

UAS IF2120 Matematika Diskrit (3 SKS)
Dosen: Nur Ulfa Maulidevi, Fariska Zakhralatifa Ruskanda, Rinaldi Munir, Monterico Adrian
Senin, 11 Desember 2023
Waktu: 150 menit (2,5 jam)

Berdoalah terlebih dahulu sebelum ujian dimulai

1. Sebuah peubah acak x adalah sebuah bilangan bulat positif yang merupakan faktor prima terbesar dari bilangan sisa pembagian 9^{51} dibagi dengan 53. Bilangan x digunakan sebagai umpan (*seed*) untuk pembangkit bilangan acak; dan x juga akan digunakan sebagai salah satu angka yang digunakan pada kode ISBN $947-2x09-97t$, dengan t adalah karakter ujinya.
 - (a) Tentukan semua faktor dari bilangan sisa pembagian 9^{51} dibagi dengan 53.
 - (b) Jika dibuat pembangkit bilangan acak yang berbasis kekongruenan linjar (*linear congruential generator* atau LCG) dengan formula: $X_n = (4X_{n-1} + b) \bmod m$; dengan umpan (*seed*) adalah bilangan x (lihat uraian soal di atas), nilai b adalah 11, dan m adalah 17; tentukan bilangan acak ke-2 (X_2) yang dihasilkan.
 - (c) Tuliskan kode ISBN $947-2x09-97t$ yang lengkap dengan angka (termasuk karakter ujinya), dengan bilangan x sesuai dengan uraian pada soal di atas.Catatan: jawaban harus dilengkapi dengan cara memperoleh setiap bilangan yang terlibat dalam penentuan jawaban. **(Nilai: 15)**

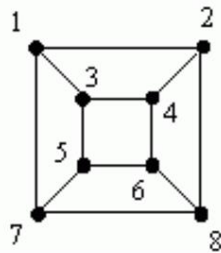
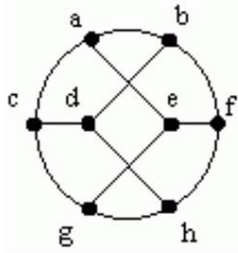
2. Terdapat sistem kekongruenan berikut ini: **(Nilai 10)**
$$x \equiv 5 \pmod{6}, x \equiv 3 \pmod{10}, x \equiv 8 \pmod{15}$$
 - (a) Apakah sistem kekongruenan tersebut dapat langsung diselesaikan dengan Chinese Remainder Theorem (CRT)? Jelaskan dengan singkat jawaban anda.
 - (b) Tentukan solusi dari sistem kekongruenan tersebut; jika menurut anda tidak ada solusinya cukup tuliskan "Tidak ada solusi".

3. Jabarkan $(4a - 2y)^4$ menggunakan teorema binomial. **(Nilai: 10)**

4. Suatu tim sepakbola memiliki 23 pemain dengan rincian 3 penjaga gawang, 7 pemain bertahan, 8 pemain tengah, dan 5 penyerang. **(Nilai: 15)**
 - (a) Tentukan berapa susunan pemain yang dapat dibuat jika 11 pemain yang dimainkan oleh tim tersebut memiliki formasi 3 pemain bertahan, 5 pemain tengah, dan 2 penyerang (plus 1 penjaga gawang)
 - (b) Jika selama pertandingan berlangsung dapat dilakukan pergantian pemain dengan pemain cadangan sebanyak 3 kali, tentukan banyak kemungkinan pertukaran pemain yang dapat dilakukan dengan aturan:
 - i. pemain yang sudah diganti tidak dapat bermain kembali
 - ii. pemain manapun dalam tim yang bermain dapat digantikan oleh pemain manapun dalam tim cadangan walaupun berbeda posisinya
 - iii. pemain cadangan yang sudah masuk menggantikan diasumsikan tidak akan diganti dengan pemain cadangan yang lain

5. Perhatikan kedua graf berikut.

(Nilai: 10)



- Apakah kedua graf di atas isomorfik? Jelaskan alasannya.
- Manakah di antara kedua graf tersebut yang merupakan graf Euler, semi-Euler, Hamilton, atau semi-Hamilton? Sebutkan alasannya.

6. Prodi Teknik Informatika akan mengadakan UAS untuk 8 mata kuliah tingkat 2 dan 3. Berhubung keterbatasan waktu, semua ujian tersebut harus dilaksanakan dalam 1 hari yang sama. 1 hari dapat terdiri atas beberapa sesi ujian. Aturan penjadwalan ujian yang harus dipenuhi adalah mata kuliah wajib tingkat 2 tidak boleh saling bentrok, begitu juga mata kuliah wajib tingkat 3. Berikut adalah mata kuliah wajib tingkat 2: IF2120, IF2121, IF2122, dan tingkat 3: IF3111, IF3130, IF3131. Kemudian, ada beberapa mahasiswa tingkat 3 yang mengulang mata kuliah tingkat 2, sehingga jadwal ujiannya tidak boleh bentrok. Ditambah lagi, juga ada beberapa mahasiswa tingkat 2 yang mengambil mata kuliah tingkat 3. Berikut data mata kuliah yang tidak boleh berbarengan karena alasan tersebut.

- IF3130 tidak dapat berbarengan dengan MK IF2120, IF2122
- IF3131 tidak dapat berbarengan dengan MK IF2120, IF2121
- IF2120 tidak dapat berbarengan dengan MK IF3130, IF3131, IF3112
- IF3111 tidak dapat berbarengan dengan MK IF2121, IF2122
- IF2121 tidak dapat berbarengan dengan MK IF3131, IF3111, IF3112, IF3170
- IF3112 tidak dapat berbarengan dengan MK IF2120, IF2121, IF3170
- IF2122 tidak dapat berbarengan dengan MK IF3130, IF3111, IF3170
- IF3170 tidak dapat berbarengan dengan MK IF2121, IF3112, IF2122

- Gambarkan graf yang merepresentasikan penjadwalan sesi ujian di atas, jelaskan apa arti dari simpul dan sisinya.
- Berapa minimal jumlah sesi ujian yang diperlukan untuk mengadakan ujian dalam 1 hari tersebut? Tuliskan mata kuliah apa saja dalam setiap sesi ujian.

(Nilai: 15)

7. Kode Huffman adalah contoh sebuah kode prefix. Diketahui hasil pengkodean Huffman sebuah pesan sebagai berikut:

T = 00, S = 010, U = 011, K = 100, I = 101, R = 110, D = 1110, spasi = 1111

- Bangunlah pohon Huffman yang bersesuaian dengan kode tersebut
- Lakukan decoding pada pesan dalam bentuk kode Huffman sebagai berikut:
0100011001110000011110111111010101010011010100
- Berapa nisbah (ratio) pemampatan yang dihasilkan jika dibandingkan dengan penkodean tetap (fixed code), setiap karakter = 8 bit?

(Nilai: 15)

8. (a) Tentukan kompleksitas waktu $T(n)$ dari algoritma di bawah ini dari banyaknya operasi penjumlahan (+) dan perkalian (*), lalu nyatakan $T(n)$ dalam notasi O-besar, Omega-Besar, dan Theta-besar

```

for  $i \leftarrow 1$  to  $n$  do
   $j \leftarrow n$ 
   $temp \leftarrow 0$ 
  while ( $i \leq j$ ) do
    for  $k \leftarrow 1$  to  $n$  do
       $temp \leftarrow temp + A[i] * B[j][k]$ 
    end for
     $j \leftarrow j - 1$ 
     $res[i] \leftarrow temp$ 
  end while
end for

```

- (b) Diberikan waktu proses $T(n)$ beberapa algoritma untuk menyelesaikan sebuah masalah dengan algoritma tertentu. Tambahkan baris ke-6 dengan $T(n)$ dari jawaban (a) di atas, lalu tentukan notasi Big-O untuk nomor 1 sampai 6 (tuliskan ulang tabel pada lembar jawaban dan isi kolom sebelah kanan). Selanjutnya urutkan kompleksitas waktu algoritma berdasarkan waktu yang tercepat hingga terlambat berdasarkan notasi Big-O tersebut.

	$T(n)$	$O(f(n))$
1	$(n^2 + 8)(n + 1)$	
2	$(n \log n + n^2)(n^3 + 2)$	
3	$(n! + 2^n)(n^3 + \log(n^2 + 1))$	
4	$n \log(n^2 + 1) + n^2 \log n$	
5	$(n \log n + 1)^2 + (\log n + 1)(n^2 + 1)$	

(Nilai: 10)

9. Apa perkiraan nilai untuk mata kuliah ini (A/AB/B/BC/C/D/E)?

(Nilai: 2)