

Bahan kuliah
IF2120 Matematika Diskrit

Himpunan

(Bag. 1 – Update 2022)

Oleh: Rinaldi Munir



Program Studi Teknik Informatika
STEI - ITB

Definisi

- Himpunan (*set*) adalah sekumpulan objek yang *berbeda*.
- Objek di dalam himpunan disebut **elemen**, **unsur**, atau **anggota**.
- HMIF adalah contoh sebuah himpunan, di dalamnya berisi anggota berupa mahasiswa. Tiap mahasiswa berbeda satu sama lain.
- Satu set komputer desktop terdiri dari CPU, monitor, dan keyboard



- Himpunan mahasiswa



- Satu set mainan huruf (huruf besar dan kecil)



- Perhatikan bedanya:

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow$ Himpunan (*set*)

$\{1, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 5, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$\{1, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 5, 6\} \rightarrow$ Himpunan-ganda (*multi-set*)

\rightarrow Ada elemen yang berulang (ganda)

- Urutan elemen di dalam himpunan tidak penting

$\{a, b, c, d\} = \{d, b, a, c\}$

- Setiap elemen di dalam himpunan boleh tidak berkorelasi satu sama lain, yang penting BERBEDA satu sama lain

$\{56, \text{Rp}3000, \text{Amir}, \text{cacing}, \text{Silver Queen}, -45^\circ \text{C}, \text{paku}\}$

Cara Penyajian Himpunan

1. Enumerasi

Setiap anggota himpunan didaftarkan secara rinci.

Contoh 1.

- Himpunan empat bilangan asli pertama: $A = \{1, 2, 3, 4\}$.
- Himpunan lima bilangan genap positif pertama: $B = \{4, 6, 8, 10\}$.
- $C = \{\text{kucing}, a, \text{Amir}, 10, \text{paku}\}$
- $R = \{a, b, \{a, b, c\}, \{a, c\}\}$
- $C = \{a, \{a\}, \{\{a\}\}\}$
- $K = \{\{\}\}$
- Himpunan 100 buah bilangan asli pertama: $\{1, 2, \dots, 100\}$
- Himpunan bilangan bulat ditulis sebagai $\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$.

Keanggotaan

$x \in A$: x merupakan anggota himpunan A ;

$x \notin A$: x bukan merupakan anggota himpunan A .

- **Contoh 2.** Misalkan:

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, R = \{a, b, \{a, b, c\}, \{a, c\}\}$$

$$K = \{\{\}\}$$

maka

$$3 \in A$$

$$\{a, b, c\} \in R$$

$$c \notin R$$

$$\{\} \in K$$

$$\{\} \notin R$$

Contoh 3. Jika $P_1 = \{a, b\}$,
 $P_2 = \{\{a, b\}\}$,
 $P_3 = \{\{\{a, b\}\}\}$,

maka

$$a \in P_1$$

$$a \notin P_2$$

$$P_1 \in P_2$$

$$P_1 \notin P_3$$

$$P_2 \in P_3$$

2. Simbol-simbol Baku

P = himpunan bilangan bulat positif = $\{1, 2, 3, \dots\}$

N = himpunan bilangan alami (natural) = $\{1, 2, \dots\}$

Z = himpunan bilangan bulat = $\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

Z⁺ = himpunan bilangan bulat positif = $\{1, 2, 3, \dots\}$

Q = himpunan bilangan rasional = $\{a/b \mid a, b \in \mathbf{Z} \text{ dan } b \neq 0\}$
= $\{\dots, -3/4, -4/5, 2/3, 1/2, \dots\} = \{\dots, -0.6, -0.8, 0.666\dots\}$

R = himpunan bilangan riil

R⁺ = himpunan bilangan riil positif

C = himpunan bilangan kompleks = $\{a + bi \mid a, b \in \mathbf{R}\}$

Himpunan yang universal: **semesta**, disimbolkan dengan U atau S.

Contoh: Misalkan $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ dan A adalah himpunan bagian dari U, dengan $A = \{1, 3, 5\}$.

3. Notasi Pembentuk Himpunan

- Notasi: $\{ x \mid \text{syarat yang harus dipenuhi oleh } x \}$

Contoh 4.

(i) A adalah himpunan bilangan bulat positif kecil dari 5

$$A = \{ x \mid x \text{ adalah bilangan bulat positif lebih kecil dari } 5 \}$$

$$\text{atau } A = \{ x \mid x \in \mathbf{P}, x < 5 \} = \{1, 2, 3, 4\}$$

(ii) $M = \{ x \mid x \text{ adalah mahasiswa yang mengambil mata kuliah IF2120} \}$

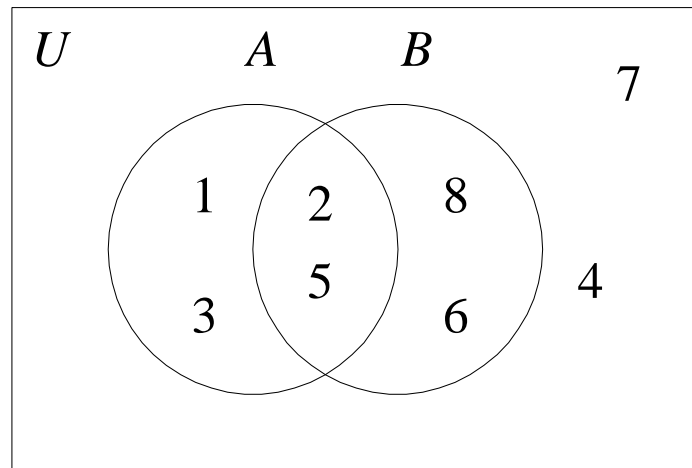
4. Diagram Venn

Contoh 5.

Misalkan $U = \{1, 2, \dots, 7, 8\}$,

$A = \{1, 2, 3, 5\}$ dan $B = \{2, 5, 6, 8\}$.

Diagram Venn:



Kardinalitas

Jumlah elemen di dalam A disebut **kardinal** dari himpunan A .

Notasi: $n(A)$ atau $|A|$

Contoh 6.

(i) $B = \{x \mid x \text{ merupakan bilangan prima lebih kecil dari } 20\}$,

atau $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ maka $|B| = n(B) = 8$

(ii) $T = \{\text{kucing, } a, \text{ Amir, 10, paku, laptop}\}$, maka $|T| = 6$

(iii) $A = \{2, \{2, 3\}, \{4\}, 6, \{\{7\}\}\}$, maka $|A| = 5$

(iv) $C = \emptyset$, maka $n(C) = 0$

(v) $D = \{x \in \mathbf{N} \mid x < 5000\}$, maka $n(D) = 4999$

(vi) $D = \{x \in \mathbf{N} \mid x \geq 5000\}$, maka $n(D)$ tak berhingga

Himpunan kosong (*null set*)

- Himpunan dengan kardinal = 0 disebut himpunan kosong (*null set*).
- Notasi : \emptyset atau $\{\}$

Contoh 7.

- (i) $E = \{ x \mid x < x \}$, maka $n(E) = 0$
 - (ii) $P = \{ \text{orang Indonesia yang pernah ke bulan} \}$, maka $n(P) = 0$
 - (iii) $A = \{ x \mid x \text{ adalah akar riil persamaan kuadrat } x^2 + 1 = 0 \}$, $n(A) = 0$
- himpunan $\{\{\}\}$ dapat juga ditulis sebagai $\{\emptyset\}$
 - himpunan $\{\{\}, \{\{\}\}\}$ dapat juga ditulis sebagai $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
 - $\{\emptyset\}$ bukan himpunan kosong karena ia memuat satu elemen yaitu \emptyset .

Himpunan Bagian (*Subset*)

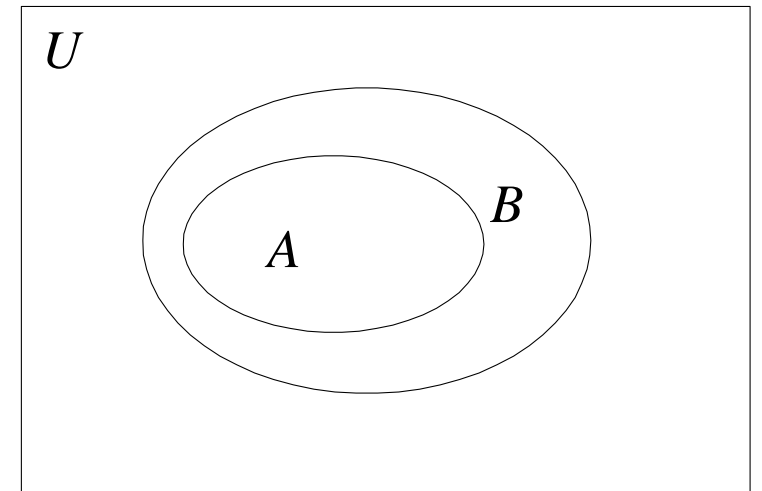
- Notasi: $A \subseteq B$
- Himpunan A dikatakan himpunan bagian dari himpunan B jika dan hanya jika setiap elemen A merupakan elemen dari B .

- Secara formal: $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x (x \in A \rightarrow x \in B)$

- A adalah *subset* dari B .

Dalam hal ini, B dikatakan *superset* dari A ,

$$B \supseteq A$$



Contoh 8.

(i) $\{1, 2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$

(ii) $\{1, 2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3\}$

(iii) $\mathbf{N} \subseteq \mathbf{Z} \subseteq \mathbf{R} \subseteq \mathbf{C}$

(iv) Jika $A = \{ (x, y) \mid x + y < 4, x \geq 0, y \geq 0 \}$ dan
 $B = \{ (x, y) \mid 2x + y < 4, x \geq 0 \text{ dan } y \geq 0 \}$, maka $B \subseteq A$.

(v) $A = \{3, 9\}$, $B = \{5, 9, 1, 3\}$, $A \subseteq B$? benar

(vi) $A = \{3, 3, 3, 9\}$, $B = \{5, 9, 1, 3\}$, $A \subseteq B$? benar

(vii) $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, $A \subseteq B$? salah

- $\emptyset \subseteq A$ untuk sembarang himpunan A
- $A \subseteq A$ untuk sembarang himpunan A
- $\emptyset \subseteq A$ dan $A \subseteq A$, maka \emptyset dan A disebut himpunan bagian tak-sebenarnya (*improper subset*) dari himpunan A .

Contoh: $A = \{1, 2, 3\}$, maka

$\{1, 2, 3\}$ dan \emptyset adalah *improper subset* dari A .

$\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$ adalah *proper subset* dari A

- A dikatakan *proper subset* dari B jika:
 - (i) setiap elemen dari A juga elemen dari B (dengan kata lain $A \subseteq B$), dan
 - (ii) sekurang-kurangnya ada satu elemen di B yang tidak ada di A

- Perhatikan bahwa $A \subseteq B$ berbeda dengan $A \subset B$

(i) $A \subset B$: A adalah himpunan bagian dari B tetapi $A \neq B$.

- A disebut himpunan bagian sebenarnya (*proper subset*) dari B .
- Contoh: $\{1\}$ dan $\{2, 3\}$ adalah *proper subset* dari $\{1, 2, 3\}$

Jadi, $\{1\} \subset \{1, 2, 3\}$, $\{2, 3\} \subset \{1, 2, 3\}$

(ii) $A \subseteq B$: digunakan untuk menyatakan bahwa A adalah himpunan bagian (*subset*) dari B yang memungkinkan $A = B$.

- Contoh: $\{1, 2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3\}$

- Latihan

Misalkan $A = \{1, 2, 3\}$ dan $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Tentukan semua kemungkinan himpunan C sedemikian sehingga $A \subset C$ dan $C \subset B$, yaitu A adalah *proper subset* dari C dan C adalah *proper subset* dari B .

Jawaban:

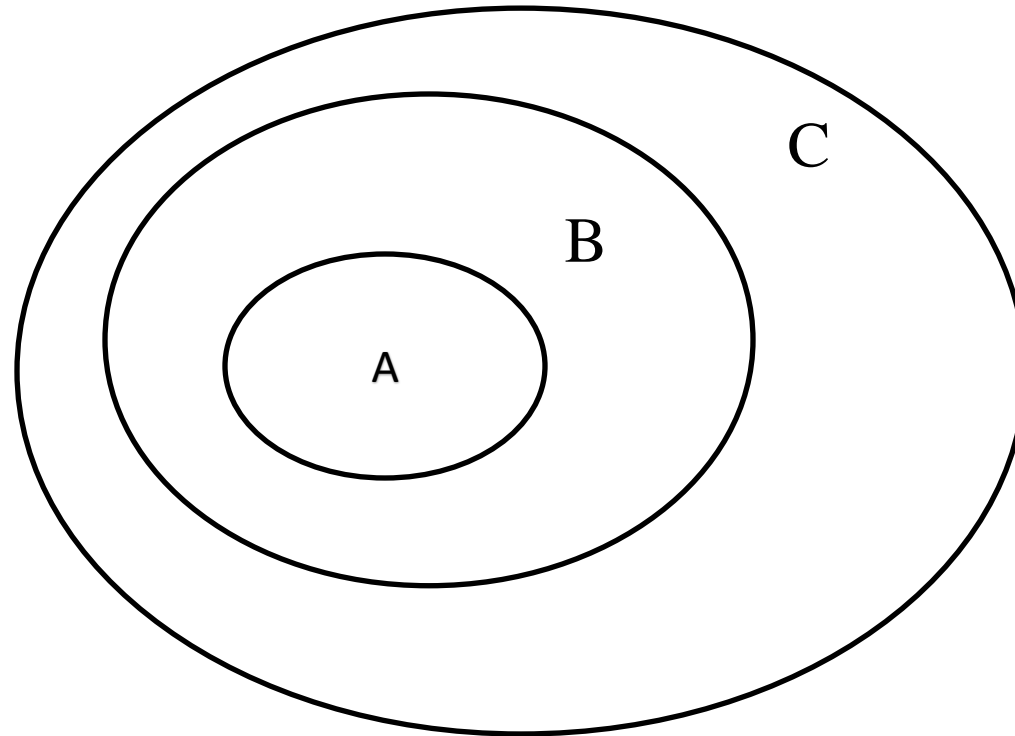
Data: $A = \{1, 2, 3\}$ dan $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, lalu $A \subset C$ dan $C \subset B$

C harus mengandung semua elemen $A = \{1, 2, 3\}$ dan sekurang-kurangnya satu elemen dari B .

Dengan demikian, $C = \{1, 2, 3, 4\}$ atau $C = \{1, 2, 3, 5\}$.

C tidak boleh memuat 4 dan 5 sekaligus karena C adalah *proper subset* dari B .

- Jika $A \subseteq B$ dan $B \subseteq C$ maka $A \subseteq C$



Latihan

1. Misalkan $A = \{5\}$ dan $B = \{5, \{5\}\}$.
 - (a) Apakah $A \subseteq B$? Jelaskan!
 - (b) Apakah $A \in B$? Jelaskan!
 - (c) Apakah A adalah himpunan bagian sebenarnya (*proper subset*) dari B ?
2. Tentukan apakah pernyataan di bawah ini benar atau salah:
 - (a) $\{\emptyset\} \subseteq \{\emptyset\}$
 - (b) $\emptyset \in \{\emptyset\}$
 - (c) $\{\emptyset\} \in \{\emptyset\}$
 - (d) $\{a, b\} \subseteq \{a, b, \{\{a, b\}\}\}$
 - (e) Jika $A \subseteq B$ dan $B \in C$, maka $A \in C$
 - (f) Jika $A \in B$ dan $B \subseteq C$, maka $A \in C$.
 - (g) Jika $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$, maka $\emptyset \in 2^A$
 - (h) Jika $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$, maka $\{\{\emptyset\}\} \subseteq 2^A$

- i) $\emptyset \subseteq \emptyset$
- j) $\emptyset \in \emptyset$
- k) $\{\emptyset\} \in \emptyset$
- l) $\{a, b\} \subseteq \{a, b, c, \{\{a, b, c\}\}$
- m) $\{a, b\} \in \{a, b, c, \{\{a, b, c\}$
- n) $\{a, b\} \in \{a, b, \{\{a, b\}\}$
- o) jika $A \in B$ dan $B \subseteq C$, maka $A \subseteq C$
- p) jika $A \subseteq B$ dan $B \in C$, maka $A \subseteq C$
- q) $x \in \{x\}$
- r) $\{x\} \subseteq \{x\}$
- s) $\{x\} \in \{x\}$
- t) $\{x\} \in \{\{x\}\}$
- u) $\emptyset \subseteq \{x\}$
- (v) $\emptyset \in \{x\}$

3. Didefinisikan A , B , C , D , dan E sebagai berikut:

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{1, 2, \{2\}, \{\{4\}\}\},$$

$$C = \{1, \{1, 2\}, \{\{1, 2, 3\}\}\}, D = \{1, 2, 2, 1\}.$$

Untuk tiap W , X , Y , Z yang didefinisikan di bawah ini, nyatakan apakah ia adalah elemen atau himpunan bagian dari tiap-tiap himpunan A , B , C , D .

$$W = \{1, 3, 5\} \quad X = \{1, 2, 3\} \quad Y = \{4\} \quad Z = \{2\}$$

Himpunan yang Sama

- $A = B$ jika dan hanya jika setiap elemen A merupakan elemen B dan sebaliknya setiap elemen B merupakan elemen A .
- $A = B$ jika A adalah himpunan bagian dari B dan B adalah himpunan bagian dari A . Jika tidak demikian, maka $A \neq B$.
- Notasi : $A = B \leftrightarrow A \subseteq B$ dan $B \subseteq A$

Contoh 9.

(i) Jika $A = \{ 0, 1 \}$ dan $B = \{ x \mid x(x - 1) = 0 \}$, maka $A = B$

(ii) Jika $A = \{ 3, 5, 8 \}$ dan $B = \{ 5, 3, 8 \}$, maka $A = B$

(iii) Jika $A = \{ 3, 5, 5, 5, 8, 8 \}$ dan $B = \{ 5, 3, 8 \}$, maka $A = B$

(iv) Jika $A = \{ 3, 5, 8, 5 \}$ dan $B = \{ 3, 8 \}$, maka $A \neq B$

(iv) $A = \{ \text{anjing, kucing, kuda} \}$, $B = \{ \text{kucing, kuda, tupai, anjing} \}$, maka $A \neq B$

• Untuk tiga buah himpunan, A , B , dan C berlaku aksioma berikut:

(a) $A = A$, $B = B$, dan $C = C$

(b) jika $A = B$, maka $B = A$

(c) jika $A = B$ dan $B = C$, maka $A = C$

Himpunan yang Ekuivalen

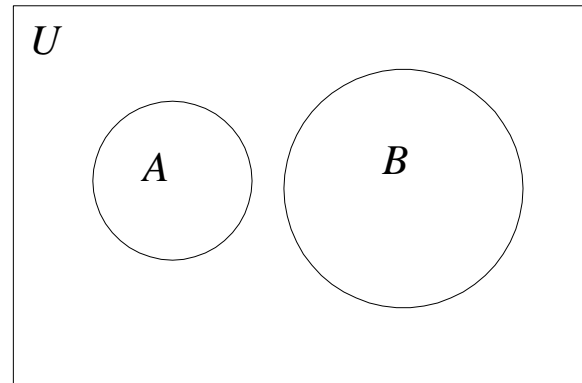
- Himpunan A dikatakan ekuivalen dengan himpunan B jika dan hanya jika kardinal dari kedua himpunan tersebut sama.
- Notasi : $A \sim B \leftrightarrow |A| = |B|$

Contoh 10. Misalkan $A = \{ 1, 3, 5, 7 \}$ dan $B = \{ a, b, c, d \}$, maka $A \sim B$ sebab $|A| = |B| = 4$

Himpunan Saling Lepas

- Dua himpunan A dan B dikatakan saling lepas (*disjoint*) jika keduanya tidak memiliki elemen yang sama.
- Notasi : $A // B$

- Diagram Venn:



Contoh 11. Jika $A = \{ x \mid x \in \mathbf{P}, x < 8 \}$ dan $B = \{ 10, 20, 30, \dots \}$, maka $A // B$.

Himpunan Kuasa

- Himpunan kuasa (*power set*) dari himpunan A adalah suatu himpunan yang elemennya merupakan semua himpunan bagian dari A .
- Notasi: $P(A)$ atau 2^A
- Jika $|A| = m$, maka $|P(A)| = 2^m$.

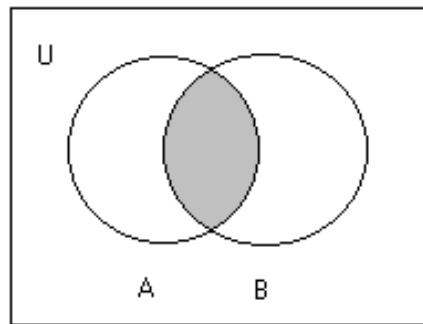
Contoh 12. Jika $A = \{ 1, 2 \}$, maka $P(A) = 2^A = \{ \emptyset, \{ 1 \}, \{ 2 \}, \{ 1, 2 \} \}$, dan $|P(A)| = 4$

Contoh 13. Himpunan kuasa dari himpunan kosong adalah $P(\emptyset) = \{ \emptyset \}$, dan himpunan kuasa dari himpunan $\{ \emptyset \}$ adalah $P(\{ \emptyset \}) = \{ \emptyset, \{ \emptyset \} \}$.

Operasi Terhadap Himpunan

1. Irisan (*intersection*)

- Notasi : $A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ dan } x \in B \}$

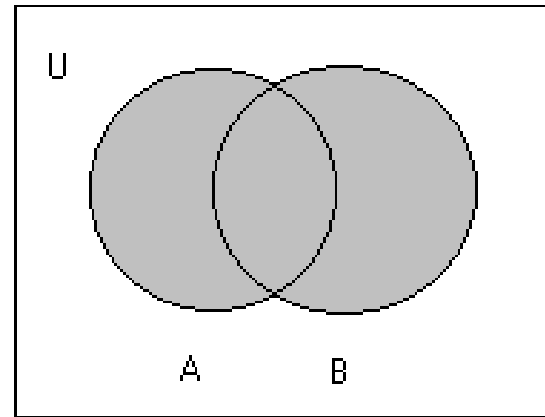


Contoh 14.

- (i) Jika $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ dan $B = \{4, 10, 14, 18\}$, maka $A \cap B = \{4, 10\}$
- (ii) Jika $A = \{3, 5, 9\}$ dan $B = \{-2, 6\}$, maka $A \cap B = \emptyset$. Artinya: $A // B$

2. Gabungan (*union*)

- Notasi : $A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ atau } x \in B \}$

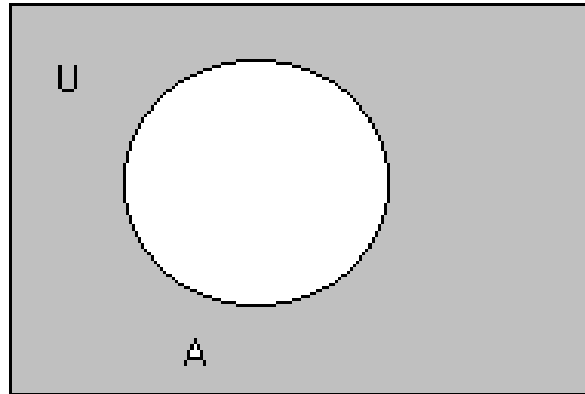


Contoh 15.

- Jika $A = \{ 2, 5, 8 \}$ dan $B = \{ 7, 5, 22 \}$, maka $A \cup B = \{ 2, 5, 7, 8, 22 \}$
- $A \cup \emptyset = A$

3. Komplementen (*complement*)

- Notasi : $\bar{A} = \{ x \mid x \in U, x \notin A \}$



Contoh 16.

Misalkan $U = \{ 1, 2, 3, \dots, 9 \}$,

(i) jika $A = \{ 1, 3, 7, 9 \}$, maka $\bar{A} = \{ 2, 4, 6, 8 \}$

(ii) jika $A = \{ x \mid x/2 \in P, x < 9 \}$, maka $\bar{A} = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$

Contoh 17. Misalkan:

A = himpunan semua mobil buatan dalam negeri

B = himpunan semua mobil impor

C = himpunan semua mobil yang dibuat sebelum tahun 1990

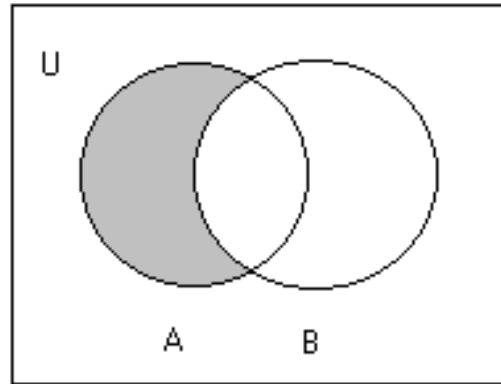
D = himpunan semua mobil yang nilai jualnya kurang dari Rp 100 juta

E = himpunan semua mobil milik mahasiswa universitas tertentu

- (i) “mobil mahasiswa di universitas ini produksi dalam negeri atau diimpor dari luar negeri” $\rightarrow (E \cap A) \cup (E \cap B)$ atau $E \cap (A \cup B)$
- (ii) “semua mobil produksi dalam negeri yang dibuat sebelum tahun 1990 yang nilai jualnya kurang dari Rp 100 juta” $\rightarrow A \cap C \cap D$
- (iii) “semua mobil impor buatan setelah tahun 1990 mempunyai nilai jual lebih dari Rp 100 juta” $\rightarrow \overline{C} \cap \overline{D} \cap B$

4. Selisih (*difference*)

- Notasi : $A - B = \{ x \mid x \in A \text{ dan } x \notin B \} = A \cap \bar{B}$

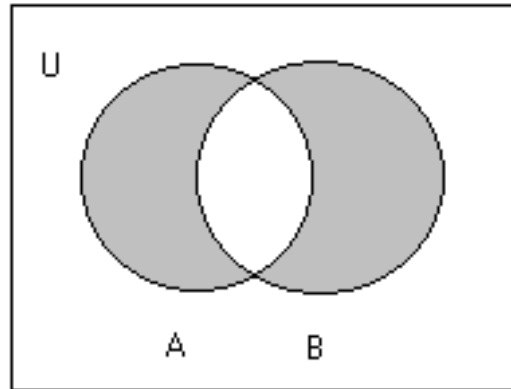


Contoh 18.

- Jika $A = \{ 1, 2, 3, \dots, 10 \}$ dan $B = \{ 2, 4, 6, 8, 10 \}$, maka $A - B = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$ dan $B - A = \emptyset$
- $\{ 1, 3, 5 \} - \{ 1, 2, 3 \} = \{ 5 \}$, tetapi $\{ 1, 2, 3 \} - \{ 1, 3, 5 \} = \{ 2 \}$

5. Beda Setangkup (*Symmetric Difference*)

- Notasi: $A \oplus B = (A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$



Contoh 19.

Jika $A = \{ 2, 4, 6 \}$ dan $B = \{ 2, 3, 5 \}$, maka $A \oplus B = \{ 3, 4, 5, 6 \}$

Contoh 20. Misalkan

U = himpunan mahasiswa

P = himpunan mahasiswa yang nilai ujian UTS di atas 80

Q = himpunan mahasiswa yang nilai ujian UAS di atas 80

Seorang mahasiswa mendapat nilai A jika nilai UTS dan nilai UAS keduanya di atas 80, mendapat nilai B jika salah satu ujian di atas 80, dan mendapat nilai C jika kedua ujian di bawah 80.

(i) “Semua mahasiswa yang mendapat nilai A” : $P \cap Q$

(ii) “Semua mahasiswa yang mendapat nilai B” : $P \oplus Q$

(iii) “Semua mahasiswa yang mendapat nilai C” : $U - (P \cup Q)$

TEOREMA 2. Beda setangkup memenuhi sifat-sifat berikut:

(a) $A \oplus B = B \oplus A$ (hukum komutatif)

(b) $(A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C)$ (hukum asosiatif)

6. Perkalian Kartesian (*cartesian product*)

- Notasi: $A \times B = \{ (a, b) \mid a \in A \text{ dan } b \in B \}$

Contoh 20.

(i) Misalkan $C = \{ 1, 2, 3 \}$, dan $D = \{ a, b \}$, maka

$$C \times D = \{ (1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b) \}$$

(ii) Misalkan $A = B =$ himpunan semua bilangan riil, maka

$$A \times B = \text{himpunan semua titik di bidang datar}$$

Catatan:

1. Jika A dan B merupakan himpunan berhingga, maka:

$$|A \times B| = |A| \cdot |B|.$$

2. $(a, b) \neq (b, a)$.

3. $A \times B \neq B \times A$ dengan syarat A atau B tidak kosong.

Pada Contoh 20(i) di atas, $C = \{ 1, 2, 3 \}$, dan $D = \{ a, b \}$,

$$D \times C = \{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3)\}$$

$$C \times D = \{(1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b)\}$$

$$D \times C \neq C \times D.$$

4. Jika $A = \emptyset$ atau $B = \emptyset$, maka $A \times B = B \times A = \emptyset$

5. Perkalian kartesian dari dua himpunan atau lebih didefinisikan

sebagai: $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n = \{(a_1, a_2, \dots, a_n) \mid a_i \in A_i \text{ for } 1 \leq i \leq n\}$

Contoh 21. Misalkan

$A = \text{himpunan makanan} = \{ s = \text{soto}, g = \text{gado-gado}, n = \text{nasi goreng}, m = \text{mie rebus} \}$

$B = \text{himpunan minuman} = \{ c = \text{coca-cola}, t = \text{teh}, d = \text{es dawet} \}$

Berapa banyak kombinasi makanan dan minuman yang dapat disusun dari kedua himpunan di atas?

Jawab:

$|A \times B| = |A| \cdot |B| = 4 \cdot 3 = 12$ kombinasi dan minuman, yaitu $\{(s, c), (s, t), (s, d), (g, c), (g, t), (g, d), (n, c), (n, t), (n, d), (m, c), (m, t), (m, d)\}$.

Contoh 21. Daftarkan semua anggota himpunan berikut:

(a) $P(\emptyset)$ (b) $\emptyset \times P(\emptyset)$ (c) $\{\emptyset\} \times P(\emptyset)$ (d) $P(P(\{3\}))$

Penyelesaian:

(a) $P(\emptyset) = \{\emptyset\}$

(b) $\emptyset \times P(\emptyset) = \emptyset$ (ket: jika $A = \emptyset$ atau $B = \emptyset$ maka $A \times B = \emptyset$)

(c) $\{\emptyset\} \times P(\emptyset) = \{\emptyset\} \times \{\emptyset\} = \{(\emptyset, \emptyset)\}$

(d) $P(P(\{3\})) = P(\{\emptyset, \{3\}\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{3\}\}, \{\emptyset, \{3\}\}\}$

Latihan

Misalkan A adalah himpunan. Periksa apakah setiap pernyataan di bawah ini benar atau salah dan jika salah, bagaimana seharusnya:

(a) $A \cap P(A) = P(A)$

(b) $\{A\} \cup P(A) = P(A)$

(c) $A - P(A) = A$

(d) $\{A\} \in P(A)$

(e) $A \subseteq P(A)$

Jawaban:

(a) $A \cap P(A) = P(A) \rightarrow$ salah, seharusnya $A \cap P(A) = \emptyset$

(b) $\{A\} \cup P(A) = P(A) \rightarrow$ benar

(c) $A - P(A) = A \rightarrow$ benar

(d) $\{A\} \in P(A) \rightarrow$ salah, seharusnya $\{A\} \subseteq P(A)$

(e) $A \subseteq P(A) \rightarrow$) salah, seharusnya $A \in P(A)$

Perampatan Operasi Himpunan

$$A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n = \bigcap_{i=1}^n A_i$$

$$A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \bigcup_{i=1}^n A_i$$

$$A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n = \prod_{i=1}^n A_i$$

$$A_1 \oplus A_2 \oplus \dots \oplus A_n = \bigoplus_{i=1}^n A_i$$

Contoh 22.

$$(i) A \cap (B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_n) = (A \cap B_1) \cup (A \cap B_2) \cup \dots \cup (A \cap B_n)$$

$$A \cap \left(\bigcup_{i=1}^n B_i \right) = \bigcup_{i=1}^n (A \cap B_i)$$

(ii) Misalkan $A = \{1, 2\}$, $B = \{a, b\}$, dan $C = \{\alpha, \beta\}$, maka

$$A \times B \times C = \{(1, a, \alpha), (1, a, \beta), (1, b, \alpha), (1, b, \beta), (2, a, \alpha), (2, a, \beta), (2, b, \alpha), (2, b, \beta)\}$$

(iii) Misalkan $A = \{a, b\}$, $B = \{5, 6\}$, $C = \{x, y, z\}$

$$\begin{aligned} \text{maka, } A \times B \times C = \{ & (a, 5, x), (a, 5, y), (a, 5, z), \\ & (a, 6, x), (a, 6, y), (a, 6, z), \\ & (b, 5, x), (b, 5, y), (b, 5, z), \\ & (b, 6, x), (b, 6, y), (b, 6, z)\} \end{aligned}$$

Latihan

1. Jika $A = \{a, b, \{a, c\}, \emptyset\}$ dan $B = \{a, \{a\}, d, e\}$, tentukan himpunan berikut:

(a) $A - \emptyset$

(b) $A - \{\emptyset\}$

(c) $\{\{a, c\}\} - A$

(d) $A \oplus B$

(e) $\{a\} - \{A\}$

(f) $P(A-B)$

(g) $\emptyset - A$

(h) B^2

(i) $A \cup (B \cap A)$

(j) $A \cap P(A)$

2. Diketahui $A = \{+, -\}$, $B = \{00, 01, 10, 11\}$.

(a) Daftarkan $A \times B$

(b) Berapa banyak elemen A^4 dan $(A \times B)^3$?

3. Misalkan A , B , dan C adalah himpunan. Tunjukkan bahwa

(a) $(A - C) \cap (C - B) = \emptyset$

(b) $(B - A) \cup (C - A) = (B \cup C) - A$

(c) $(A - B) - C \subseteq A - C$

4. Apa yang dapat dikatakan tentang himpunan A dan B jika kesamaan berikut benar?

(a) $A - B = B - A$

(b) $A \cap B = B \cap A$

5. Dapatkah disimpulkan $A = B$ jika A , B , dan C adalah himpunan sedemikian sehingga

(a) $A \cup C = B \cup C$

(b) $A \cap C = B \cap C$