

Bahan kuliah  
IF1220 Matematika Diskrit

# Himpunan

(Bag. 1 – Update 2025)

Oleh: Rinaldi Munir



**Program Studi Teknik Informatika**  
**STEI - ITB**

# Definisi Himpunan

- Himpunan (*set*) adalah sekumpulan objek yang tak-terurut dan *berbeda* satu sama lain.
- Objek di dalam himpunan disebut **elemen**, **unsur**, atau **anggota**.
- Contoh:
  - HMIF adalah sebuah himpunan mahasiswa, anggota di dalamnya adalah mahasiswa Prodi IF dan STI. Tiap mahasiswa di dalam HMIF berbeda satu sama lain.
  - Satu set komputer desktop terdiri dari CPU, monitor, dan keyboard



- Himpunan mahasiswa



- Satu set mainan huruf (huruf besar dan kecil)



- Perhatikan bedanya:  
 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow$  Himpunan (*set*)
  
- $\{1, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 5, 6\} \rightarrow$  Himpunan-ganda (*multi-set*)  $\rightarrow$  perluasan konsep *set*  
 $\rightarrow$  Ada elemen yang berulang (ganda)  
 $\rightarrow$  Dibahas dalam sub-bab tersendiri
  
- Urutan elemen di dalam himpunan tidak penting  
 $\{a, b, c, d\} = \{d, b, a, c\} = \{c, a, d, b\}$
  
- Perulangan elemen hanya dihitung satu kali, kecuali jika disebut sebagai *multiset*  
 $\{1, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 5, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
  
- Setiap elemen di dalam himpunan tidak harus berkorelasi satu sama lain, yang penting BERBEDA satu sama lain  
 $\{56, \text{Rp}3000, \text{Amir}, \text{cacing}, \text{Silver Queen}, -45^\circ \text{C}, \text{paku}\}$

# Cara Penyajian Himpunan

## 1. Enumerasi

Setiap anggota himpunan didaftarkan secara rinci. Himpunan ditulis dengan huruf kapital.

### Contoh 1.

- Himpunan lima bilangan asli pertama:  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .
- Himpunan lima huruf vocal:  $B = \{a, i, u, e, o\}$ .
- $C = \{\text{kucing}, a, \text{Amir}, 10, \text{paku}, \text{kaos jersey}\}$
- $R = \{1, 2, \{1, 2, 3\}, \{1, 3\}\}$
- $C = \{a, \{a\}, \{\{a\}\}\}$
- $K = \{\{\}\}$
- Himpunan bilangan bulat kurang dari 100:  $\{1, 2, \dots, 99\}$
- Himpunan bilangan bulat:  $\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ .

# Keanggotaan

$x \in A$  :  $x$  merupakan anggota himpunan  $A$ ;

$x \notin A$  :  $x$  bukan merupakan anggota himpunan  $A$ .

- **Contoh 2.** Misalkan:

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, R = \{a, b, \{a, b, c\}, \{a, c\}\}$$

$$K = \{\{\}\}$$

maka

$$3 \in A$$

$$\{a, b, c\} \in R$$

$$c \notin R$$

$$\{\} \in K$$

$$\{\} \notin R$$

**Contoh 3.** Jika  $P_1 = \{a, b\}$ ,  
 $P_2 = \{ \{a, b\} \}$ ,  
 $P_3 = \{ \{ \{a, b\} \}$ ,

maka

$$a \in P_1$$

$$a \notin P_2$$

$$P_1 \in P_2$$

$$P_1 \notin P_3$$

$$P_2 \in P_3$$

## 2. Simbol-simbol Baku

**N** = himpunan bilangan asli (natural) =  $\{ 1, 2, \dots \}$  \*)

**Z** = himpunan bilangan bulat =  $\{ \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \}$

**P** = **Z**<sup>+</sup> = himpunan bilangan bulat positif =  $\{1, 2, 3, \dots\}$

**Q** = himpunan bilangan rasional =  $\{p/q \mid p, q \in \mathbf{Z} \text{ dan } q \neq 0\}$

Contoh bilangan rasional:  $-3/4, -4/5, 2/3, 1/2$ , dst

**R** = himpunan bilangan riil

**R**<sup>+</sup> = himpunan bilangan riil positif

**C** = himpunan bilangan kompleks =  $\{a + bi \mid a, b \in \mathbf{R}\}$

Himpunan yang universal: **semesta pembicaraan**, disimbolkan dengan U atau S.

Contoh: Misalkan  $U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$  dan A adalah himpunan bagian dari U, dengan  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ .

\*) Sebagian literatur ada yang menyebutkan bilangan asli dimulai dari 0



- Di dalam bahasa pemrograman **tipe data** atau **type** mengacu pada nama sebuah himpunan beserta operasi yang dapat dilakukan pada objek di dalam himpunan tersebut.
- Sebagai contoh dalam Bahasa C:
  - tipe data `char` adalah himpunan bilangan bulat  $\{0, 1, 2, \dots, 255\}$
  - tipe data `int` adalah himpunan bilangan bulat
    - jika 2 byte:  $\{-32768, -32767, \dots, -1, 0, 1, \dots, 32767\}$
    - jika 4 byte: -2,147,483,648 sampai 2,147,483,647
  - tipe data `unsigned int`  $\{0, 1, 2, \dots, 65535\}$
- Operasi aritmetika yang dapat dilakukan pada tipe data di atas adalah `+`, `-`, `*`, `div`, `mod`

### 3. Notasi Pembentuk Himpunan (set builder)

- Notasi:  $\{ x \mid \text{syarat yang harus dipenuhi oleh } x \}$

#### Contoh 4.

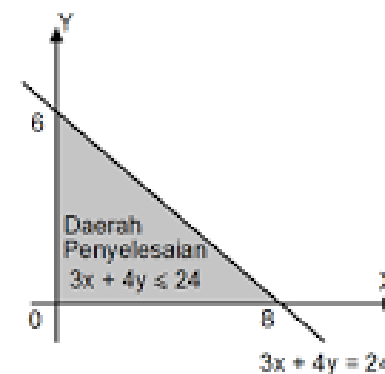
(i)  $A$  adalah himpunan bilangan bulat positif kecil dari 5 ditulis sebagai

$$A = \{ x \mid x \text{ adalah bilangan bulat positif lebih kecil dari } 5 \}$$

$$\text{atau } A = \{ x \mid x \in \mathbf{Z}^+, x < 5 \} = \{1, 2, 3, 4\}$$

(ii)  $M = \{ x \mid x \text{ adalah mahasiswa yang mengambil kuliah IF1220} \}$

(iii)  $P = \{ (x,y) \mid 3x + 4y \leq 24, x \geq 0, y \geq 0, x \text{ dan } y \in \mathbf{R} \}$

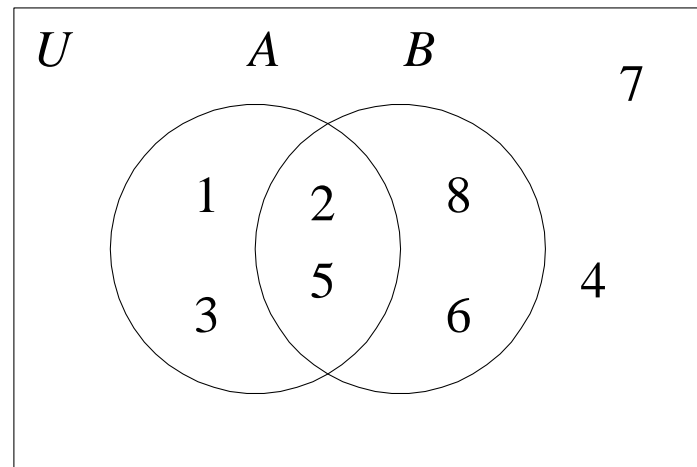


## 4. Diagram Venn

### Contoh 5.

Misalkan  $U = \{1, 2, \dots, 7, 8\}$ ,  $A = \{1, 2, 3, 5\}$  dan  $B = \{2, 5, 6, 8\}$ .

Diagram Venn:



# Kardinalitas

Jumlah elemen *berbeda* di dalam  $A$  disebut **kardinal** dari himpunan  $A$ .

Notasi:  $n(A)$  atau  $|A|$

## Contoh 6.

(i)  $B = \{ x \mid x \text{ merupakan bilangan prima lebih kecil dari } 20 \}$ ,

atau  $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$  maka  $|B| = n(B) = 8$

(ii)  $T = \{\text{kucing, } a, \text{ Amir, 10, paku, laptop}\}$ , maka  $|T| = 6$

(iii)  $M = \{a, b, a, a, b, b, c, c, d\}$ , maka  $|M| = 4$

(iv)  $A = \{2, \{2, 3\}, \{4\}, 6, \{\{7\}\}\}$ , maka  $|A| = 5$

(v)  $C = \{ x \mid x \text{ adalah akar riil dari } x^2 + 1 = 0 \}$ , maka  $|C| = 0$

(vi)  $D = \{ x \in \mathbf{N} \mid x < 5000 \}$ , maka  $|D| = 4999$

(vii)  $E = \{ x \in \mathbf{N} \mid x \geq 5000 \}$ , maka  $|E|$  tak berhingga

# Himpunan kosong (*null set*)

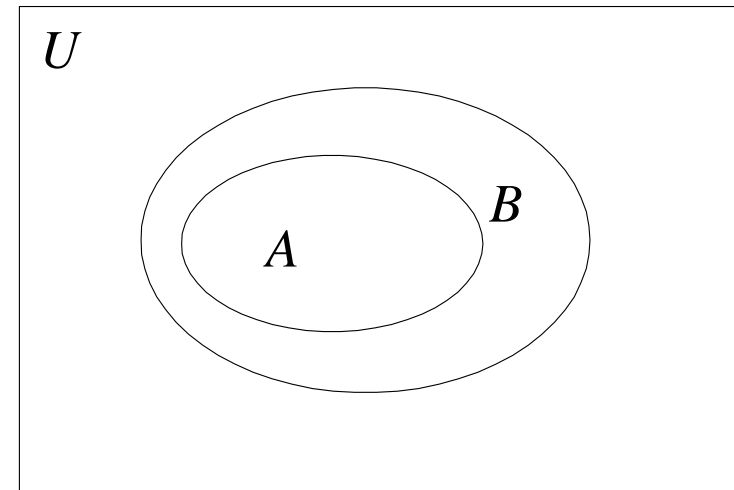
- Himpunan dengan kardinal = 0 disebut himpunan kosong (*null set*).
- Notasi :  $\emptyset$  atau  $\{\}$

## Contoh 7.

- (i)  $E = \{ x \mid x < x \}$ , maka  $n(E) = 0$
  - (ii)  $P = \{ \text{orang Indonesia yang pernah ke bulan} \}$ , maka  $n(P) = 0$
  - (iii)  $A = \{ x \mid x \text{ adalah akar riil persamaan kuadrat } x^2 + 1 = 0 \}$ ,  $n(A) = 0$
- himpunan  $\{\{\}\}$  dapat juga ditulis sebagai  $\{\emptyset\}$
  - himpunan  $\{\{\}, \{\{\}\}\}$  dapat juga ditulis sebagai  $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
  - $\{\emptyset\}$  bukan himpunan kosong karena ia memuat satu elemen yaitu  $\emptyset$ .

# Himpunan Bagian (*Subset*)

- Notasi:  $A \subseteq B$
- **Defenisi:** Himpunan  $A$  dikatakan himpunan bagian dari himpunan  $B$  jika dan hanya jika setiap elemen  $A$  merupakan elemen dari  $B$ .
- Secara formal:  $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x (x \in A \rightarrow x \in B)$
- $A$  adalah *subset* dari  $B$ .  
Dalam hal ini,  $B$  dikatakan *superset* dari  $A$ ,  
ditulis  $B \supseteq A$



## Contoh 8.

(i)  $\{1, 2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$

(ii)  $\{1, 2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3\}$

(iii)  $\mathbf{N} \subseteq \mathbf{Z} \subseteq \mathbf{R} \subseteq \mathbf{C}$

(iv) Jika  $A = \{ (x, y) \mid x + y < 4, x \geq 0, y \geq 0 \}$  dan  
 $B = \{ (x, y) \mid 2x + y < 4, x \geq 0 \text{ dan } y \geq 0 \}$ , maka  $B \subseteq A$ .

(v)  $A = \{3, 9\}$ ,  $B = \{5, 9, 1, 3\}$ ,  $A \subseteq B$  ? benar

(vi)  $A = \{3, 3, 3, 9\}$ ,  $B = \{5, 9, 1, 3\}$ ,  $A \subseteq B$  ? benar

(vii)  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$ ,  $A \subseteq B$  ? salah

- Perhatikan bahwa untuk sembarang himpunan tidak kosong  $A$  berlaku:

$$\emptyset \subseteq A$$

$$A \subseteq A$$

Jadi, setiap himpunan tidak kosong dijamin memiliki paling sedikit 2 buah himpunan bagian

- $\emptyset$  dan  $A$  disebut himpunan bagian tak-sebenarnya (*improper subset*) dari  $A$ .

Contoh:  $A = \{1, 2, 3\}$ , semua himpunan bagian dari  $A$  adalah

$$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$$

- $\{1, 2, 3\}$  dan  $\emptyset$  adalah *improper subset* dari  $A$ .
  - $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$  adalah *proper subset* dari  $A$
- $A$  dikatakan himpunan bagian sejati (*proper subset*) dari  $B$  jika:
    - (i) setiap elemen dari  $A$  juga elemen dari  $B$ , dan
    - (ii) sekurang-kurangnya ada satu elemen di  $B$  yang tidak ada di  $A$



- Perhatikan bahwa penulisan  $A \subseteq B$  berbeda dengan  $A \subset B$
- (i)  $A \subset B$  : digunakan untuk menekankan bahwa  $A$  adalah himpunan bagian dari  $B$  tetapi  $A \neq B$ .
- $A$  disebut himpunan bagian sejati (*proper subset*) dari  $B$ .
  - Contoh:  $\{1\}$  dan  $\{2, 3\}$  adalah *proper subset* dari  $\{1, 2, 3\}$   
Jadi,  $\{1\} \subset \{1, 2, 3\}$ ,  $\{2, 3\} \subset \{1, 2, 3\}$
- (ii)  $A \subseteq B$  : digunakan untuk menekankan bahwa  $A$  adalah himpunan bagian dari  $B$  yang memungkinkan  $A = B$ .
- Contoh:  $\{1, 2, 3\} \subseteq \{\text{himpunan bilangan asli} < 4\}$   
 $\{1, 2, 3\}$  adalah *improper subset* dari  $\{\text{himpunan bilangan asli} < 4\}$

# Latihan

Misalkan  $A = \{1, 2, 3\}$  dan  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Tentukan semua kemungkinan himpunan  $C$  sedemikian sehingga  $A \subset C$  dan  $C \subset B$ , yaitu  $A$  adalah *proper subset* dari  $C$  dan  $C$  adalah *proper subset* dari  $B$ .

Jawaban:

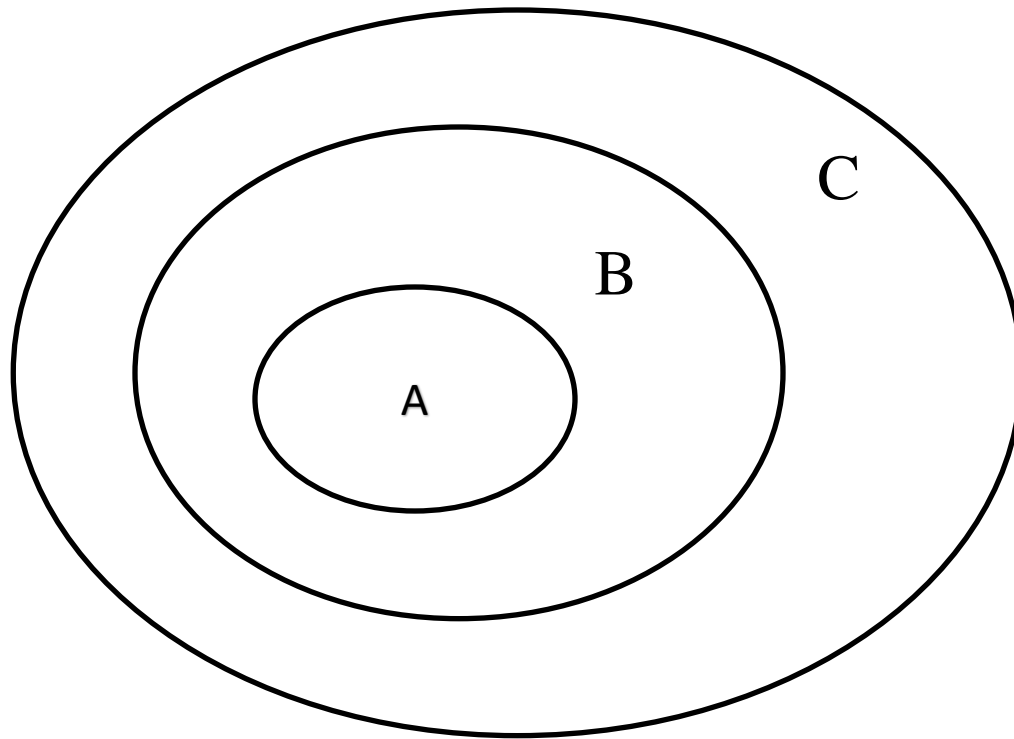
*Data:*  $A = \{1, 2, 3\}$  dan  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , lalu  $A \subset C$  dan  $C \subset B$

$C$  harus mengandung semua elemen  $A = \{1, 2, 3\}$  dan sekurang-kurangnya satu elemen dari  $B$ .

Dengan demikian,  $C = \{1, 2, 3, 4\}$  atau  $C = \{1, 2, 3, 5\}$ .

$C$  tidak boleh memuat 4 dan 5 sekaligus karena  $C$  adalah *proper subset* dari  $B$ .

- Jika  $A \subseteq B$  dan  $B \subseteq C$  maka  $A \subseteq C$



# Latihan

1. Misalkan  $A = \{5\}$  dan  $B = \{5, \{5\}\}$ .
  - (a) Apakah  $A \subseteq B$ ? Jelaskan!
  - (b) Apakah  $A \in B$ ? Jelaskan!
  - (c) Apakah  $A$  adalah himpunan bagian sebenarnya (*proper subset*) dari  $B$ ?
2. Tentukan apakah pernyataan di bawah ini benar atau salah:
  - (a)  $\{\emptyset\} \subseteq \{\emptyset\}$
  - (b)  $\emptyset \in \{\emptyset\}$
  - (c)  $\{\emptyset\} \in \{\emptyset\}$
  - (d)  $\{a, b\} \subseteq \{a, b, \{\{a, b\}\}\}$
  - (e) Jika  $A \subseteq B$  dan  $B \in C$ , maka  $A \in C$
  - (f) Jika  $A \in B$  dan  $B \subseteq C$ , maka  $A \in C$ .
  - (g) Jika  $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ , maka  $\emptyset \in 2^A$
  - (h) Jika  $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ , maka  $\{\{\emptyset\}\} \subseteq 2^A$

- i)  $\emptyset \subseteq \emptyset$
- j)  $\emptyset \in \emptyset$
- k)  $\{\emptyset\} \in \emptyset$
- l)  $\{a, b\} \subseteq \{a, b, c, \{\{a, b, c\}\}$
- m)  $\{a, b\} \in \{a, b, c, \{\{a, b, c\}$
- n)  $\{a, b\} \in \{a, b, \{\{a, b\}\}$
- o) jika  $A \in B$  dan  $B \subseteq C$ , maka  $A \subseteq C$
- p) jika  $A \subseteq B$  dan  $B \in C$ , maka  $A \subseteq C$
- q)  $x \in \{x\}$
- r)  $\{x\} \subseteq \{x\}$
- s)  $\{x\} \in \{x\}$
- t)  $\{x\} \in \{\{x\}\}$
- u)  $\emptyset \subseteq \{x\}$
- (v)  $\emptyset \in \{x\}$

3. Didefinisikan  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ , dan  $E$  sebagai berikut:

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{1, 2, \{2\}, \{\{4\}\}\},$$

$$C = \{1, \{1, 2\}, \{\{1, 2, 3\}\}\}, D = \{1, 2, 2, 1\}.$$

Untuk tiap  $W$ ,  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  yang didefinisikan di bawah ini, nyatakan apakah ia adalah elemen atau himpunan bagian dari tiap-tiap himpunan  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ .

$$W = \{1, 3, 5\}$$

$$X = \{1, 2, 3\}$$

$$Y = \{4\}$$

$$Z = \{2\}$$

# Himpunan yang Sama

- **Defenisi:**  $A = B$  jika dan hanya jika setiap elemen  $A$  merupakan elemen  $B$  dan sebaliknya setiap elemen  $B$  merupakan elemen  $A$ .
- $A = B$  jika  $A$  adalah himpunan bagian dari  $B$  dan  $B$  adalah himpunan bagian dari  $A$ . Jika tidak demikian, maka  $A \neq B$ .
- Notasi :  $A = B \leftrightarrow A \subseteq B$  dan  $B \subseteq A$



## Contoh 9.

(i) Jika  $A = \{ 0, 1 \}$  dan  $B = \{ x \mid x(x - 1) = 0 \}$ , maka  $A = B$

(ii) Jika  $A = \{ 3, 5, 8 \}$  dan  $B = \{ 5, 3, 8 \}$ , maka  $A = B$

(iii) Jika  $A = \{ 3, 5, 5, 5, 8, 8 \}$  dan  $B = \{ 5, 3, 8 \}$ , maka  $A = B$

(iv) Jika  $A = \{ 3, 5, 8, 5 \}$  dan  $B = \{ 3, 8 \}$ , maka  $A \neq B$

(iv)  $A = \{ \text{anjing, kucing, kuda} \}$ ,  $B = \{ \text{kucing, kuda, tupai, anjing} \}$ , maka  $A \neq B$

• Untuk tiga buah himpunan,  $A$ ,  $B$ , dan  $C$  berlaku aksioma berikut:

(a)  $A = A$ ,  $B = B$ , dan  $C = C$

(b) jika  $A = B$ , maka  $B = A$

(c) jika  $A = B$  dan  $B = C$ , maka  $A = C$

# Himpunan yang Ekuivalen

- **Defenisi:** Himpunan  $A$  dikatakan ekuivalen dengan himpunan  $B$  jika dan hanya jika kardinal dari kedua himpunan tersebut sama.
- Notasi :  $A \sim B \leftrightarrow |A| = |B|$

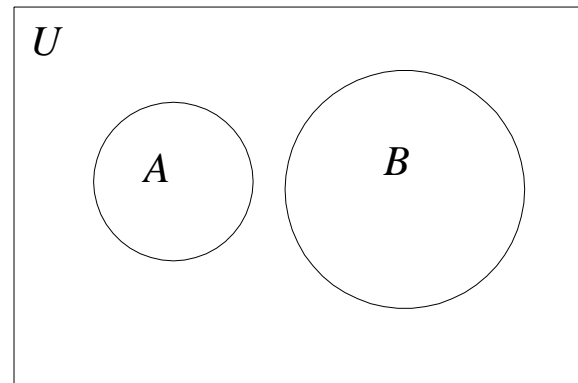
**Contoh 10.** Misalkan  $A = \{ 1, 3, 5, 7 \}$  dan  $B = \{ a, b, c, d \}$ , maka  $A \sim B$  sebab  $|A| = |B| = 4$

# Himpunan Saling Lepas

- **Defenisi:** Dua himpunan A dan B dikatakan saling lepas (*disjoint*) jika keduanya tidak memiliki elemen yang sama.

- Notasi :  $A // B$

- Diagram Venn:



**Contoh 11.** Jika  $A = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$  dan  $B = \{ 0, 2, 4, 6, 8, 10 \}$ , maka  $A // B$ .

# Himpunan Kuasa

- **Defenisi:** Himpunan kuasa (*power set*) dari himpunan  $A$  adalah himpunan yang elemennya adalah semua himpunan bagian dari  $A$ .
- Notasi:  $P(A)$  atau  $2^A$
- Jika  $|A| = m$ , maka  $|P(A)| = 2^m$ .

**Contoh 12.** Jika  $A = \{1, 2\}$ , maka  $P(A) = 2^A = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$ , dan  $|P(A)| = 2^2 = 4$

**Contoh 13.** Himpunan kuasa dari himpunan kosong adalah  $P(\emptyset) = \{\emptyset\}$ , dan himpunan kuasa dari himpunan  $\{\emptyset\}$  adalah  $P(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ .

Bersambung ke Bagian 2