, Kombinatorika
Dosen: Rinaldi, Arrival Dwi Sentosa
Kamis, 15 Mei 2025
Waktu: 60 menit

1. Diberikan dua bilangan bulat $a = 144$ dan $b = 100$. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut: (15)
 - a) Dengan menggunakan Algoritma Euclidean, tentukan PBB(a, b)
 - b) Nyatakan PBB(a, b) sebagai kombinasi linier dari a dan b
2. Tentukan seluruh nilai x sedemikian sehingga $x^{86} \equiv 6 \pmod{29}$. (15)
3. Seorang matematikawan kuno meninggalkan petunjuk untuk menemukan sebuah bilangan bulat positif x . Bilangan x tersebut memenuhi tiga kondisi berikut:
 - i. Ketika x dibagi 5, sisanya sama dengan sisa dari 2^{2027} dibagi 5 $\rightarrow x \equiv 2^{2027} \pmod{5}$
 - ii. Ketika x dibagi 7, sisanya sama dengan sisa dari 3^{7004} dibagi 7, $\rightarrow x \equiv 3^{7004} \pmod{7}$
 - iii. Ketika $4x$ dibagi 11, sisanya sama dengan sisa dari 5^{1003} dibagi 11 $\rightarrow 4x \equiv 5^{1003} \pmod{11}$Tentukan bilangan bulat positif terkecil x yang memenuhi semua kondisi tersebut. (20)
4. Sebagai persiapan dalam Festival Fakultas Teknik Informatika seluruh anggota HMIF Institut Teknologi Bandung dari mata kuliah Matematika Diskrit diminta untuk membentuk 5 kelompok presentasi. Kelompok ini dinomori dari 1 sampai 5 (Perhatikan: penomoran dimulai dari 1, bukan dari 0). Kelompok yang akan dimasuki oleh seorang mahasiswa ditentukan dengan sebuah fungsi *hash*. Fungsi hash tersebut menentukan nomor kelompok untuk setiap mahasiswa berdasarkan dua angka terakhir dari NIM mahasiswa tersebut. (15)
 - a) Tentukan fungsi *hash* (h) untuk penentuan kelompok yang dimasuki setiap mahasiswa.
 - b) Tentukan kelompok awal untuk mahasiswa-mahasiswa dengan NIM berikut: 13522025, 13522047, 13522092, 13522011, 13522083, 13522064, 13522036, 13522055, 13522072, 13522019.
 - c) Jika setiap kelompok hanya dapat menampung maksimal 2 mahasiswa, dan teknik *linear probing* digunakan untuk menangani *collision* (yaitu, jika suatu kelompok sudah penuh, mahasiswa akan ditempatkan pada kelompok berikutnya yang tersedia secara berurutan, dengan kembali ke kelompok 1 jika diperlukan), tentukan penempatan kelompok akhir untuk mahasiswa-mahasiswa pada bagian b, dengan asumsi mereka datang secara berurutan seperti yang terdaftar.
5. Diberikan sebuah fungsi $f(n), n > 0$, untuk menentukan banyak cara menaiki anak tangga ke- n dengan cara:
 - i. menaiki 1 anak tangga, atau
 - ii. menaiki 2 anak tangga sekaligus.Untuk menaiki anak tangga ke-1 ($n = 1$) hanya diperlukan satu cara, yaitu menaiki 1 anak tangga, untuk menaiki anak tangga ke-2 ($n = 2$) dapat dilakukan dengan 2 cara, yaitu dengan menaiki 1 anak tangga 2 kali atau menaiki 2 anak tangga sekaligus, dan seterusnya. Tentukan nilai: (15)
 - a) $f(10)$
 - b) $f(15)$
6. Prodi IF ingin membuka mata kuliah baru yang bernama Komputasi Kalkulus yang terbuka untuk seluruh mahasiswa di ITB. Karena lab-lab di IF dan STI sudah memegang banyak mata kuliah, prodi ingin melakukan seleksi asisten langsung kepada mahasiswa IF dan STI tingkat 3. Masing masing jurusan membuka 3 kelas untuk angkatan yang berada di tingkat 3. Prodi IF membutuhkan jumlah asisten sebanyak 35 baik dari IF maupun STI karena kelasnya cukup banyak. Karena Kelas K02 dari IF memiliki rata-rata nilai yang lebih tinggi dibandingkan kelas lain, mereka dipastikan mendapatkan asisten lebih dari 14 orang. Sama dengan kelas tersebut, Kelas K01 dari STI juga diberikan asisten lebih dari 7 orang karena rata-rata nilai yang juga cukup tinggi. Kelas K03 dari IF tidak memiliki jumlah mahasiswa yang cukup banyak sehingga diberi asisten lebih dari 2 dan kurang dari sama dengan 6. Berapakah jumlah kemungkinan kombinasi asisten yang mungkin untuk memenuhi kuota diatas jika disebar berdasarkan semua kelas? (20)
7. **(Bonus, tidak wajib)** Terdapat 7 kursi tersusun melingkar dan 7 mahasiswa yang masing-masing mengenakan kaos dengan warna berbeda. Dua mahasiswa yang mengenakan warna primer (merah, biru, kuning) tidak boleh duduk berdampingan. Berapa banyak susunan duduk yang mungkin? (5)

Total nilai: 100 + bonus 5 = 105

=====

Kerjakan mulai dari halaman dibalik ini, lalu pada kertas tambahan. Jika masih kurang, silakan pakai kertas sendiri