Analisis Batas Maksimum Aliran Kerumunan dengan Konsep Maximum Flow

Rayendra Althaf Taraka Noor - 13522107[1]
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
[1]*13522107@std.stei.itb.ac.id*

***Abstrak*— Dengan berkembangnya jumlah penduduk dan kompleksitas pola kerumunan di berbagai lokasi, seperti jalan raya, tempat perbelanjaan, dan tempat wisata, pemahaman yang mendalam tentang aliran kerumunan menjadi sesuatu yang krusial. Konsep Maximum Flow, yang umumnya diterapkan dalam konteks jaringan aliran dapat digunakan untuk memodelkan dan menganalisis batas maksimum aliran kerumunan. Makalah ini mengeksplorasi aplikasi metode Ford-Fulkerson dengan modifikasi Edmonds-Karp untuk menganalisa batas maksimum aliran kerumunan pada titik kritis tertentu. Penggunaan konsep ini diharapkan memberikan pandangan baru dalam pengelolaan kerumunan, khususnya dalam mengidentifikasi dan mengatasi potensi kepadatan berlebih serta memaksimalkan efisiensi waktu dan ruang.**

***Kata Kunci*—Aliran Kerumunan, Breadth-First Search, Graf, Maximum Flow.**

I. PENDAHULUAN

Seiring dengan berkembangnya zaman, jumlah penduduk di sebuah daerah juga semakin meningkat. Akibatnya terjadi kepadatan di berbagai lokasi, seperti jalan raya, tempat perbelanjaan, tempat wisata, dan berbagai area umum lainnya. Fenomena ini memberikan tantangan untuk kita agar dibentuk tata kelola kerumunan di tempat-tempat yang berpotensi menimbulkan keramaian.

Salah satu dampak kerumunan yang bisa ditemukan di sekitar kita adalah menumpuknya kepadatan di titik kerumunan paling terakhir. Sebagai contoh kita bisa melihat kemacetan di dekat gerbang tol, padatnya antrian pada tempat perbelanjaan dan kepadatan pengunjung pada pintu keluar tempat wisata. Salah satu alasan terjadinya peristiwa diatas adalah kurangnya pengelolaan kerumunan. Peristiwa-peristiwa seperti diatas akan akan menyebabkan buruknya tingkat efisiensi waktu serta memberikan pengalaman yang kurang baik bagi para penggunanya.

Dalam konteks ini, pengamatan aliran maksimum kerumunan menjadi cukup relevan. Pengembangan konsep ini dapat memberikan gambaran yang lebih detail tentang potensi aliran kerumunan manusia dan membuka peluang bagi kita untuk meningkatkan pengelolaan kepadatan. Dengan memahami batas maksimum aliran kerumunan, kita dapat mengidentifikasi titik-titik kritis di suatu area dan merancang solusi yang cocok untuk menghindari permasalahan seperti kemacetan, waktu tunggu yang lama, dan penumpukan di tempat-tempat tertentu.

Melalui makalah ini, diharapkan kita dapat meningkatkan kualitas kita dalam perancangan tata kelola ruang publik yang sesuai dengan perkembangan populasi masyarakat. Analisis ini ditujukan untuk tercapainya pengalaman area umum yang lebih nyaman dan meningkatnya efisiensi penggunaan ruang publik sehingga siap menghadapi kepadatan populasi pada waktu mendatang.

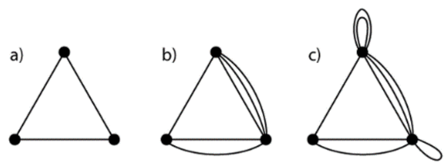
II. LANDASAN TEORI

A. Teori Graf

Graf merupakan sebuah diagram yang dibuat untuk menunjukkan objek diskrit dan relasi di antara mereka. Graf didefinisikan dalam bentuk dua tuple, G = (V,E), dimana V merupakan himpunan tidak kosong dari kumpulan simpul sebagai representasi dari objek diskrit dan E himpunan sisi yang menggambarkan relasi antar objek di V.

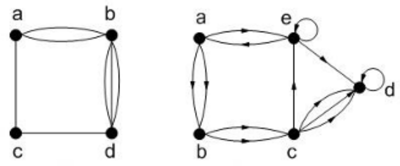
A.1. Jenis-Jenis Graf

Graf dapat dibedakan menjadi beberapa jenis. Berdasarkan ada atau tidaknya sisi ganda dan gelang, graf dikelompokkan menjadi 2 jenis, yaitu graf sederhana dan graf tidak sederhana. Graf sederhana merupakan graf yang tidak memiliki sisi ganda maupun gelang. Sebaliknya graf tidak sederhana adalah graf yang memiliki sisi ganda dan atau gelang. Graf tidak sederhana sendiri dibagi lagi menjadi dua jenis, yakni graf ganda yang memiliki hanya sisi ganda dan graf semu yang memiliki gelang.



Gambar 2.1. Ilustrasi Graf sederhana (a), Graf ganda (b), dan Graf semu (c)
Sumber:https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2023-2024/19-Graf-Bagian1-2023.pdf

Pengolompokkan jenis graf lainnya dilakukan berdasarkan orientasi arah pada *edge* atau sisi sehingga graf dibagi menjadi 2 jenis. Jenis pertama adalah graf yang sisinya tidak memiliki arah, graf ini biasa disebut graf tak berarah atau *undirected graph.* Di sisi lain, jenis kedua adalah graf yang sisi-sisinya memiliki arah, graf seperti ini biasa disebut graf berarah atau *directed graph.*

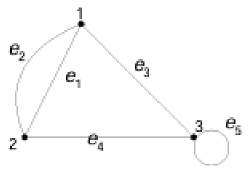


Gambar 2.2. Ilustrasi Graf tak berarah (a) dan Graf berarah (b)
Sumber:https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2023-2024/19-Graf-Bagian1-2023.pdf

A.2. Terminologi dalam Graf

Untuk memperjelas dan memperkuat pemahaman tentang komponen-komponen dan sifat-sifat dalam graf, berikut beberapa istilah yang digunakan dalam graf:

1. Ketetanggaan (*Adjacent*)
   Dua buah simpul dikatakan tetangga apabila keduanya dihubungkan langsung oleh sebuah sisi.
2. Bersisian (*Incident*)
   Semua sisi bersisian dengan dua buah simpul (mungkin sama). Sebuah sisi dikatakan bersisian dengan simpul Vi, jika ia menghubungkan langsung sisi tersebut.

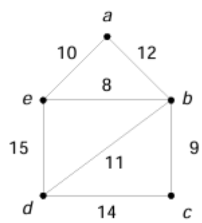


Gambar 2.3. Ilustrasi Sisi dalam Graf
Pada gambar ini sisi e_1 bersisian dengan v_1 dan v_2
Sumber:https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2023-2024/19-Graf-Bagian1-2023.pdf

3. Simpul Terpencil (*Isolated Vertex*)
   Sebuah simpul disebut simpul terpencil bila tidak ada sisi yang bersisian dengannya.
4. Graf Kosong (*Null Graph*)
   Graf kosong adalah graf yang himpunan sisinya adalah himpunan kosong
5. Derajat (Degree)
   Derajat sebuah simpul adalah jumlah sisi yang bersisian dengannya.
6. Lintasan (*Path*)
   Suatu lintasan dengan panjang n dari simpul awal v_0 ke simpul tujuan v_n dalam graf G dapat dijelaskan sebagai rangkaian simpul-simpul dan sisi-sisi yang secara bergantian terbentuk sebagai v_0, e_1, v_1, e_2, v_2,... , v_{n-1}, e_n, v_n. Dalam konteks ini, setiap sisi $e_1 = (v_0, v_1)$, e2 = (v_1, v_2), ... , $e_n = (v_{n-1}, v_n)$ merupakan sisi-sisi yang terdapat dalam graf G.
7. Keterhubungan (*Connected*)
   Dua buah simpul v_1 dan v_2 dikatakan terhubung jika terdapat lintasan dari v_1 ke v_2 dalam G.
8. Upagraf (Subgraph)
   Ambil contoh graf G = (V, E). Jika G1 = (V1, E1) merupakan upagraf dari G, maka V1 merupakan himpunan simpul yang merupakan subhimpunan dari V dan E1 adalah subhimpunan dari E.
9. Graf Komplementer
   Graf komplementer terhadap G1 dalam graf G adalah G2 = (V2, E2), di mana E2 terdiri dari sisi-sisi yang ada di E namun tidak termasuk di E1, dan V2 adalah himpunan simpul yang terdiri dari simpul-simpul yang bersisian dengan sisi-sisi di E2.
10. Upagraf Merentang (Spanning Subgraph)
    Sebuah Upagraf G1 = (V1, E1) dari G = (V, E) dikatakan upagraf rentang jika V1 = V (semua simpul di graf G terdapat di G1).
11. Cut-Set
    Cut-set dari graf G adalah himpunan sisi yang bila dihilangkan membuat graf G menjadi Graf tak terhubung.

Gambar 2.4. Ilustrasi Cut-Set dalam Graf
Pada gambar ini terdapat Graf G dan digambar setelah penghapusan sisi Cut-Set {(1,2), (1,5), (3,5), (3,4)}
Sumber:https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2023-2024/19-Graf-Bagian1-2023.pdf

12. Graf Berbobot (*Weighted Graph*)
    Sebuah graf berbobot sisi-sisinya memiliki nilai atau bobot.



Gambar 2.5. Ilustrasi Graf Berbobot
Sumber:https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2023-2024/19-Graf-Bagian1-2023.pdf

B. Breadth-First Search (BFS)

Breadth-First Search adalah algoritma pencarian yang digunakan untuk menjelajahi atau mencari jalur terpendek dari satu simpul ke suatu simpul lain dalam suatu graf. Pencariannya terurut dari dari yang terdekat dari sumber pencarian. Untuk merealisasikannya akan digunakan suatu *queue* untuk menyimpan urutan node yang dikunjungi.

Lebih detailnya langkah-langkah dari BFS adalah sebagai berikut:

1. Inisialisasi
   Siapkan sebuah queue kosong dan tandai semua node dengan “belum dikunjungi”.
2. Pengambilan titik awal
   Pada langkah ini akan dipilih simpul awal dan tandai simpul tersebut “sudah dikunjungi.” lalu masukkan simpul awal ke dalam antrian.

3. Eksplorasi Berlapis
   Ambil simpul dari depan antrian. Ambil tetangga dari simpul tersebut yang belum ditandai “telah dikunjungi”, lalu tandai mereka dengan “telah dikunjungi” dan masukkan ke dalam antrian.
4. Perulangan
   Ulangi langkah 3 hingga *queue* kosong atau tujuan tercapai

Dari segi kompleksitas algoritma *Breadth-First Search* memiliki kompleksitas waktu O(V+E) atau O(max(V,E)) dimana V adalah jumlah simpul dan E adalah jumlah sisi.

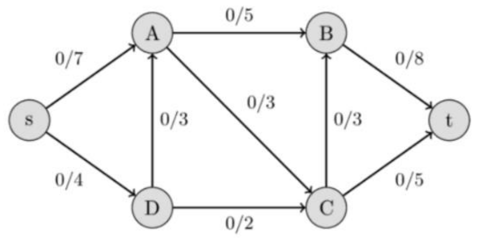
C. Maximum Flow

Dalam maksimum flow pertama didefinisikan *network* yang merupakan sebuah graf berarah G yang setiap sisinya memiliki kapasitas c_i. Lalu didalamnya dipilih dua buah simpul yang akan menjadi sumber (*source*) dan simpul *sink*.

Didefinisikan juga *flow* yang merupakan besarnya sebuah nilai pada sebuah edge dan *flow* pada e_i tidak melebihi c_i dan tidak bernilai negatif. Jumlah *flow* masuk juga tidak melebihi *flow* keluar.

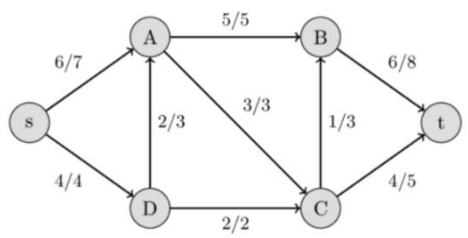
Untuk memudahkan pemahaman tentang konsep ini, kita bisa menggunakan analogi sebuah aliran air yang dihubungkan oleh kumpulan pipa air. Kapasitas sebuah pipa adalah batas maksimal aliran air di dalamnya. Lalu dalam aliran tersebut ada sebuah titik yang merupakan sumber air dan ada titik tujuan. Konsep yang akan dibahas pada maksimum flow adalah berapa kemungkinan aliran maksimum yang bisa ada di titik tujuan dengan pipa-pipa yang ada.

Sebagai contoh dibuat graf berbobot sebagai berikut.



Gambar 2.6. Ilustrasi Maximum Flow
Sumber: https://cp-algorithms.com/graph/edmonds_karp.html

Simpul s menandakan source dan t merupakan titik akhir. Angka pada di sisi menunjukkan kapasitasnya. Setelah dilakukan perhitungan didapat *maximum flow*-nya bernilai 10 dengan ilustrasi sebagai berikut.

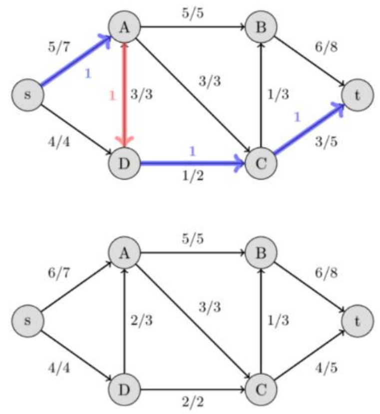


Gambar 2.7. Ilustrasi Hasil Maximum Flow
Sumber: https://cp-algorithms.com/graph/edmonds_karp.html

Untuk mendapatkan nilai *maximum flow* ada beberapa pendekatan yang bisa kita lakukan, diantaranya Ford-Fulkerson *Metrhod* dan Edmonds-Karp *algorithm.*

Metode Ford-Fulkerson adalah algoritma yang digunakan untuk mencari aliran maksimum dalam jaringan aliran. Metode ini bekerja dengan menemukan jalur dari simpul sumber s ke simpul tujuan t, dan melakukannya lagi satu per satu hingga tidak ditemukan lagi jalur dari s sampai t. Proses ini diulangi hingga tidak ada jalur meningkat yang dapat ditemukan lagi, menandakan bahwa aliran maksimum telah dicapai.

Salah satu konsep penting yang perlu diperhatikan disini adalah adanya kapasitas residu suatu sisi yang merupakan kapasitas asli dikurangi dengan aliran yang telah melewati sisi tersebut. Jika terdapat aliran pada sisi (u,v), maka sisi terbaliknya memiliki kapasitas 0, dan aliran dapat didefinisikan sebagai f((v,u))=−f((u,v)). Konsep ini penting jika kita ingin mengetahui *maximum flow* kita bisa seakan-akan mengubah aliran sebelumnya dan mengarahkannya ke jalur lain lalu aliran yang sekarang dihitung menggunakan jalur yang digunakan oleh aliran sebelumnya. Untuk memberi penggambaran yang lebih jelas berikut ilustrasinya.



Gambar 2.8. Ilustrasi Kasus Penggunaan Kapasitas Residu
Gambar atas menunjukkan operasi pengambilan jalan dan gambar bawah menggambarkan kondisi setelah pengambilan jalan
Sumber: https://cp-algorithms.com/graph/edmonds_karp.html

Implementasi Metode Ford-Fulkerson dapat menggunakan BFS maupun DFS dan keduanya memiliki kompleksitas waktu sebesar O(EF) dimana E adalah jumlah edge dan F adalah hasil nilai *maximum flow* yang didapat.

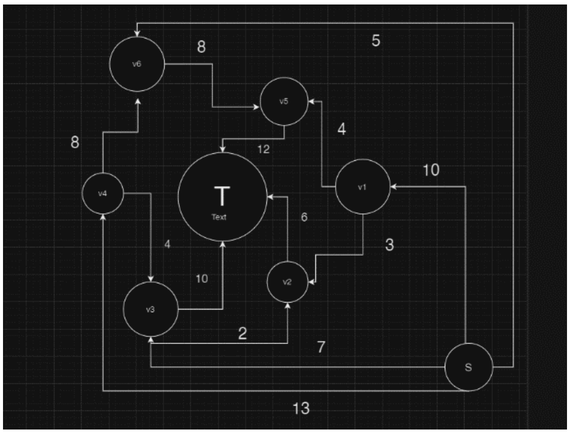
Berbeda dengan Metode Ford-Fulkerson, Algoritma Edmonds-Karp hanya bisa menggunakan BFS. Ide utamanya cukup mirip dengan Ford-Fuljkerson namun di algoritma ini dilakukan BFS sesuai dengan batas maksimal dari titik awal lalu selanjutnya mengikuti kapasitas yang tersedia dari setiap pipa. Kemudian ketika sudah ditemukan satu yang mencapai titik akhir, nilai kapasitas sisi dan kapasitas residu akan diperbarui dan BFS diulang. Dari segi kompleksitas, algoritma ini memiliki kompleksitas waktu sebesar O(VE^2).

III. PERHITUNGAN

A. Pengukuran Aliran Maksimum ke Stadion

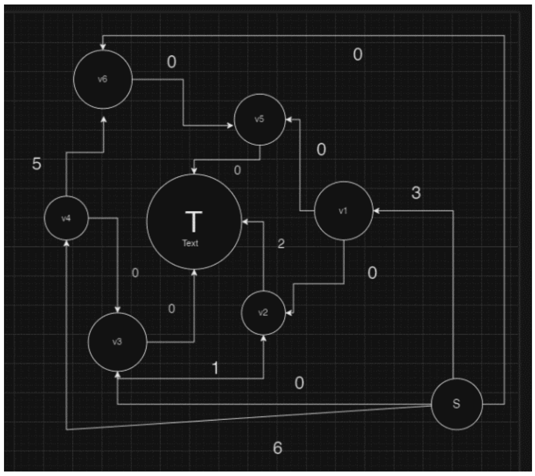
Pada bagian ini akan dimisalkan ada sebuah acara di stadion dan setiap orang yang masuk harus didata sehingga perlu dihitung berapa banyak jumlah orang yang akan masuk dalam satu waktu. Untuk memperhitungkan sebuah kasus perlu ditentukan terlebih dahulu representasi informasi yang tersedia akan diletakkan dalam bentuk data seperti apa. Pada kasus ini akan digunakan simpul dan sisi sebagai berikut:

1. Simpul
   - S
     sebagai sumber keramaian.
   - v1,v2,v3,v4,v5,v6
     sebagai simpul-simpul di dalam lorong atau area kerumunan.
   - T
     sebagai pintu masuk stadion.
2. Sisi
   Setiap sisi menghubungkan simpul dengan kapasitas yang mencerminkan seberapa banyak orang dapat melewati jalur tersebut per satuan waktu.



Gambar 3.1. Ilustrasi Kondisi Awal Graf Kasus Pertama

Data kemuadian diolah dilakukan langkah inisialisasi diiringi dengan sebagaimana pada BFS dengan menyesuaikan dengan konsep Edmonds-Karp. Untuk percobaan ini didapat nilai *maximum flow* sebesar 26 dengan salah satu kemungkinan kondisi akhir graf sebagai berikut (sisa kapasitas).

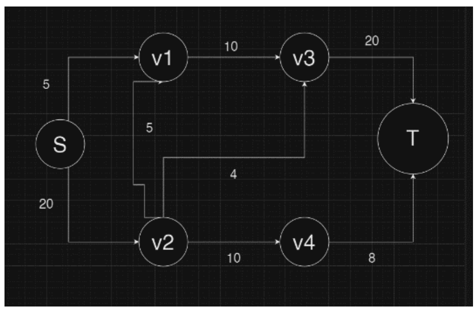


Gambar 3.2. Ilustrasi Kondisi Akhir Graf Kasus Pertama

B. Pengukuran Aliran Maksimum ke Gerbang Tol

Pada bagian ini akan dimisalkan ada sebuah aliran lalu lintas di jalan dan setiap kendaraan yang ingin keluar harus melewati gerbang tol dan melakukan transaksi sehingga perlu dihitung berapa banyak jumlah mobil yang akan melewatin gerbang tol dalam satu waktu. Sebagaimana pada kasus sebelumnya Untuk memperhitungkan sebuah kasus perlu ditentukan terlebih dahulu representasi informasi yang tersedia akan diletakkan dalam bentuk data seperti apa. Pada kasus ini akan digunakan simpul dan sisi sebagai berikut:

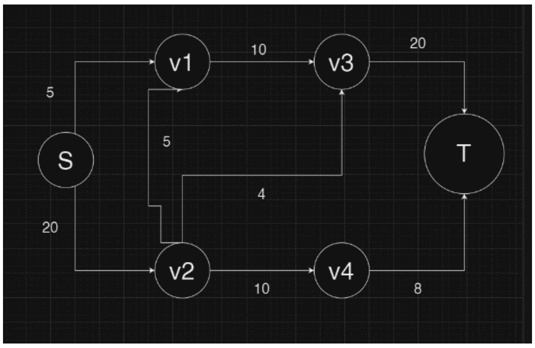
3. Simpul
   - S
     sebagai sumber keramaian (berbagai gerbang masuk tol).
   - v1,v2,v3,v4
     sebagai simpul-simpul pertemuan jalan.
   - T
     sebagai gerbang tol.
4. Sisi
   Setiap sisi menghubungkan simpul dengan kapasitas yang mencerminkan seberapa banyak kendaraan dapat melewati jalur tersebut per satuan waktu.



Gambar 3.3. Ilustrasi Kondisi Awal Graf Kasus Kedua

A. Pengukuran Aliran Maksimum ke Stadion

Data kemuadian diolah dilakukan langkah inisialisasi diiringi dengan sebagaimana pada BFS dengan menyesuaikan dengan konsep Edmonds-Karp. Untuk percobaan ini didapat nilai *maximum flow* sebesar 22 dengan salah satu kemungkinan kondisi akhir graf sebagai berikut (sisa kapasitas).



Gambar 3.4. Ilustrasi Kondisi Akhir Graf Kasus Kedua

IV. KESIMPULAN

Makalah ini mengajukan penerapan konsep *Maximum Flow* dalam menganalisis aliran kerumunan, mengungkapkan potensi besar pengolahan data dalam mengatasi tantangan kepadatan manusia di berbagai lokasi publik. Dengan menggunakan metode Edmonds-Karp, kami menemukan bahwa pendekatan ini efektif dalam mengoptimalkan aliran, menjadikannya alat yang berguna dalam pengelolaan kerumunan. Hasil analisis menyoroti kemampuan metode ini untuk mengidentifikasi dan mengatasi potensi kepadatan dan memberikan pijakan awal menuju solusi yang lebih efisien dalam penanganan keramaian. Kesimpulan ini menekankan relevansi konsep *Maximum Flow* dalam konteks kerumunan modern, memberikan kontribusi untuk meningkatkan pengalaman dan kenyamanan di area publik.

V. SARAN

Untuk penelitian berikutnya, telah diperhatikan bahwa pada aliran kerumunan manusia, debit aliran manusia bersifat sangat variatif. Banyak faktor yang dapat memengaruhi kerumunan. Hal ini bisa dijadikan salah satu bagian yang diperhatikan dengan membuat perhitungan untuk berbagai macam kasus yang spesifik. Selain itu, terdapat banyak hal yang bisa diperhatikan dari tata kelola kerumunan diluar titik kritis terkumpulnya kerumunan.

VI. UCAPAN TERIMA KASIH

Segala puji dan syukur penulis panjatkan kepada kehadirat Tuhan Yang Maha Esa. Karena berkat, rahmat dan karunia-Nya lah penulis dapat menyelesaikan makalah dengan judul "Analisis Batas Maksimum Aliran Kerumunan dengan Konsep Maximum Flow". Penulis juga ingin mengucapkan rasa terima kasih kepada pengajar mata kuliah Matematika Diskrit saya Ibu Fariska Zakhralativa Ruskanda S.T.,M.T. yang telah mengajarkan saya dalam mata kuliah ini selama satu semester. Ucapan terima kasih juga penulis sampaikan ke semua pihak yang telah menunjang dalam kelancaran mata kuliah dan makalah ini.

REFERENSI

[1] https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2023-2024/19-Graf-Bagian1-2023.pdf diakses pada 11 Desember 2023
[2] https://cp-algorithms.com/graph/edmonds_karp.html diakses pada 11 Desember 2023
[3] https://www.geeksforgeeks.org/breadth-first-search-or-bfs-for-a-graph/ diakses pada 11 Desember 2023

TAUTAN KODE

https://github.com/RayNoor0/kodemakalahmatdis

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 11 Desember 2023

Rayendra Althaf Taraka Noor, 13522107