

# Pemanfaatan Kombinatorial Dalam Strategi *Card Counting* Pada Permainan *Blackjack*

Tobias Natalio Sianipar – 13521090<sup>1</sup>

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

<sup>1</sup>13521090@std.stei.itb.ac.id

**Abstract**—Matematika diskrit (*discrete mathematics*) merupakan cabang matematika yang membahas dan/atau melakukan operasi matematik terhadap objek-objek diskrit. Kombinatorial merupakan salah satu teori dalam matematika diskrit. Kombinasi merupakan bahasan yang dibahas dalam teori Kombinatorial. Kombinasi adalah bentuk khusus dari permutasi yang menghitung banyak cara suatu objek diskret disusun tanpa memperhatikan urutan susunan objek tersebut. Salah satu implementasi dari kombinasi adalah strategi *card counting* pada permainan *blackjack*. *Blackjack* adalah permainan kartu yang dimenangkan oleh pemain dengan nilai total kartu terdekat dengan angka 21 dan/atau lebih tinggi dari nilai kartu *dealer*. *Card counting* merupakan strategi permainan *blackjack* yang bertujuan untuk menghitung peluang kemunculan kartu kemenangan ditengah keberlangsungan permainan. *High-Low* merupakan salah satu strategi *card counting* yang ada sampai pada saat ini.

**Keywords**—Matematika Diskrit, Kombinatorial, Kombinasi, Permutasi, *Card Counting*, *Blackjack*, Peluang, *High-Low*.

## I. PENDAHULUAN

Matematika diskrit merupakan salah satu turunan dari matematika dasar yang membahas dan melakukan operasi matematik terhadap objek-objek atau elemen yang bersifat diskrit. Diskrit merupakan sebutan dari elemen yang bersifat independen atau tidak memiliki keterhubungan dengan elemen lainnya. Matematika diskrit telah dimanfaatkan sebagai dasar sistem komputer sampai pada saat ini. Matematika diskrit juga memberi dasar perhitungan matematis dalam segala aspek di bidang informatika.

Salah satu bidang yang dibahas dalam matematika diskrit adalah kombinatorial. Kombinatorial merupakan ilmu perhitungan (*counting*) jumlah penyusunan objek-objek atau elemen dalam suatu semesta tanpa mengenumerasikan kemungkinan-kemungkinan pada urutan penyusunannya. Kombinasi adalah bentuk khusus dari teori permutasi yang menghitung jumlah kemunculan suatu susunan objek atau elemen tanpa mementingkan urutan susunan objek-objek tersebut.

Teori Permutasi adalah teori yang digunakan untuk menghitung jumlah urutan berbeda dari suatu pengaturan susunan objek-objek atau elemen dalam lingkup semesta tertentu. Teori permutasi merupakan teori dasar yang memanfaatkan sifat-sifat bilangan faktorial untuk menghitung jumlah cara penempatan suatu objek dalam semesta tertentu

pada posisi-posisi susunan dalam masalah yang sedang di telaah.

Teori peluang merupakan teori yang pada awalnya dilakukan oleh matematikawan dan fisikawan Italia yang bernama Girolamo Cardano. Teori peluang menghitung besarnya kemungkinan suatu *subset* kejadian terjadi terhadap suatu semesta kejadian tertentu. Salah satu kejadian yang dapat dihitung oleh teori peluang adalah peluang munculnya suatu kartu atau kombinasi kartu tertentu pada semesta kombinasi susunan kartu remi.

*Blackjack* adalah permainan kartu yang dapat dimainkan oleh 2 sampai 5 orang menggunakan kartu remi dengan peraturan sebagai berikut.

- Salah satu pemain wajib menjadi *dealer*.
- Pemain atau *dealer* dengan jumlah nilai kartu yang terdekat dengan angka 21 adalah pemenang permainan.
- Pemain atau *dealer* dengan nilai total kartu melewati angka 21 mendapat *bust*.
- Pemain atau *dealer* yang mendapat *bust* dinyatakan kalah, sedangkan jika pemain dan *dealer* mendapat *bust* bersamaan maka *dealer* dinyatakan menang, sehingga permainan pada dasarnya lebih menguntungkan *dealer*.
- Kartu 10, J, Q, K bernilai 10 sedangkan A dapat bernilai 11 atau 1 jika pemain atau *dealer* mendapat *bust*.
- Pada awal permainan *dealer* membagikan 2 kartu kepada pemain dan dirinya sendiri, 2 kartu terbuka untuk pemain sedangkan salah satu kartu tertutup untuk *dealer*.
- Permainan akan berlangsung selama pemain melakukan aksi-aksi berikut selain *Stand*.
  - Hit*, meminta *dealer* memberi 1 kartu lagi kepada pemain.
  - Stand*, Tidak menerima kartu lagi.
  - Double down*, menggandakan jumlah taruhan dan menerima 1 kartu tambahan kemudian *Stand*. (jika tidak melakukan taruhan aksi ini dapat diabaikan).
  - Split*, memecah 2 kartu dari 1 pemain yang nilainya sama dan lebih dari atau sama dengan 10 menjadi kartu pertama 2 pemain.
- Setelah pemain melakukan *stand*, *dealer* wajib membuka kartu yang tertutup dan melakukan *Hit* sampai nilai kartunya melebihi atau sama dengan 17, dan tidak dapat melakukan apapun setelah nilai kartunya melebihi atau sama dengan 17.
- Jumlah kartu adalah 1 *deck* (52 kartu) atau kelipatannya.

Card counting merupakan salah satu strategi untuk memenangkan permainan blackjack yang berlangsung cukup lama. Ada berbagai macam teknik *card counting* yang ada sampai saat ini, makalah ini akan membahas salah satu teknik *card counting* yang bernama *High-Low*. *High-Low* merupakan teknik yang membagi jenis nilai kartu menjadi 3 set yaitu *Hi* (10, J, Q, K, A), *Neutral* (7, 8, 9), dan *Low* (2, 3, 4, 5, 6). Teknik ini dilakukan dengan cara terus menghitung nilai *count* pada tiap kemunculan kartu pada permainan, +1 untuk kartu *Low*, -1 untuk kartu *High*, dan 0 untuk kartu *Neutral*. Jika nilai *true count* melebihi atau sama dengan 1, peluang kemenangan pemain akan meningkat.

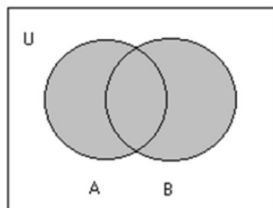
## II. LANDASAN TEORI

### A. Kaidah Dasar Menghitung (Counting)

Menghitung (*counting*) merupakan dasar dari teori kombinatorial. Pada teori kombinatorial, kita perlu menghitung semua kemungkinan susunan atau kombinasi objek pada semesta tertentu. Ada dua kaidah dasar dalam menghitung (*counting*), yaitu kaidah perkalian dan penjumlahan. Kaidah perkalian merupakan kaidah yang digunakan untuk menghitung banyak kemungkinan cara suatu kemungkinan-1, kemungkinan-2, ..., dan kemungkinan-*n* terjadi bersamaan. Salah satu contoh penggunaan kaidah perkalian adalah mencari banyaknya kemungkinan cara mengetik 2 huruf latin. Huruf latin terdiri atas 26 huruf, sehingga banyak kemungkinan mengetik huruf latin pertama adalah 26 dan banyak kemungkinan mengetik huruf latin ke-dua juga 26, maka banyak kemungkinan mengetik kedua huruf bersamaan adalah 26 kali 26. Kaidah penjumlahan merupakan kaidah yang digunakan untuk menghitung banyak kemungkinan cara suatu kemungkinan-1, kemungkinan-2, ..., atau kemungkinan-*n* terjadi. Salah satu contoh penggunaan kaidah penjumlahan adalah mencari banyak cara mengetik huruf latin atau huruf *katakana*. Banyak kemungkinan cara mengetik huruf latin adalah 26. sedangkan huruf *katakana* yang terdiri atas 46 huruf, sehingga banyak kemungkinan mengetik huruf *katakana* adalah 46. Maka, banyak kemungkinan cara mengetik huruf *katakana* atau huruf latin adalah 26 ditambah 46.

### B. Prinsip Inklusi-Eksklusi

Prinsip inklusi-eksklusi merupakan perluasan konsep himpunan yang dapat digunakan pada teori kombinatorial. Prinsip ini dapat digunakan untuk mencari banyak kemungkinan cara penyusunan suatu objek dengan memanfaatkan kemungkinan cara penyusunan suatu objek lainnya pada semesta yang sama.



Gambar. 2.2, diagram *fenn* (Sumber :

<https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Kombinatorial-2020-Bagian1.pdf>)

Sebagai contoh, perhatikan gambar diatas, jika *A* adalah banyak kemungkinan cara penyusunan objek pada semesta *U* yang memenuhi syarat *A'* dan *B* adalah banyak kemungkinan cara penyusunan objek pada semesta *U* yang memenuhi syarat *B'*, maka  $A \cup B$  adalah hasil dari  $A + B - (A \cap B)$ .

### C. Permutasi

Dasar dari kombinatorial adalah permutasi. Secara etimologi, permutasi memiliki arti penyusunan kembali suatu kumpulan objek dalam urutan yang berbeda. Pada matematika diskrit, permutasi digunakan untuk menentukan banyaknya kemungkinan cara penyusunan suatu objek pada semesta tertentu dengan mengenumerasi urutan susunannya. Teori permutasi pertama kali ditemukan dan digunakan di China pada tahun 1000 SM untuk membuat *Yi Jing Hexagrams* (六十四卦) yang digunakan untuk *cleromancy*, sebuah cara untuk mendapat jawaban secara acak untuk masalah tertentu, mereka menggunakannya untuk menentukan jawaban atas pertanyaan tentang bisnis kesehatan, anak-anak, dan juga hari keberuntungan pada masa itu. Salah satu contoh permasalahan yang dapat diselesaikan adalah mencari banyaknya kemungkinan bendera yang dapat di bentuk dengan memanfaatkan tepat 3 garis warna horizontal menggunakan 4 pewarna berbeda. Untuk menyelesaikan masalah tersebut, kita dapat membagi daerah bendera menjadi 3 bagian horizontal dan himpunan 4 elemen warna sebagai berikut.

?
?
?

Merah	Kuning	Biru	Hijau
-------	--------	------	-------

Tabel 2.3, gambaran masalah bendera(a)

Maka, ada 4 elemen warna yang dapat dimasukkan ke daerah bendera yang pertama, sehingga ada 4 kemungkinan cara memasukkan elemen warna ke daerah bendera yang pertama. Jika kita memilih salah satu warna dan menuliskan banyak warna yang mungkin dimasukkan pada daerah tersebut, kita akan mendapat ilustrasi sebagai berikut.

Merah/Kuning/Biru/Hijau
?
?

-	Kuning	Biru	Hijau
---	--------	------	-------

Tabel 2.3, gambaran masalah bendera(b)

Hal tersebut terus dilakukan sampai daerah bendera kosong.

Merah/Kuning/Biru/Hijau
Kuning/Biru/Hijau
Biru/Hijau

-	-	-	Hijau
---	---	---	-------

Tabel 2.3, gambaran masalah bendera(c)

Sehingga, permutasi dapat diperoleh dengan cara melakukan kaidah perkalian banyak kemungkinan cara memasukkan warna pada daerah bendera pertama, kedua, dan ketiga.

$$4 \times 3 \times 2 = 24$$

Hal tersebut serupa dengan bilangan faktorial  $4! / 1!$ , sehingga rumus permutasi dapat diturunkan sebagai berikut.

$$P(n, k) = \frac{n!}{(n - k)!}$$

#### D. Kombinasi

Kombinasi merupakan bentuk khusus dari permutasi yang tidak mengenumerasikan variasi urutan pada suatu susunan objek pada semesta tertentu. Pada persoalan bendera diatas dapat dilihat bahwa penyelesaian masalah masih mengenumerasi urutan susunan warna bendera. Namun, pada persoalan kombinasi urutan susunan tersebut dapat diabaikan dengan cara membagi permutasi tersebut dengan jumlah permutasi susunan 3 daerah bendera sehingga dapat diturunkan rumus sebagai berikut.

$$C(n, k) = \frac{n!}{k!(n - k)!}$$

#### E. Peluang

Teori peluang merupakan teori yang menghitung besar kesempatan suatu kejadian terjadi. Peluang dapat dicari dengan menghitung persentase kejadian tertentu muncul dibandingkan kejadian lainnya. Teori peluang dapat digunakan untuk mencari kesempatan suatu kombinasi objek terjadi dibandingkan kombinasi-kombinasi objek lainnya pada semesta yang sama. Jika terdapat suatu semesta kejadian S dengan subset kejadian A dan kejadian B, maka:

1. Peluang terjadinya kejadian A berlaku,

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

dimana fungsi  $P$  adalah peluang dan fungsi  $n$  adalah jumlah kejadian.

2. Kejadian saling asing merupakan kejadian yang tidak mungkin terjadi bersamaan, sehingga misalkan

$$A \cap B = \emptyset$$

Berlaku,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

3. Peluang bersyarat merupakan kejadian yang dipengaruhi kejadian lainnya, sehingga misalkan peluang A jika

diketahui peluang B berlaku,

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(B) > 0$$

4. Kejadian saling independen merupakan kejadian yang tidak mempengaruhi kejadian lainnya, sehingga misalkan A dan B saling asing berlaku,

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

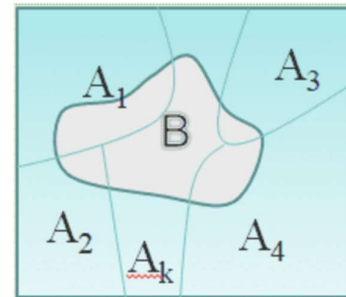
5. Peluang total adalah, misalkan terdapat kejadian,

$$A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$$

$$P(A_i) > 0$$

Pada semesta kejadian S, maka untuk setiap kejadian B dalam semesta kejadian S berlaku,

$$P(B) = \sum_{i=1}^k P(A_i \cap B)$$



Gambar. 2.5, ilustrasi semesta kejadian pada peluang total (Sumber : <https://metstat.mipa.ugm.ac.id/teori/peluang/>)

### III. PENERAPAN KOMBINATORIAL PADA STRATEGI CARD COUNTING HIGH-LOW

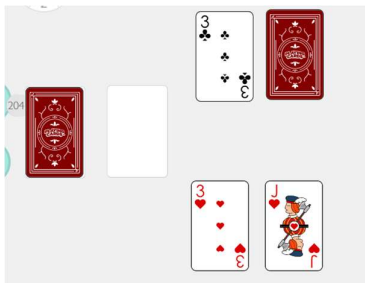
#### A. Alasan Strategi Card Counting High-Low Bekerja

Sebelum membahas tentang cara kerja *card counting high-low*, kita harus mengetahui kenapa strategi ini dapat bekerja dan menguntungkan bagi pemain. Permainan *blackjack* dimulai dengan 2 buah kartu untuk *dealer* dan pemain, meskipun terlihat adil, permainan ini sebenarnya lebih menguntungkan *dealer* karena ketika *dealer* dan pemain mendapat *bust*, kemenangan berada di pihak *dealer*. Namun, banyak orang yang tidak sadar akan peluang yang dapat dieksploitasi untuk keuntungan pemain sampai seorang matematikawan bernama Edward Throp mengenalkan strategi *High-Low* ini kepada publik. Strategi ini memanfaatkan kenyataan bahwa *Deck* pada permainan *blackjack* ini terus berkurang seiring berjalannya waktu tanpa penambahan kartu baru. Strategi ini menyatakan bahwa peningkatan peluang kemuculan kartu *High* (kartu dengan nilai 10 - 11) akan

menguntungkan pemain. Mengapa demikian? Hal ini disebabkan oleh fakta bahwa *dealer* wajib melakukan *Hit* sampai *hand* atau kartu milik *dealer* mencapai nilai 17 atau lebih. Dengan adanya peraturan tersebut dan meningkatnya kemunculan kartu *High* maka *dealer* akan lebih sering mendapatkan *bust* sedangkan pemain dapat melakukan *Stand* pada nilai berapapun untuk menghindari *bust*.

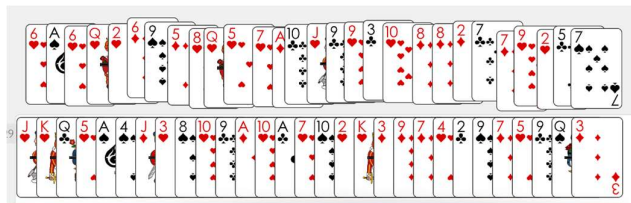
### B. Cara Kerja Card Counting High-Low

*Card Counting High-Low* dilakukan dengan cara membagi jenis kartu menjadi tiga bagian (*High*, *Neutral*, *Low*) dan terus menghitung *true count* yang dapat dicari dengan membagi angka *count* (penjumlahan nilai -1 *High* dan +1 *Low*) jumlah *deck* yang tersisa selama keberlangsungan permainan. Sebagai contoh, simaklah kondisi awal permainan berikut.



Gambar 3.2, ilustrasi *card counting high-low*(a)

Pada ilustrasi tersebut, kita dapat melihat bahwa kartu yang sudah terbuka adalah 2 kartu *Low* (3 & 3) dan 1 kartu *High* (J). dengan begitu *count* pada saat ini adalah  $0 + 1 + 1 - 1 = -2$ . Perhitungan terus dilakukan sampai setidaknya 1 *deck* telah dimainkan (saat ini 4 *deck* atau 204 kartu belum dimainkan). Berikut adalah kartu yang telah dimainkan.



Gambar 3.2, ilustrasi *card counting high-low*(b)

Dari ilustrasi diatas, jumlah *count* saat ini adalah  $-2$ , maka *true count* saat ini adalah  $-2 / 3$  (*deck*) =  $-0.66...$  beberapa sumber menganjurkan untuk membulatkan *true count* keatas sehingga *true count* = 0.

### C. Perhitungan Keuntungan Berdasarkan True Count

Jika dilakukan perhitungan untuk mengkalkulasi keuntungan, ada beberapa hal penting yang perlu dipertimbangkan. pertama adalah peluang mendapatkan *blackjack* (21), hal ini dapat dihitung dengan mencari banyak kombinasi kartu dengan nilai 21 dan kombinasi kartu lainnya. *Blackjack* yang bisa didapatkan dengan kombinasi 2 kartu adalah 1 kartu bernilai 10 dan 1 kartu bernilai 11. Sebagai contoh, pada awal permainan dengan 4 *deck*, peluang kemunculan *blackjack* dengan 2 kartu dihitung dengan cara sebagai berikut.

$$P(\{A, 10 \cup J \cup Q \cup K\}) = \frac{C(16,1) \cdot C(64,1)}{C(208,2)} = 4.76\%$$

Dengan mengobservasi perhitungan diatas, dapat disimpulkan sebuah rumus untuk menghitung peluang kemunculan kartu dengan kombinasi kartu apapun adalah sebagai berikut.

$$P(\{A_1, A_2, \dots, A_n\}) = \frac{C(K_1, 1) \cdot C(K_2, 1) \cdot \dots \cdot C(K_n, 1)}{C(\text{Jumlah Kartu}, n)}$$

$K_i$  = banyak kartu bernilai  $A_i$

Namun, bagaimana pengaruh *true count* terhadap peluang munculnya kombinasi-kombinasi kartu tersebut? Hal ini dapat dicari dengan menghitung peluang perkiraan kemunculan  $m$  buah *High Cards* dan  $x$  buah *Neutral Cards* pada  $n$  buah pengambilan kartu pada satu *deck* yang telah dipengaruhi *true count* dengan cara sebagai berikut.

$$G(m, n, x, tc) =$$

$$\frac{C(20 + tc, m) \cdot C(12, x) \cdot C(20 - tc, n - x - m)}{C(52, n)}$$

$m$  = jumlah *High Cards*

$x$  = jumlah *Neutral Cards*

$n$  = jumlah kartu yang diambil

$tc$  = nilai *true count*

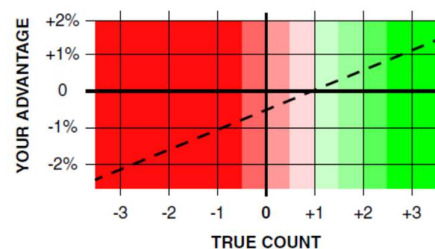
Dengan mengimplementasikan pendekatan teori kesebandingan pada kedua fungsi peluang tersebut dapat diturunkan fungsi peluang kemunculan kombinasi kartu dengan pengaruh *true count* adalah sebagai berikut.

$$H(\{A_1, A_2, \dots, A_n\}) = \frac{P(\{A_1, A_2, \dots, A_n\}) \cdot G(m, n, x, tc)}{G(m, n, x, 0)}$$

$m$  = jumlah  $A_i$  yang bernilai *High*

$x$  = jumlah  $A_i$  yang bernilai *Neutral*

Setelah melakukan seleksi peluang kombinasi yang menguntungkan pemain saat bertaruh dalam permainan *blackjack*, kita akan mendapatkan grafik keuntungan terhadap *true count* sebagai berikut.



Gambar 3.3, grafik keuntungan terhadap *true count* (Sumber : <http://blackjackcalculation.com/card-counting.html#3>)

#### D. Peluang Kemunculan True Count yang menguntungkan

Berdasar grafik pada bagian sebelumnya, *true count* akan membawa keuntungan apabila jumlah kartu *Low* lebih banyak sejumlah  $n$  daripada kartu *High* dimana  $n$  adalah jumlah *deck* yang tersisa. Maka, sebagai contoh perhitungan peluang munculnya *Low Cards*  $n$  kali lebih banyak daripada *High Cards* pada permainan yang menggunakan 4 *deck* adalah sebagai berikut.

$$\text{jika } f(a, b, c) = C(80, a) \cdot C(48, b) \cdot C(80, c)$$

$a$  = jumlah *low cards*  
 $b$  = jumlah *neutral cards*  
 $c$  = jumlah *high cards*

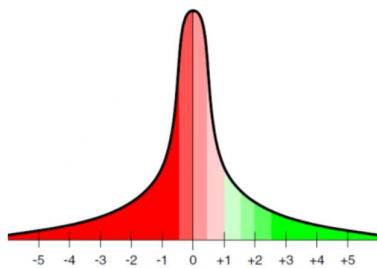
$$\text{maka, } \sum_{c=1}^{24} f(c + 3,49 - 2c, c)$$

adalah banyak kombinasi *true count* 1 *deck* pertama bernilai + 1

Sehingga peluang kemunculan kombinasi tersebut adalah sebagai berikut.

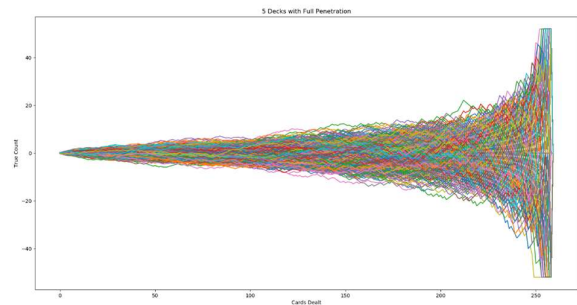
$$\frac{\sum_{c=1}^{24} f(c + 3,49 - 2c, c)}{C(208,52)} = 0.0625052908 \approx 6.25\%$$

Jika semua kemungkinan nilai *true count* di ubah menjadi grafik peluang terhadap nilai *true count* sepanjang permainan, maka akan terbentuk grafik sebagai berikut.



Gambar 4.1, grafik distribusi peluang munculnya suatu nilai *true count* (Sumber : <http://blackjackcalculation.com/card-counting.html#3>)

Grafik tersebut tidak jauh berbeda dengan hasil percobaan praktik menggunakan automasi acak pada gambar berikut ini.



Gambar 4.2, hasil percobaan automasi acak peluang terjadinya suatu nilai *true count* (Sumber : <https://quantoisseur.com/2018/04/25/quantifying-the-impact-of-the-number-of-decks-and-depth-of-penetration-while-counting-blackjack/>)

#### IV. KESIMPULAN

Teori permutasi merupakan salah satu cabang matematika diskrit yang menghitung banyak cara penyusunan suatu objek pada semesta objek tertentu dengan mengenumerasikan urutan susunan objek-objek tersebut.

Teori kombinatorial merupakan bentuk khusus permutasi dan menjadi salah satu cabang matematika diskrit. Teori ini merupakan teori yang menghitung jumlah kemungkinan susunan suatu objek pada semesta objek tertentu tanpa mengenumerasikan urutan susunan objek.

Teori peluang merupakan salah satu teori yang membahas tentang perhitungan kesempatan suatu kejadian pada semesta kejadian tertentu terjadi. Teori ini merupakan salah satu cabang dari statistika yang dipakai untuk menganalisis data serta distribusi suatu set data.

Prinsip inklusi-eksklusi merupakan perluasan teori himpunan. Prinsip ini berlaku dalam peluang dan kombinatorial. Prinsip ini digunakan untuk mendapatkan suatu kombinasi atau peluang tertentu yang sulit ditentukan secara langsung tanpa memanfaatkan semesta kombinasi atau peluang.

Salah satu implementasi dari teori peluang dan teori kombinatorial adalah strategi permainan *blackjack*, yaitu *card counting*. Ada berbagai macam jenis strategi *card counting*, pada makalah ini membahas salah satu strategi yang bernama *high-low*. Strategi tersebut mencoba memanfaatkan fakta bahwa semesta kartu pada permainan *blackjack* selalu berkurang selama berjalannya permainan, sehingga peluang kemenangan atau kekalahan secara teoritis dapat diperkirakan. Strategi ini menghitung peluang suatu kombinasi kartu yang menguntungkan pemain muncul pada kondisi tertentu. Salah satu perluasan bahasan pada makalah ini adalah menghitung peluang urutan *deck* yang menguntungkan pemain muncul pada tiap permainan *blackjack*. Beberapa persamaan dan fungsi yang menjelaskan perhitungan peluang-peluang tersebut tertera pada bagian 3.

Berdasarkan hasil perhitungan serta percobaan dengan menggunakan automasi acak, permainan *blackjack* cenderung merugikan pemain. Namun, hal merugikan tersebut dapat diantisipasi dengan menggunakan strategi *high-low* yang dibahas pada makalah ini. Dengan cara berhenti bermain dan memasang taruhan yang lebih kecil saat nilai *true count* tidak

menguntungkan, pemain dapat menghindari kerugian tersebut.

## V. UCAPAN TERIMA KASIH

Puji dan syukur kita pajatkan kepada Tuhan YME, karena atas berkat rahmat dan karuniaNya, penulis dapat menyelesaikan tugas makalah mata kuliah Matematika Diskrit tahun ajaran 2022/2023 ini dengan tepat waktu. Selain itu, penulis juga mengucapkan terima kasih kepada Ibu Dr. Nur Ulfa Maulidevi, S.T., M.Sc., dosen pengajar mata kuliah Matematika Diskrit K01, yang telah membimbing penulis dalam pemahaman teori-teori yang telah dimanfaatkan untuk pengerjaan makalah ini. Kemudian, saya juga berterimakasih kepada Bapak Dr. Ir. Rinaldi M. T., yang telah menyediakan situs yang memuat berbagai macam *slide* yang menjelaskan teori-teori yang telah digunakan pada makalah ini dengan sangat baik. Semoga kebaikan Ibu dan Bapak dapat dibalas oleh Tuhan YME dengan sebaik-baiknya balasan. Penulis juga meminta maaf apabila dalam kepenulisan makalah ini, penulis memiliki banyak kesalahan karena sejatinya penulis adalah pelajar yang masih harus terus mencari ilmu. Semoga makalah ini dapat menjadi manfaat untuk orang banyak, tidak hanya dalam lingkup mahasiswa informatika saja, tetapi juga untuk masyarakat umum. Harapan dari penulis, makalah ini dapat meningkatkan pemahaman orang terhadap implementasi ilmu matematika pada kehidupan nyata karena sejatinya matematika adalah ilmu yang dapat tergantikan pada kehidupan ini. Penulis juga berharap ilmu yang dikaji dalam makalah ini tidak digunakan untuk tindakan yang melanggar hukum.

## REFERENSI

- [1] P. A. Griffin, *the Theory of Blackjack (fifth edition indexed)*. Las Vegas: Nevada, 1979, ch, 2.
- [2] H. Blanchard, *Blackjack: the math behind the cards*, Mei 2019.
- [3] <http://blackjackcalculation.com/card-counting.html#3> diakses pada 6 desember 2022
- [4] <https://math.stackexchange.com/questions/2821389/blackjack-card-probability-when-counting-cards> diakses pada 6 desember 2022.
- [5] <https://probability.infarom.ro/blackjack.html> diakses pada 10 desember 2022.
- [6] <https://hasanahworld.wordpress.com/2008/06/21/sejarah-peluang-dan-statistika/> diakses pada 10 desember 2022.
- [7] <https://omniglot.com/writing/yijing.htm> diakses pada 11 desember 2022.
- [8] <https://www.sampoernaacademy.sch.id/id/permutasi-dan-kombinasi-pengertian-rumus-dan-contoh-soal/#:~:text=Sejarah%20Permutasi%20dan%20Kombinasi&text=Kabar%20nya%20konsep%20permutasi%20pertama%20kali,sebuah%20heksagram%20di%20Yi%20Jing> diakses pada 11 desember 2022.
- [9] <https://metstat.mipa.ugm.ac.id/teori/peluang/> diakses pada 11 desember 2022.
- [10] <https://quantoisseur.com/2018/04/25/quantifying-the-impact-of-the-number-of-decks-and-depth-of-penetration-while-counting-blackjack/> diakses pada 11 desember 2022.
- [11] <https://playingcards.io/w4bzaz> diakses pada 11 desember 2022.
- [12] <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Kombinatorial-2020-Bagian1.pdf> diakses pada 11 desember 2022
- [13] <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Kombinatorial-2020-Bagian2.pdf> diakses pada 11 desember 2022

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 3 Desember 2020



Tobias Natalio Sianipar  
13521090