

Kuis ke-2 IF1220 Matematika Diskrit (3 SKS) – Induksi Matematika, Deretan, Rekursi, dan Relasi rekursif, Aljabar Boolean
Dosen: Rinaldi, Arrival Dwi Sentosa
Kamis, 10 April 2025
Waktu: 95 menit

1. Buktikan dengan induksi matematika bahwa untuk setiap bilangan bulat positif n , berlaku (15)

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

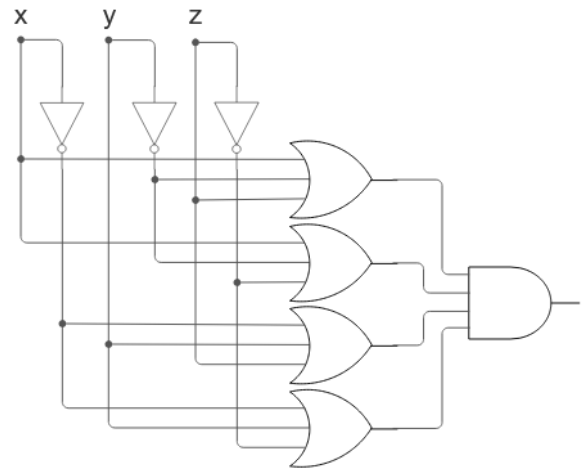
2. Untuk $n \geq 4$, buktikan dengan induksi matematika bahwa $n! > 2^n$ (10)

3. Diketahui $\sum_{i=1}^n i^3 = \left(\sum_{i=1}^n i\right)^2$. Hitung $(1 + 2 + 3 + \dots + 999 + 1000) - (1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 39^3 + 40^3)$ (10)

4. Lab Kuantum ITB sedang membangun jaringan komputer kuantum. Karena sifat keterikatan kuantum, setiap komputer baru yang ditambahkan ke jaringan harus membuat koneksi dengan komputer yang ada mengikuti aturan tertentu. Direktur Lab telah menentukan bahwa jumlah koneksi baru yang diperlukan saat menambahkan komputer ke- n ke jaringan mengikuti pola yang kompleks. Secara khusus, jumlah koneksi baru $C(n)$ yang diperlukan untuk komputer ke- n sama dengan tiga kali koneksi yang diperlukan untuk komputer ke- $(n-1)$ dikurangi dua kali koneksi yang diperlukan untuk komputer ke- $(n-2)$. Ketika komputer ke-2 ditambahkan, dibutuhkan 5 koneksi. Ketika komputer ke-3 ditambahkan, dibutuhkan 13 koneksi. Laboratorium perlu merencanakan sumber daya untuk memperluas jaringan. (15)

Pertanyaan:

- (a) Tuliskan relasi rekursif untuk $C(n)$, jumlah koneksi yang dibutuhkan untuk komputer ke- n .
(b) Selesaikan relasi rekursif ini untuk menemukan ekspresi persamaan matematika untuk $C(n)$.
(c) Sebuah lab memiliki cukup bahan untuk 100 koneksi. Berapa jumlah maksimum komputer yang dapat mereka tambahkan ke dalam jaringan yang lab tersebut miliki?
5. Seorang teman dari Teknik Elektro memberikan kalian sebuah rangkaian (gambar di bawah). Kalian diminta untuk menyederhanakan rangkaian ini untuk menghemat biaya yang diperlukan untuk membeli komponen rangkaian. Komponen yang tersedia hanya terdiri dari gerbang NOT, AND, dan OR.
(a) Ubahlah rangkaian di atas menjadi sebuah fungsi boolean.
(b) Buatlah *Truth Table* dan Peta Karnaugh dari persamaan tsb
(c) Tentukan fungsi boolean yang telah disederhanakan dalam bentuk baku SOP dan POS, serta gambarkan rangkaian logikanya.
(d) Jika harga sebuah gerbang NOT, AND, dan OR secara berurutan adalah Rp5000, Rp9000, dan Rp8000, tentukan fungsi penyederhanaan mana (SOP atau POS) yang memiliki total harga komponen yang paling ideal. (20)



6. Buktikan dua hukum penyerapan di bawah ini dengan menggunakan hukum-hukum aljabar boolean bahwa untuk sembarang elemen a dan b dari aljabar boolean, maka kesamaan berikut benar: (10)

- (a) $a + ab = a$
(b) $a(a + b) = a$

7. Sebuah perusahaan teknologi menggunakan sistem otomatis untuk mendeteksi potensi ancaman keamanan dalam jaringannya. Sistem ini dirancang untuk mencegah akses yang mencurigakan dan melindungi data sensitif dari potensi peretasan. Untuk melakukan deteksi dini, sistem memantau empat parameter utama:

- **Aktivitas Login Tidak Biasa (L)** → Terjadi jika ada upaya login dari perangkat atau lokasi yang tidak dikenal.

- **Percobaan Akses ke Data Sensitif (D)** → Terjadi jika pengguna mencoba mengakses informasi yang dilindungi tanpa izin yang sah.
- **Penggunaan VPN dari Lokasi Tidak Dikenal (V)** → Terjadi jika koneksi ke jaringan perusahaan menggunakan VPN yang tidak terverifikasi.
- **Trafik Data yang Tinggi Secara Mendadak (T)** → Terjadi jika ada lonjakan volume data yang dikirim atau diterima dalam waktu singkat.

Sistem akan mengaktifkan **mode keamanan tinggi**, yang berarti semua akses jaringan akan dibatasi dan administrator akan diberi peringatan, jika setidaknya salah satu dari kondisi berikut terpenuhi:

- a) Terjadi aktivitas login tidak biasa dan percobaan akses ke data sensitif, tetapi tanpa lonjakan trafik data.
- b) Terjadi aktivitas login tidak biasa dan penggunaan VPN dari lokasi tidak dikenal.
- c) Tidak ada percobaan akses ke data sensitif, tetapi penggunaan VPN dari lokasi tidak dikenal dan lonjakan trafik data terjadi.
- d) Tidak ada aktivitas login tidak biasa.

Buat **tabel kebenaran** untuk menentukan kapan mode keamanan tinggi diaktifkan dan sederhanakan ekspresi tersebut menggunakan **peta Karnaugh** untuk mendapatkan bentuk logika yang lebih optimal. (Urutan untuk Tabel Kebenaran adalah *L-D-V-T*). **(Bonus: Gambarkan rangkaian logika** berdasarkan ekspresi yang telah disederhanakan)

(20 + 5)

Total Nilai = 100 + bonus 5

=====

Kerjakan mulai dari halaman dibalik ini, lalu pada kertas tambahan. Jika masih kurang, silakan pakai kertas sendiri