

Aplikasi Pohon Merentang dalam Pemilihan Rute Terdekat dari Bogor ke Bandung

Monica Adelia – 13520096
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
13520096@std.stei.itb.ac.id

Abstract—Jawa Barat merupakan salah satu provinsi yang ada di Indonesia dengan 18 kabupaten dan 9 kota. Perkembangan dalam sarana dan prasarana transportasi di Jawa Barat mendukung terhubungnya kota-kota yang ada, salah satunya Bogor dengan Bandung. Terdapat banyak rute yang menghubungkan Bogor dengan Bandung yang dapat dilalui masyarakat. Dengan menggunakan Algoritma Prim, dapat ditemukan rute dengan jarak paling minimum dari Bogor ke Bandung.

Keywords—Jawa Barat, Bandung, Bogor, rute, jarak, prim.

I. PENDAHULUAN

Bandung adalah salah satu kota yang terdapat Jawa Barat dan merupakan ibu kota provinsi tersebut. Berdasarkan portal resmi kota Bandung, Bandung terletak pada posisi $107^{\circ}36'$ Bujur Timur dan $6^{\circ}55'$ Lintang Selatan. Kota ini terletak 140 km sebelah Tenggara Jakarta. Kota Bandung berbatasan dengan Kabupaten Bandung dan Kabupaten Bandung Barat di sebelah Utara, Kota Cimahi di sebelah Barat, dan Kabupaten Bandung di sebelah Timur dan Selatan. Di kota ini terdapat tempat bersejarah, yaitu tempat berdirinya perguruan tinggi Teknik pertama di Indonesia yang sekarang dikenal dengan Institut Bandung, tempat berlangsungnya Konferensi Asia-Afrika 1955, dan lainnya. Di Bandung juga memiliki wisata yang sangat beragam, yaitu wisata gedung bersejarah, rekreasi taman, rekreasi museum, rekreasi monumen atau tugu, hiburan seni, dan juga wisata belanja. Hal ini mengakibatkan banyak orang yang ingin berpergian ke Bandung untuk wisatanya.

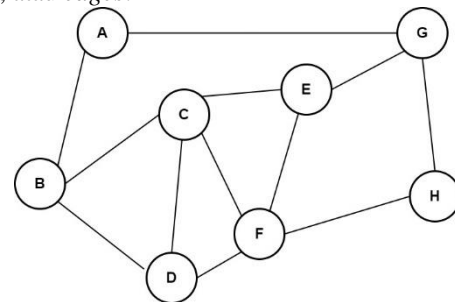
Bogor merupakan salah satu kota yang terdapat di Jawa Barat, sebelah selatan kota Jakarta. Posisi Kota Bogor berada di tengah-tengah Kabupaten Bogor. Kota Bogor dikenal dengan sebutan Kota Hujan karena memiliki curah hujan yang tinggi.

Melalui makalah ini, penulis ingin menentukan rute terdekat dari Bogor ke Bandung. Dengan memanfaatkan penerapan pohon merentang dan menggunakan algoritma prim, akan didapatkan rute dengan jarak terdekat dari Bogor ke Bandung. Selain menentukan jarak terdekat antar dua kota, algoritma ini juga dapat digunakan untuk menentukan jarak minimum yang menghubungkan beberapa kota pada suatu daerah jika diketahui jarak antar kotanya.

II. LANDASAN TEORI

A. Graf

Graf merupakan himpunan objek-objek diskrit yang saling terhubung. Objek tersebut dinamakan titik, simpul (*vertex*), atau sudut yang dihubungkan oleh penghubung yang dinamakan garis, sisi, atau *edges*.



Gambar 1 Graf
sumber : arsip penulis

Graf didefinisikan sebagai

$$G = (V, E)$$

dengan V adalah himpunan tidak kosong dari simpul-simpul dan E adalah himpunan sisi (*edges*) yang menghubungkan sepasang simpul. Himpunan V akan terdiri dari $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, \dots, v_n\}$ dan himpunan sisi (*edges*) terdiri dari $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, \dots, e_n\}$.

Simpul pada graf dapat dibuat dengan notasi alfabet, angka atau gabungan dari keduanya. Sisi dari graf dapat diidentifikasi dengan notasi

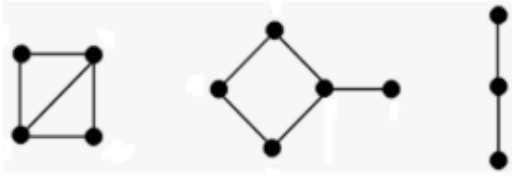
$$e = (a, b)$$

dengan e adalah sisi yang menghubungkan simpul a dengan simpul b .

Graf dapat dikelompokkan menjadi beberapa jenis, yaitu berdasarkan ada tidaknya gelang (*loop*) atau sisi ganda pada suatu graf dan berdasarkan orientasi arah pada sisi. Berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda, graf dibagi menjadi dua jenis, yaitu:

1) Graf sederhana (*simple graph*)

Graf sederhana adalah graf yang tidak memiliki gelang maupun sisi ganda.

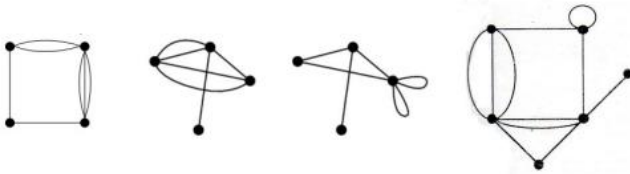


Gambar 2 Graf sederhana

Sumber: <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf>

2) Graf tak-sederhana (*unsimple graph*)

Graf tak sederhana adalah graf yang memiliki sisi ganda atau gelang. Graf tak-sederhana dibagi menjadi dua, yaitu graf ganda (*multi-graph*) dan graf semu (*pseudo-graph*). Graf ganda adalah graf yang memiliki sisi ganda. Sedangkan graf semu adalah graf yang memiliki sisi gelang maupun sisi gelang dan ganda.



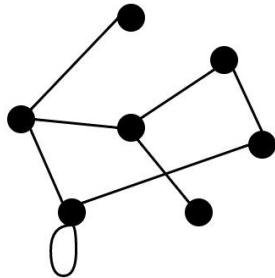
Gambar 3 Graf tak-sederhana

Sumber: <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf>

Berdasarkan orientasi arah pada sisi, graf dibedakan menjadi dua jenis, yaitu:

1) Graf tak-berarah (*undirected graph*)

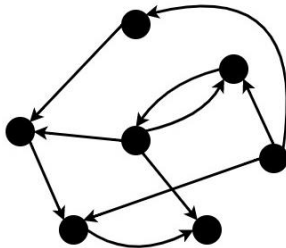
Graf tak-berarah adalah graf yang tidak memiliki arah tepi yang menghubungkan simpul pada graf tersebut.



Gambar 4 Graf tak berarah
sumber: arsip penulis

2) Graf berarah (*directed graph* atau *digraph*).

Graf berarah adalah graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah dalam bentuk mata panah.



Gambar 5 graf berarah
Sumber: arsip penulis

Terdapat beberapa terminologi yang digunakan dalam teori graf, yaitu:

1) Ketetanggaan

Dua simpul dikatakan bertetangga jika terhubung oleh sebuah atau beberapa sisi secara langsung.

2) Bersisian

Suatu sembarang sisi, e , dikatakan bersisian dengan dua simpul, v_1 dan v_2 , jika sisi e menghubungkan simpul v_1 dan v_2 .

3) Simpul Terpencil

Sebuah simpul dikatakan simpul terkecil jika simpul tersebut tidak terhubung dengan semua simpul lain dengan suatu sisi.

4) Graf kosong

Graf kosong adalah graf yang memiliki simpul namun tidak memiliki sisi sama sekali.

5) Derajat

Derajat suatu simpul adalah jumlah sisi yang terhubung dengan simpul tersebut. Derajat dinotasikan dengan $d(v)$.

6) Lintasan

Lintasan ialah barisan selang-seling antara simpul dan sisi yang menghubungkan dua buah simpul berurutan. Panjang lintasan adalah jumlah sisi dalam lintasan tersebut.

7) Siklus atau Sirkuit

Siklus atau sirkuit adalah lintasan yang simpul awal dan simpul akhirnya sama.

8) Keterhubungan

Suatu graf dikatakan graf terhubung jika untuk semua simpul dalam graf, terdapat lintasan dari satu simpul ke simpul yang lainnya.

9) Upagraf

Upagraf adalah graf yang terdiri dari sebagian simpul dan sisi dari graf awal.

10) Upagraf Merentang

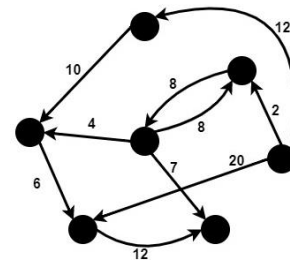
Upagram merentang adalah graf yang terdiri dari semua simpul dan beberapa sisi (bukan semua sisi) dari graf awal.

11) Cut-Set

Cut-set adalah himpunan sisi pada suatu graf yang jika dihilangkan dapat mengakibatkan suatu graf menjadi tidak terhubung.

12) Graf Berbobot

Graf berbobot adalah graf yang pada setiap sisi (*edges*) memiliki sebuah nilai (bobot).

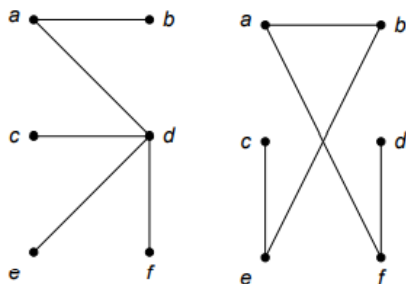


Gambar 6 Graf berbobot
Sumber: arsip penulis

B. Pohon

Pohon merupakan salah satu jenis graf. Pohon adalah graf tak-berarah yang terhubung namun tidak memiliki sirkuit. Setiap

simpul pada pohon terhubung dengan lintasan tunggal. Pohon dengan n buah simpul mempunyai $n - 1$ buah sisi. Pohon merentang dari merupakan uparagraf merentang yang berupa pohon yang didapatkan dengan memutus sirkuit di dalam graf. Setiap graf terhubung setidaknya memiliki satu pohon merentang.

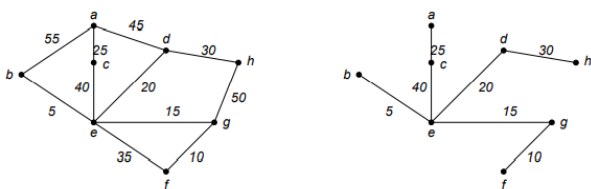


Gambar 7 Pohon

Sumber: <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Pohon-2020-Bag1.pdf>

C. Pohon Merentang Minimum

Pohon merentang minimum (*Minimum Spanning Tree*) adalah pohon merentang dari sebuah graf terhubung dan berbobot, dimana jumlah bobot dari pohon merentang tersebut minimum.



Gambar 8 Graf Berbobot (kiri) dan Pohon Merentang Minimumnya (kanan)

Sumber: <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Pohon-2020-Bag1.pdf>

Terdapat beberapa cara untuk menemukan pohon merentang minimum dari suatu graf berbobot, dengan menggunakan algoritma prim dan algoritma kruskal.

D. Algoritma Prim

Algoritma Prim dikembangkan oleh matematikawan dari Czech bernama Vojtech Jarnik yang kemudian di-publish ulang oleh Robert C. Prim pada Tahun 1957. Algoritma Prim merupakan algoritma yang dapat menentukan pohon merentang minimum dari suatu graf. Langkah algoritma prim untuk menentukan pohon merentang minimum, yaitu:

- 1) Mengambil sisi dari graf G yang berbobot minimum dan dimasukkan ke dalam T
- 2) Memilih sisi yang mempunyai bobot minimum dan bersisian dengan simpul di T , tetapi sisi tidak membentuk sirkuit di T . Masukkan sisi ke dalam T
- 3) Langkah 2 diulangi sebanyak $n-2$ kali.

```

procedure Prim(input G : graf, output T : pohon)
{ Membentuk pohon merentang minimum T dari graf terhubung-berbobot G.
Masukan: graf-berbobot terhubung G = (V, E), dengan |V|= n
Keluaran: pohon rentang minimum T = (V, E')
}
Deklarasi
i, p, q, u, v : integer

Algoritma
Cari sisi (p,q) dari E yang berbobot terkecil
T ← {(p,q)}
for i←1 to n-2 do
  Pilih sisi (u,v) dari E yang bobotnya terkecil namun
  bersisian dengan simpul di T
  T ← T ∪ {(u,v)}
endfor
    
```

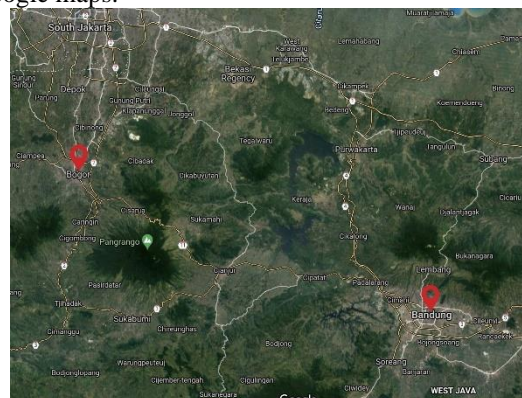
Gambar 9 Algoritma Prim

Sumber: <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Pohon-2020-Bag1.pdf>

III. PEMBAHASAN

A. Data Rute Bogor-Bandung

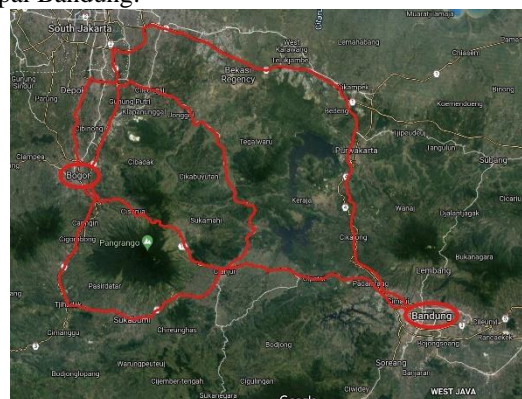
Data yang digunakan dalam pembuatan paper ini bersumber dari pencitraan satelit melalui *Google Maps*. Rute yang dipilih adalah rute yang sering dilalui orang. Jarak yang digunakan dalam pembuatan graf berbobot antar daerah juga bersumber dari google maps.



Gambar 10 Lokasi Kota Bandung dan Kota Bogor pada Google Maps

Sumber: *Google Maps*

Ada beberapa variasi rute yang dapat diakses seseorang dari Bogor untuk dapat pergi ke Bandung. Terdapat empat rute yang paling sering dilalui yaitu melalui Purwakarta, Jonggol, Puncak, dan Sukabumi. Untuk rute Jonggol, Puncak, dan Sukabumi sama-sama akan melalui Cianjur terlebih dahulu supaya dapat mencapai Bandung.

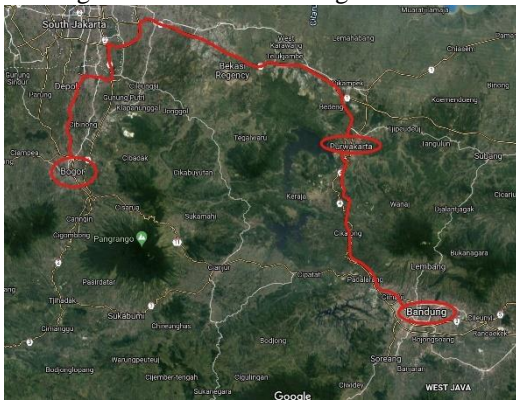


Gambar 11 Rute Bogor-Bandung

Sumber: Google Maps yang diolah penulis

Rincian dari keempat rute tersebut adalah sebagai berikut.

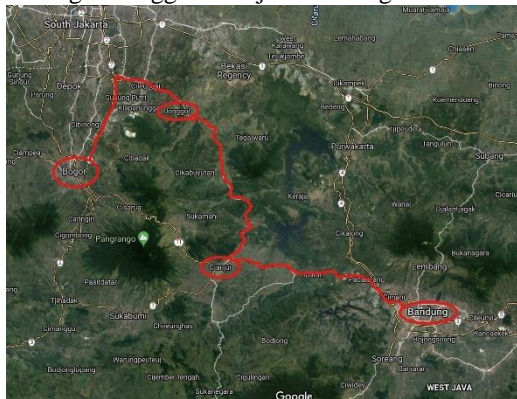
1) Rute Bogor-Purwakarta-Bandung



Gambar 12 Rute Bogor-Purwakarta-Bandung
Sumber: Google Maps yang diolah penulis

Rute ini dimulai dari Bogor, bergerak ke utara, dan menuju Purwakarta terlebih dahulu. Purwakarta adalah salah satu kabupaten di Provinsi Jawa Barat. Purwakarta terletak kurang lebih 80 km sebelah tenggara Jakarta. Berdasarkan data yang didapat dari Google Maps, jarak Bogor dengan Purwakarta adalah 127 km. Lalu setelah dari Purwakarta menuju Bandung harus menempuh jarak sejauh 62 km.

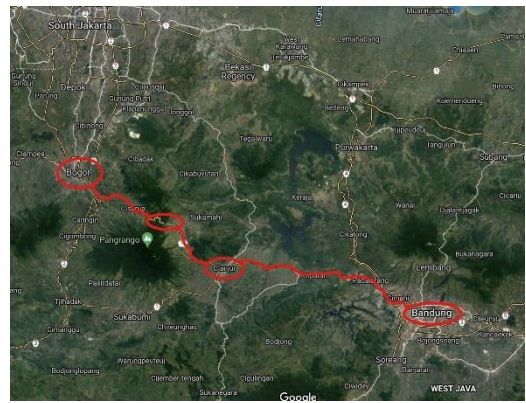
2) Rute Bogor-Jonggol-Cianjur-Bandung



Gambar 13 Rute Bogor-Jonggol-Cianjur-Bandung
Sumber: Google Maps yang diolah penulis

Rute Bogor-Jonggol-Cianjur-Bandung dimulai dari Bogor dan menuju Jonggol terlebih dahulu. Jonggol adalah sebuah kecamatan di Bogor. Jonggol terletak di Selatan Kabupaten Bekasi. Berdasarkan data yang didapat dari Google Maps, jarak Bogor dengan Jonggol adalah 52 km. Dari Jonggol, akan melalui Cianjur terlebih dahulu. Cianjur adalah salah satu kabupaten yang berada di Jawa Barat. Kabupaten Cianjur berbatasan dengan Kabupaten Bogor di sebelah Utara. Jarak antara Jonggol dengan Cianjur adalah 67 km. Lalu, dari Cianjur menuju Bandung dengan jarak 65 km.

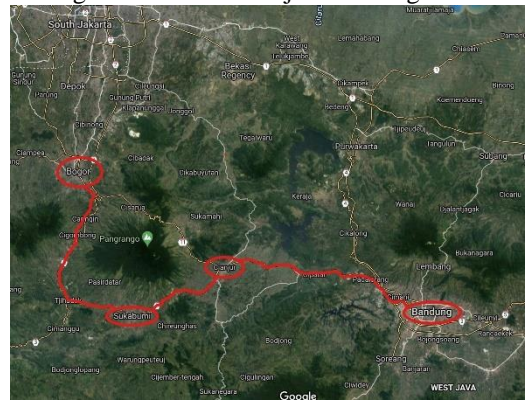
3) Rute Bogor-Puncak-Cianjur-Bandung



Gambar 14 Rute Bogor-Puncak-Cianjur-Bandung
Sumber: Google Maps yang diolah penulis

Rute ini dimulai dari Bogor dan menuju Puncak terlebih dahulu. Puncak adalah nama sebuah daerah wisata pegunungan yang termasuk ke dalam wilayah Kabupaten Bogor dan Kabupaten Cianjur. Berdasarkan data yang didapat dari Google Maps, jarak Bogor dengan Puncak adalah 35 km. Sama seperti sebelumnya, dari Puncak akan melalui Cianjur terlebih dahulu. Jarak antara Puncak dengan Cianjur adalah 28 km. Lalu, dari Cianjur menuju Bandung dengan jarak 65 km.

4) Rute Bogor-Sukabumi-Cianjur-Bandung

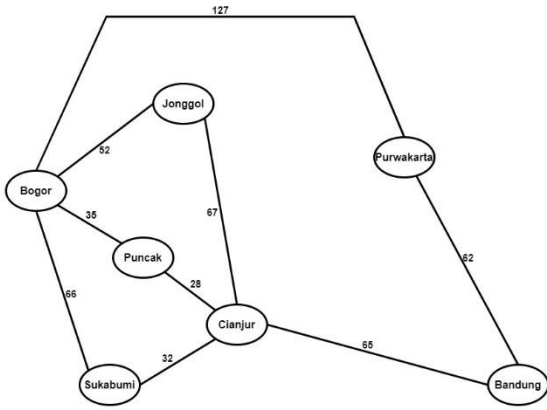


Gambar 15 Rute-Bogor-Sukabumi-Cianjur-Bandung
Sumber: Google Maps yang diolah penulis

Rute ini dimulai dari Bogor dan menuju Sukabumi terlebih dahulu. Sukabumi merupakan suatu kabupaten yang berada di Jawa Barat dan berbatasan dengan Kabupaten Bogor di sebelah Utara dan Samudera Indonesia disebelah Selatan. Berdasarkan data yang didapat dari Google Maps, jarak Bogor dengan Sukabumi adalah 66 km. Sama seperti sebelumnya, dari Sukabumi, akan melalui Cianjur terlebih dahulu sejauh 32 km. Lalu, dari Cianjur menuju Bandung dengan jarak 65 km.

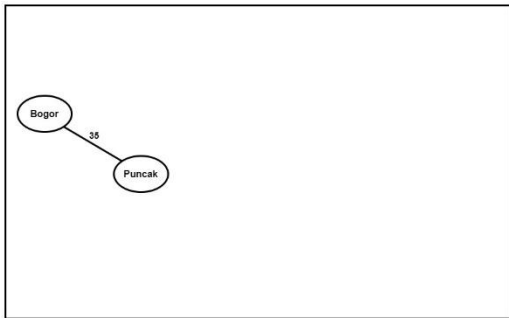
B. Representasi Graf Berbobot dan Pohon Merentang Minimum

Berdasarkan data yang diperoleh mengenai rute-rute penghubung antara Bogor dengan Bandung beserta jaraknya, dapat dibentuk sebuah graf terhubung. Graf yang terbentuk merupakan graf terhubung berbobot dengan bobotnya adalah jarak antar dua tempat dalam satuan kilometer. Hubungan antar daerah dalam representasi graf sebagai berikut:



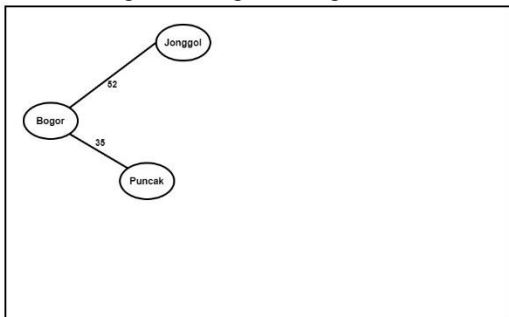
Gambar 16 Graf berbobot rute Bogor-Bandung
Sumber: arsip penulis

Dari graf berbobot yang terbentuk, diterapkan algoritma prim untuk mendapatkan pohon merentang minimum. Pertama, dimulai dari simpul Bogor terlebih dahulu dan didapat bahwa jarak paling minimum adalah dari Bogor dengan Puncak. Sehingga didapat graf sebagai berikut.



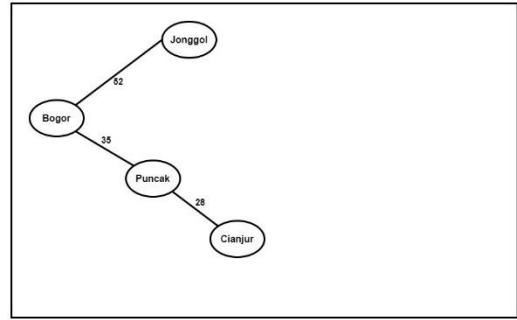
Gambar 17 Langkah 1
Sumber: arsip penulis

Langkah kedua, meninjau simpul Jonggol, dapat dilihat bahwa sisi yang menghubungkan Jonggol dengan Bogor berbobot lebih kecil dibandingkan sisi yang menghubungkan Jonggol dengan Cianjur. Maka, Jonggol akan ditambahkan sehingga akan menghasilkan graf sebagai berikut.



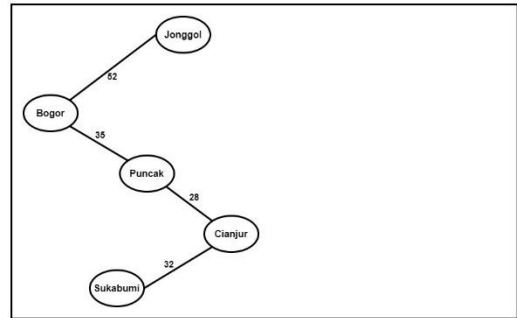
Gambar 18 Langkah 2
Sumber: arsip penulis

Berikutnya, dengan mengamati hubungan yang dimiliki simpul Cianjur dengan simpul-simpul lain yang bertetangga dengannya, bobot antara Cianjur dengan Puncak memiliki bobot lebih kecil dibandingkan dengan Cianjur dengan Jonggol sehingga graf yang terbentuk adalah sebagai berikut.



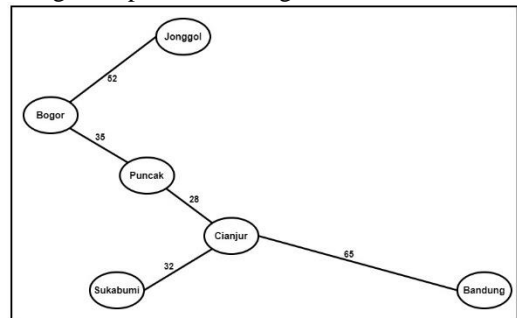
Gambar 19 Langkah 3
Sumber: arsip penulis

Langkah 4, didapatkan bahwa sisi yang menghubungkan Cianjur dan Sukabumi berbobot minimum sehingga terbentuk graf seperti dibawah ini.



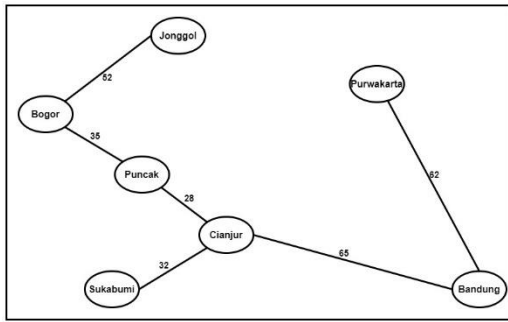
Gambar 20 Langkah 4
Sumber: arsip penulis

Seperti sebelumnya, akan didapatkan juga sisi antara Cianjur dan Bandung merupakan sisi dengan bobot minimum.



Gambar 21 Langkah 5
Sumber: arsip penulis

Terakhir, untuk menentukan sisi penghubung Purwakarta adalah dengan membandingkan bobot Purwakarta dan Bogor dengan Purwakarta dan Bandung. Karena bobot Purwakarta dengan Bandung lebih kecil dibandingkan Purwakarta dengan Bogor, pohon merentang akhir yang didapatkan adalah sebagai berikut.

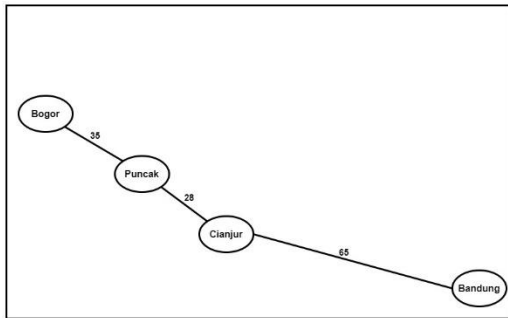


Gambar 22 Pohon Merentang Minimum Bogor-Bandung
 Sumber: arsip penulis

Pohon merentang diatas menunjukkan jarak minimum antar kota yang tercipta dari rute-rute tersebut adalah

$$52 + 35 + 28 + 32 + 65 + 62 = 274 \text{ km}$$

untuk mencapai semua daerah yang ada. Namun, karena yang diinginkan hanyalah rute dengan jarak minimum yang menghubungkan Bogor dengan Bandung, dapat dihilangkan beberapa simpul/daerah yang tidak diperlukan sehingga rute menjadi:



Gambar 23 Rute terdekat dari Bogor ke Bandung
 Sumber: arsip penulis

Dari hasil pengolahan tersebut didapat bahwa ada 2 daerah yang perlu dilalui untuk berpegian dari Bogor ke Bandung dengan jarak minimum, yaitu Puncak dan Cianjur. Sehingga rute yang dilalui adalah Rute Bogor-Puncak-Cianjur-Bandung. Total jarak yang ditempuh untuk mencapai Bandung dari Bogor adalah

$$35 + 28 + 65 = 128 \text{ km}$$

IV. KESIMPULAN

Pohon merentang minimum dapat menentukan jarak minimum dari suatu kota ke kota lainnya seperti Bogor dengan Bandung. Namun, jika dilihat kasus jarak minimum antara Bogor dengan Purwakarta, akan lebih dekat jika dari Bogor langsung ke Purwakarta dibandingkan harus melalui Puncak, Cianjur, dan Bandung terlebih dahulu seperti pada pohon merentang minimum.

Pohon merentang ini dapat menunjukkan rute dengan jarak minimum untuk mendatangi beberapa daerah yang direpresentasikan oleh simpul. Aplikasi dari pohon merentang ini akan cocok untuk digunakan dalam mencari rute dengan jarak minimum seseorang yang ingin mengunjungi semua daerah.

V. UCAPAN TERIMA KASIH

Puji syukur penulis ucapkan kepada Tuhan Yang Maha Esa karena berkat dan rahmatNya penulis dapat membuat dan menyelesaikan makalah ini dengan baik dan lancar. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada Ibu Dra. Harlili, M.Sc. selaku pengajar mata kuliah Matematika Diskrit. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada keluarga yang telah memberikan inspirasi dan teman-teman penulis yang membantu serta memberikan dukungan terhadap penulis selama pembuatan makalah ini.

REFERENCES

- [1] <https://bandung.go.id/> diakses pada 5 Desember 2021 pukul 21.00 WIB
- [2] <https://bogorkab.go.id/> diakses pada 14 Desember 2021 pukul 20.00 WIB
- [3] <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf> diakses pada 13 Desember 2021 pukul 21.00 WIB
- [4] <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Pohon-2020-Bag1.pdf> diakses pada 14 Desember 2021 pukul 16.00 WIB.
- [5] <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Pohon-2020-Bag2.pdf> diakses pada 14 Desember 2021 pukul 19.00 WIB.
- [6] <https://jabarprov.go.id/index.php/pages/id/1042> diakses pada 14 Desember 2021 pukul 17.00 WIB
- [7] <https://kotabogor.go.id/> diakses pada 5 Desember 2021 pukul 20.00 WIB

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 14 Desember 2021

Monica Adelia 13520096