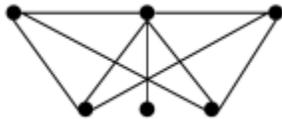
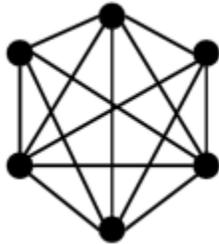


Solusi Kuis 4 Matematika Diskrit
Kamis, 2 Desember 2021
Waktu: 50 menit

1. Apakah graf berikut planar? Jika iya, gambarkan dalam bentuk planar. Jika tidak, jelaskan menggunakan teorema Kuratowski!



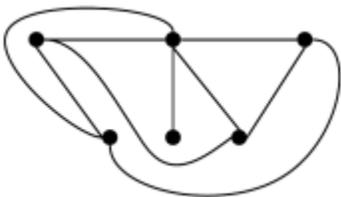
a.



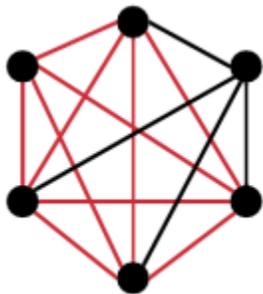
b.

Jawaban:

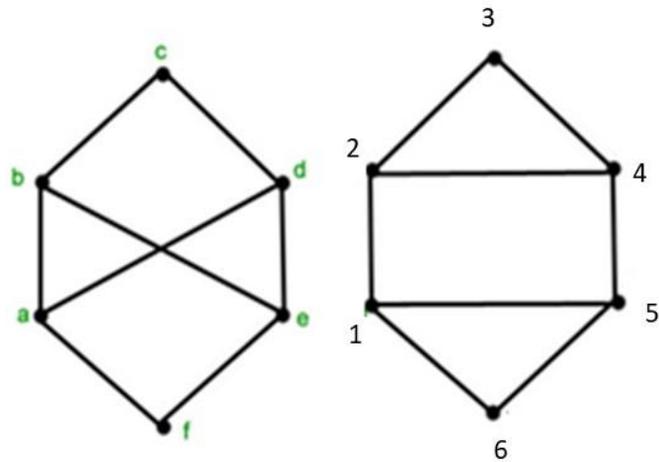
- a. Bisa, graf dapat diubah menjadi



- b. Tidak bisa, graf mengandung graf Kuratowski pertama



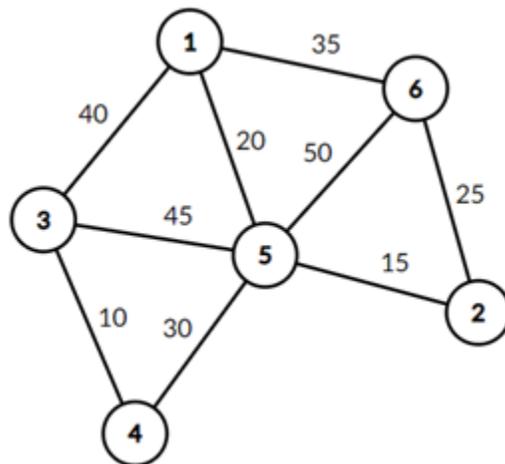
2. Apakah kedua graf ini isomorfik? Jelaskan alasannya!



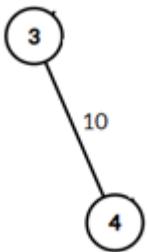
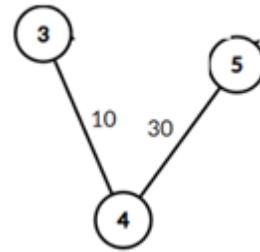
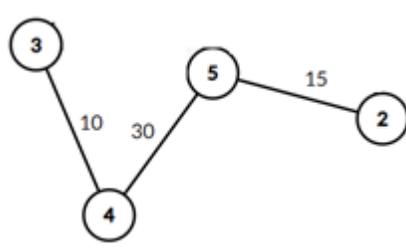
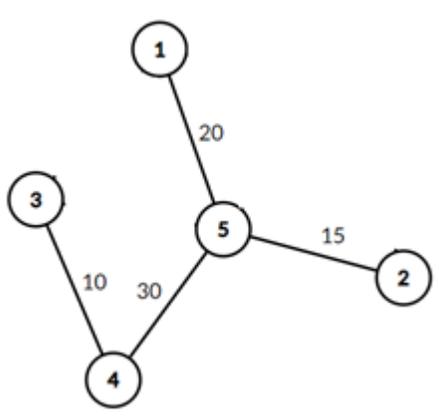
Jawaban:

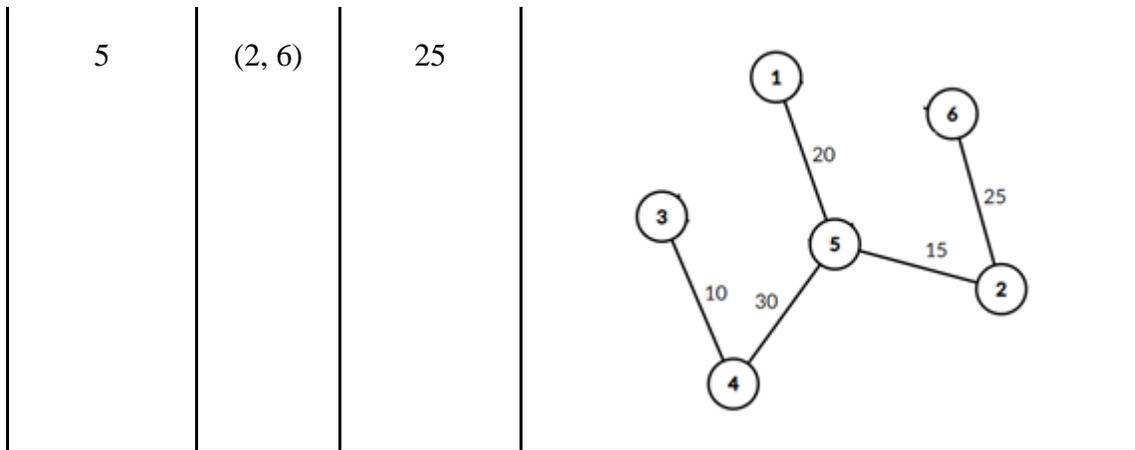
Graf ini tidak isomorfik karena setiap simpul pada graf kiri tidak berkorespondensi satu-satu dengan simpul pada graf kanan. Dapat dilihat pada graf kiri, upagraf yang dapat membentuk sirkuit terbentuk dari minimal 4 simpul. Sedangkan pada graf kanan, upagraf yang dapat membentuk sirkuit terbentuk dari minimal 3 simpul. Sehingga, dapat disimpulkan bahwa **kedua graf ini tidak isomorfik**.

3. Tentukan Pohon Merentang Minimum dari graf berikut ini dengan algoritma Prim (lengkap dengan langkah-langkahnya) dan sebutkan berapa bobot minimumnya.



Jawaban:

Langkah	Sisi	Bobot	Pohon Rentang
1	(3, 4)	10	
2	(4, 5)	30	
3	(2, 5)	15	
4	(1, 5)	20	



Total bobot minimumnya adalah $10 + 30 + 15 + 20 + 25 = 100$

4. Terdapat sebuah pesan “MATEMATIKA DISKRIT” dalam sebuah *script*. Berapakah panjang kode pesan tersebut jika dikodekan dengan kode Huffman (termasuk spasi)!

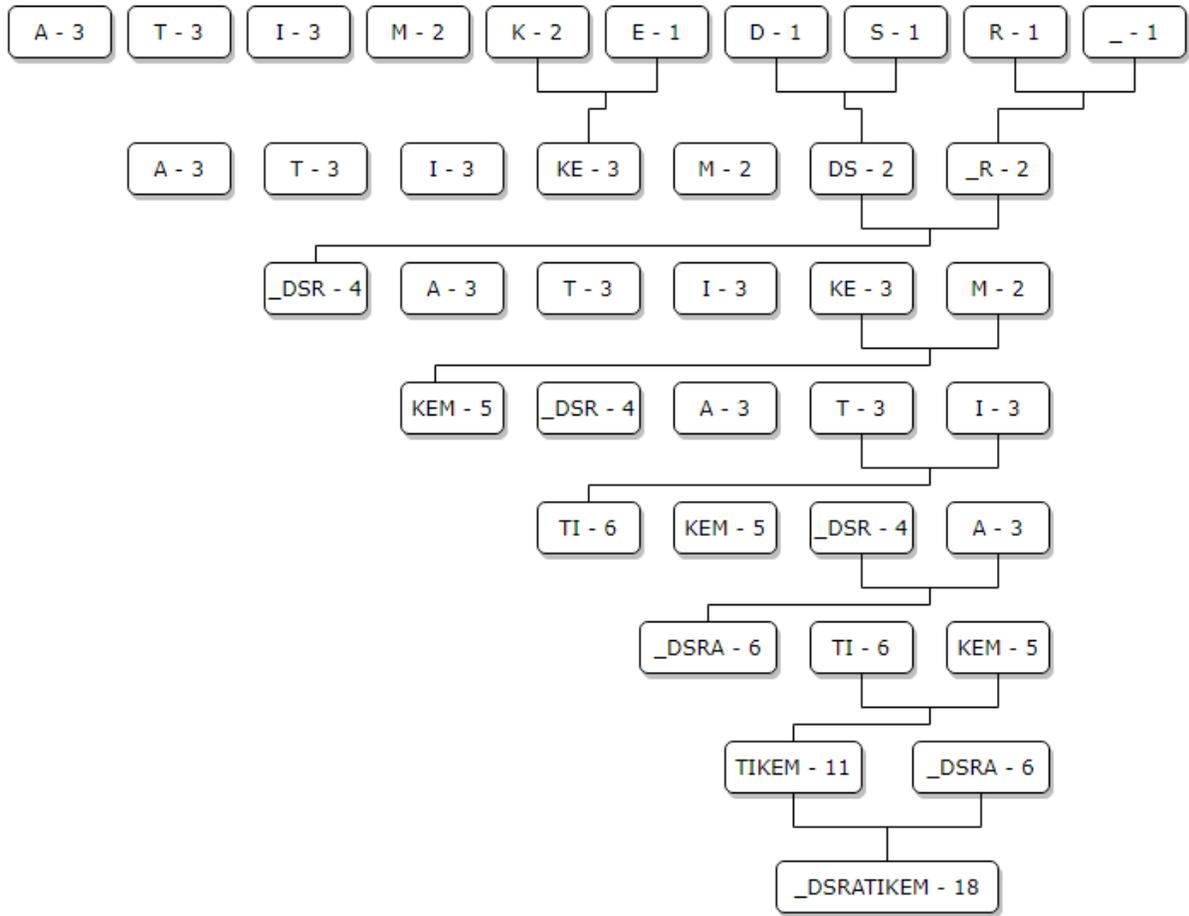
Jawaban:

Hitung tiap frekuensi huruf unik dalam data tersebut,

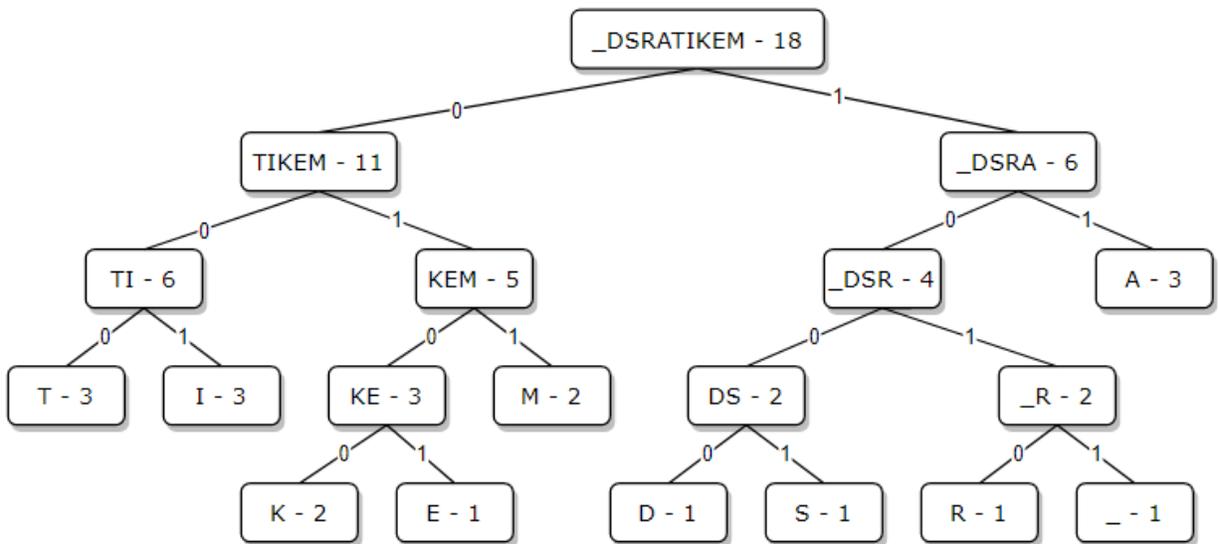
“MATEMATIKA DISKRIT”

M : 2	K : 2
A : 3	D : 1
T : 3	S : 1
E : 1	R : 1
I : 3	_ : 1

Maka berikut adalah pembentukan pohon Huffman berdasarkan dari frekuensi yang didapatkan,



Jadi pohon Huffman dapat dibentuk seperti berikut,



Simbol	Frekuensi	Kode
A	3	11
T	3	000 <input type="text"/>
I	3	001
M	2	011
K	2	0100
E	1	0101
D	1	1000
S	1	1001
R	1	1010
_	1	1011

Jadi panjang dari kode Huffman dari "MATEMATIKA DISKRIT" adalah,

$$3*2 + 3*3 + 3*3 + 2*3 + 2*4 + 1*4 + 1*4 + 1*4 + 1*4 + 1*4$$

$$= 6 + 9 + 9 + 6 + 8 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = \mathbf{58}$$

5. Diberi pseudocode algoritma seperti berikut. Kompleksitas algoritma dihitung dari banyaknya operasi penjumlahan dan perkalian di dalam potongan algoritma ini.

```

for i:= 1 to n
  for j:= 1 to i+1
    result:= (a[i] + b[j]) * 69
  endfor
endfor

```

- Tentukan $T(n)$
- Tentukan dalam notasi Big-O, Big-Omega, dan Big-Theta

Jawaban:

- Perhatikan bahwa tiap banyaknya iterasi yang dilakukan adalah $2+3+4+\dots+(n+1)$. Ini didapat dari loop for j yang melakukan iterasi sebanyak 2 kali untuk $i=1$, 3 kali untuk $i=2$, dan seterusnya. Jadi, dilakukan 1 buah penjumlahan dan perkalian sebanyak $2+3+4+\dots+(n+1)$. Banyaknya penjumlahan dan perkalian yang dilakukan dapat dihitung menggunakan rumus deret aritmatika. Berikut banyaknya penjumlahan yang dilakukan.

$$S_n = n/2 + (2a + (n-1)b)$$

$$S_n = n/2 + (4 + n-1)$$

$$S_n = n/2 + (3 + n)$$

$$S_n = 1/2n^2 + 1.5n$$

Karena banyaknya penjumlahan dan banyaknya perkalian sama, maka didapat hasil akhir berupa $T(n) = n^2 + 3n$

- Big-O:

$$T(n) = O(n^2) \text{ karena } n^2 + 3n \leq 4n^2$$

Big-Omega:

$$T(n) = \Omega(n^2) \text{ karena } n^2 + 3n \geq n^2$$

Big-Theta:

$$T(n) = \Theta(n^2) \text{ karena } O(n^2) \text{ dan } \Omega(n^2)$$

6. Tentukan apakah notasi Theta besar ada untuk berikut. Apabila ada, tuliskan notasinya beserta cara untuk memperoleh notasi tersebut. Apabila tidak ada, sebutkan alasannya.

- $T(n) = 3n^2 + 8$

- $T(n) = 5n \log n + 6n$

Jawaban:

Solusi

- a. Suku yang paling dominan pada $T(n) = 3n^2 + 8$ untuk n yang besar adalah $3n^2$, sehingga $T(n) = 3n^2 + 8 = O(n^2)$

$$T(n) = 3n^2 + 8 \geq 3n^2 \text{ untuk } n \geq 1 \text{ (} C = 3, n_0 = 1 \text{)}$$

$$\text{Oleh karena itu, } T(n) = 3n^2 + 8 = \Omega(n^2)$$

Karena $T(n) = O(n^2) = \Omega(n^2)$, di mana $n^2 = n^2$, maka notasi Tetha besar ada untuk $T(n)$ tersebut dengan $T(n) = \Theta(n^2)$