

Penerapan Algoritma Kruskal dalam Menentukan Rute Terpendek untuk Mengunjungi 7 Keajaiban Dunia

Louis Yanggara – 13520063

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

13520063@std.stei.itb.ac.id

Abstrak—Di dunia ini, ada beberapa destinasi wisata yang ditetapkan sebagai 7 keajaiban dunia oleh UNESCO yang memiliki daya tarik tersendiri. Ketujuh keajaiban dunia ini tersebar luas di berbagai benua sehingga diperlukan sebuah rute yang dapat membantu wisatawan memilih rute terpendek untuk mengunjungi ketujuh keajaiban dunia. Dengan menggunakan Algoritma Kruskal, dapat dibuat sebuah pohon merentang minimum yang merepresentasikan rute terpendek yang dapat diambil oleh wisatawan dalam mengunjungi ketujuh keajaiban dunia sehingga perjalanan dapat dilakukan secara efisien.

Kata Kunci—Pohon, 7 Keajaiban Dunia, Algoritma Kruskal

I. PENDAHULUAN

Di dunia ini, ada banyak negara yang tersebar di berbagai benua. Setiap negara itu memiliki daya tarik tersendiri yang menjadi daya tarik untuk dikunjungi oleh wisatawan. Untuk menetapkan tempat yang dianggap bersejarah dan harus dilestarikan, suatu badan yang bernama UNESCO melakukan riset yang diikuti oleh pakar dari 21 negara untuk menetapkan tujuh keajaiban dunia. Pada tahun 2007, UNESCO menetapkan tujuh keajaiban dunia baru. Ketujuh bangunan yang dipilih tentulah akan menjadi target dari kunjungan wisatawan terutama wisatawan yang tertarik dengan bangunan kuno di dunia.

Ketujuh tempat yang ditetapkan sebagai keajaiban dunia tersebar cukup jauh pada benua Asia, Eropa, dan Amerika. Tempat-tempat tersebut tersebar jauh sehingga diperlukan sebuah rute untuk mengunjungi semua tempat secara efisien. Salah satu konsep yang dapat digunakan adalah Algoritma Kruskal yang dapat digunakan untuk membuat rute perjalanan yang mencakup ketujuh tempat yang disusun dengan jarak terpendek. Algoritma Kruskal merupakan konsep dalam Matematika Diskrit untuk membuat pohon merentang minimum yang dalam hal ini adalah rute terpendek.

II. LANDASAN TEORI

A. Graf

Graf biasanya digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Sebuah Graf dapat didefinisikan sebagai

$$G = (V, E)$$

yang dalam hal ini

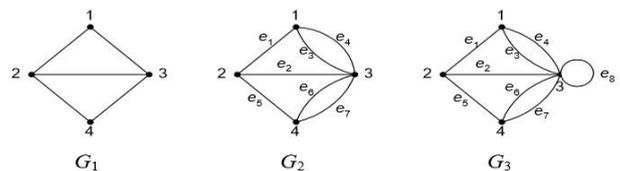
V = himpunan tidak kosong dari simpul-simpul (*vertices*)
 $= \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$

E = himpunan sisi (*edges*) yang menghubungkan sepasang simpul

$$= \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

Graf dapat dibagi menjadi beberapa jenis yaitu:

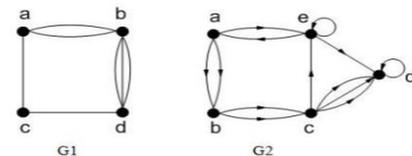
- I. Berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda
 - Graf sederhana (*simple graph*)
Graf yang tidak mengandung gelang maupun sisi ganda
 - Graf tak-sederhana (*unsimple-graph*)
Graf yang mengandung sisi ganda atau gelang. Graf tak-sederhana dapat dibedakan lagi menjadi Graf ganda atau Graf yang mengandung sisi ganda dan Graf semua atau Graf yang mengandung sisi gelang.



Gambar 1. (G_1) graf sederhana, (G_2) graf ganda, (G_3) graf semua
Sumber:

<https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf>

- II. Berdasarkan orientasi arah pada sisi
 - Graf tak-berarah (*undirected graph*)
Graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah
 - Graf berarah (*directed graph*)
Graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah



Gambar 2. (G_1) Graf tak-berarah, (G_2) Graf berarah
Sumber:

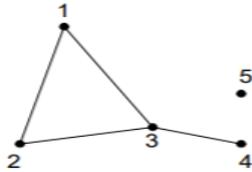
<https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf>

Dalam teori Graf terdapat beberapa terminologi atau istilah yang harus diketahui, yaitu:

- ❖ **Ketetangaan**
Sebuah simpul dikatakan bertetangga bila keduanya terhubung langsung. Contohnya adalah simpul e_1 pada G_2

yang terdapat pada Gambar 1 bertetangga dengan simpul 1 dan 2.

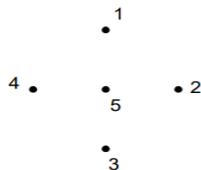
- ❖ Bersisian (*Incidency*)
Untuk sembarang sisi $e = (v_j, v_k)$ dikatakan e bersisian dengan simpul v_j atau e bersisian dengan simpul v_k .
- ❖ Simpul Terpencil (*Isolated Vertex*)
Simpul yang tidak memiliki sisi yang bersisian dengannya.



Gambar 3. Simpul 5 adalah simpul terpencil
Sumber:

<https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf>

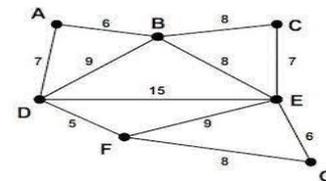
- ❖ Graf Kosong (*null graph* atau *empty graph*)
Graf yang himpunan sisinya merupakan himpunan kosong



Gambar 4. Contoh Graf Kosong
Sumber:

<https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf>

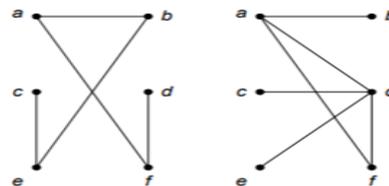
- ❖ Derajat (*degree*)
Derajat dari sebuah simpul adalah jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut
- ❖ Lintasan (*Path*)
Lintasan yang panjangnya n dari simpul awal (v_0) ke simpul tujuan (v_n) di graf G adalah barisan selang-seling dari simpul dan sisi.
- ❖ Siklus (*Cycle*) atau Sirkuit (*Circuit*)
Lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama.
- ❖ Keterhubungan (*Connected*)
Dua buah simpul disebut terhubung jika terdapat lintasan yang menghubungkan kedua simpul.
- ❖ Upagraf (*Subgraph*)
Upagraf adalah bagian lebih kecil dari sebuah graf yang mengandung sisi dan simpul dari graf.
- ❖ Upagraf Merentang (*Spanning Subgraph*)
Upagraf yang mengandung semua simpul dari Graf lainnya
- ❖ *Cut-set*
Himpunan sisi yang bila dibuang akan menyebabkan sebuah graf menjadi tidak terhubung.
- ❖ Graf Berbobot (*Weighted Graph*)
Graf yang setiap sisinya diberi sebuah harga (bobot).



Gambar 5. Graf berbobot
Sumber: Dokumen Pribadi

B. Pohon

Pohon adalah graf tak-berarah terhubung yang tidak mengandung sirkuit (lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama).



Gambar 4. Pohon(kiri), bukan pohon(kanan)
Sumber:

<https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Pohon-2020-Bag1.pdf>

C. Pohon Merentang (*spanning tree*)

Pohon merentang dari graf terhubung adalah upagraf merentang yang berupa pohon. Pohon merentang diperoleh dengan memotong sirkuit di dalam graf. Pohon merentang biasanya dimanfaatkan untuk menentukan ruas jalan minimum untuk menghubungkan semua kota setiap kota tetap terhubung satu sama lain. Salah satu konsep dari pohon merentang adalah Pohon Merentang Minimum, yaitu pohon merentang yang memiliki bobot minimum. Untuk menentukan pohon merentang minimum, ada 2 algoritma yang dapat digunakan yaitu Algoritma Prim dan Algoritma Kruskal. Pada permasalahan ini, algoritma yang akan digunakan adalah Algoritma Kruskal.

D. Algoritma Kruskal

Algoritma Kruskal merupakan sebuah algoritma yang diciptakan oleh Joseph Kruskal untuk menentukan pohon merentang minimum dari suatu graf. Langkah-langkah untuk memperoleh pohon merentang minimum dengan Algoritma Kruskal adalah:

- 1) T masih kosong
- 2) Pilih sisi (u, v) dengan bobot minimum yang tidak membentuk sirkuit di T . Tambahkan (u, v) ke dalam T .
- 3) ulangi langkah 2 sebanyak $n-1$ kali, dengan n adalah jumlah simpul yang ada.

III. DESKRIPSI MASALAH

Tujuh keajaiban dunia merupakan tempat-tempat yang ditetapkan oleh UNESCO sebagai Situs Warisan Dunia. Ketujuh bangunan yang terpilih ini merupakan hasil diskusi para pakar dari 21 negara yang menyeleksi tempat-tempat yang diajukan oleh setiap negara. Setelah melalui proses seleksi, pada tahun 2007 UNESCO mengumumkan ketujuh tempat yang terpilih dan dianggap sebagai Tujuh Keajaiban Dunia Baru. Ketujuh tempat itu adalah:

1. Petra (Yordania)
Bangunan yang terletak di gurun barat daya Yordania ini merupakan bekas pemukiman zaman pra-sejarah. Tempat ini semakin dikenal oleh dunia melalui film Indiana Jones and the Last Crusade (1989). Dulunya bangunan bersejarah ini menjadi lokasi untuk rute perdagangan rempah-rempah.
2. Taj Mahal (India)
Taj Mahal merupakan bangunan yang dibangun pada tahun 1632 dan dianggap sebagai bangunan seni muslim paling sempurna di India. Taj Mahal merupakan tempat pemakaman sebagai bentuk penghormatan pada Mumtaz Mahal, isteri dari seorang kaisar bernama Shah Jahan.
3. Tembok Besar (China)
Tembok Besar dibangun pada abad kelima atau sekitar 220 Sebelum Masehi dan digunakan untuk menghalau penyerbu dari utara untuk keluar dari China. Tembok Besar membentang sejauh 4000 mil yang menjadikannya salah satu bangunan terpanjang buatan manusia.
4. Machu Picchu (Peru)
Machu Picchu dibangun pada pertengahan tahun 1400 yang terletak di antara dua puncak Gunung Andes. Karena letak yang cukup jauh, sangat sulit untuk mengunjungi Machu Picchu yang hanya dapat dijangkau dengan menggunakan helikopter untuk mencapai puncak Gunung Andes.
5. Patung Kristus Penebus (Brazil)
Patung Kristus Penebus dibangun pada tahun 1931 yang memiliki tinggi 30 meter. Patung ini terletak di

- puncak Gunung Corcovado dan dipahat oleh seorang seniman asal Prancis yaitu Paul Landowski.
6. Chichen Itza (Meksiko)
Chichen Itza merupakan bangunan peninggalan dari peradaban Suku Maya di Meksiko. Suku Maya dikenal sebagai pemuja Dewa Matahari dan melakukan berbagai ritual.
 7. Colosseum (Italia)
Colosseum dibangun antara tahun 70-80 Masehi dan merupakan situs bersejarah dengan gaya arsitektur Imperialisme Romawi. Colosseum memiliki 4 tingkat yang mampu menampung hingga 5000 pengunjung.

IV. METODOLOGI

A. Pengumpulan Data

Untuk menggunakan Algoritma Kruskal, diperlukan data bobot setiap sisi graf yang pada kasus ini direpresentasikan sebagai jarak antar tempat. Untuk mempermudah pengumpulan data, digunakan Google Maps untuk menentukan jarak antar tempat serta pengecekan apakah terdapat rute pesawat terbang yang menghubungkan 1 tempat ke tempat lainnya hingga diperoleh data sebagai berikut:

Tabel 1
Data Jarak Antar Kota Tujuh Keajaiban Dunia (dalam mil)

	1	2	3	4	5	6	7
1		1962	4435	4846	4512	4475	1415
2	1962		1746	-	6627	6266	3117
3	4435	1746		4676	6697	5004	3171
4	4846	-	4676		3567	993	4074
5	4512	6627	6697	3567		2678	3668
6	4475	6266	5004	993	2678		3582
7	1415	3117	3171	4074	3668	3582	

Sumber: flightconnections.com yang diolah penulis

Keterangan:

1. Petra (Yordania /Tel Aviv)
2. Taj Mahal (India /Agra)
3. Tembok Besar (China /Beijing)
4. Machu Picchu (Peru/ Aguas Calientes)
5. Patung Kristus Penebus (Brazil/ Rio de Janeiro)
6. Chichen Itza(Meksiko /Cancun)
7. Colosseum(Italia/ Rome)

B. Pembuatan Graf

Dari Tabel 1, akan dibentuk sebuah Graf berarah yang menandakan rute terpendek yang dapat dipilih untuk mengunjungi semua tempat yang ada. Untuk itu, akan dilakukan

sedikit perubahan pada pemilihan sisi ketika menggunakan Algoritma Kruskal karena biasa Algoritma Kruskal digunakan untuk membuat Graf Merentang Minimum dari Graf tak-berarah. Namun secara garis besar, cara untuk membentuk Graf

Merentang Minimum tetap menggunakan prinsip dari Algoritma Kruskal yaitu memilih sisi dengan bobot minimum yang jika ditambahkan ke hutan merentang tidak menyebabkan terbentuknya sirkuit. Selain itu, dapat dilihat juga bahwa jarak yang ditempuh dari satu tempat ke tempat lainnya selalu sama artinya arah 1 ke 2 sama saja dengan 2 ke 1 sehingga arah panah

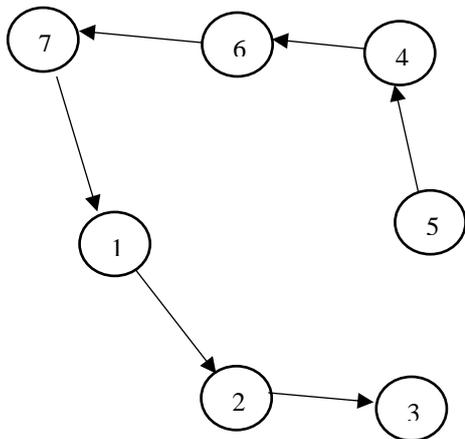
dari graf berarah dapat diubah sesuai dengan kebutuhan. Pada akhirnya akan terbentuk sebuah Graf Merentang Minimum yang merepresentasikan alur perjalanan dari wisatawan, dengan setiap simpul melambangkan sebuah tempat sesuai keterangan yang ada di Tabel 1.

Tabel 2
Langkah-Langkah pembuatan Graf Merentang Minimum

Langkah	Sisi	Bobot	Hutan Merentang
0			
1	(4,6)	993	
2	(1,7)	1415	
3	(2,3)	1746	
4	(1,2)	1962	
5	(4,5)	3567	

6	(6,7)	3582	
---	-------	------	--

Dengan menggunakan Algoritma Kruskal, diperoleh Graf Merentang minimum sebagai berikut



Jarak keseluruhan yang akan ditempuh jika melalui rute ini dan diperoleh dengan menjumlahkan semua bobot yang ada yaitu 993, 1415, 1746, 1962, 3567, 3582, sehingga diperoleh total jarak adalah 13265 mil. Selain dari jalur ini, yang dimulai dari Nomor 5 atau Patung Kristus Penebus yang terletak di Brazil, wisatawan dapat merubah alur perjalan sesuai dengan daerah asal mereka. Wisatawan dapat memilih jalur yang dimulai dari Nomor 3 yaitu Tembok Besar yang terletak di China. Fleksibilitas ini adalah hasil penelitian bahwa rute pesawat dari satu tempat ke tempat lain selalu tersedia untuk rute kebalikannya sehingga jarak yang ditempuh dari 1 ke 2 dan 2 ke 1 adalah sama. Dengan menggunakan Graf Merentang Minimum tersebut diharapkan para pecinta kebudayaan dapat memanfaatkan waktu mereka secara lebih efisien dan menyusun jadwal yang tepat.

V. KESIMPULAN

Tujuh keajaiban dunia merupakan objek wisata yang begitu diminati oleh semua orang terutama para pecinta kebudayaan kuno. Tidak hanya keindahan yang ditawarkan oleh tempat-tempat tersebut namun cerita-cerita yang terkandung di dalamnya membuat orang semakin penasaran untuk mengunjungi tempat tersebut. Namun, karena letak dari masing-masing tempat yang cukup jauh, cukup sulit untuk dapat mengunjungi semua tempat sekaligus. Untuk itulah makalah ini dibuat agar dapat menjadi bahan pertimbangan dari wisatawan yang ingin mengatur perjalanan yang lebih efisien.

Dengan menggunakan Algoritma Kruskal, dapat dibentuk sebuah rute yang terdiri dari jarak-jarak terpendek dari satu

tempat ke tempat lainnya. Mempertimbangkan bahwa data yang digunakan adalah data perjalanan, maka arah juga sangat penting dalam pembuatan graf, oleh karena itu dilakukan modifikasi terhadap Algoritma Kruskal untuk mendapat graf yang sesuai.

Cara lain selain menggunakan Algoritma Kruskal adalah Algoritma Prim yang menurut saya lebih mudah untuk langsung menentukan rute namun cukup sulit karena harus membuat graf lengkap terlebih dahulu.

Rute yang dihasilkan dari Algoritma Kruskal memang dapat membantu para wisatawan, namun banyak pertimbangan juga yang harus dilakukan seperti biaya yang diperlukan. Selain itu, data jarak yang digunakan hanya berdasarkan perjalanan dari satu kota ke kota lainnya dimana kota-kota itu merupakan kota terdekat dari tempat wisata sehingga wisatawan harus melakukan perjalanan lagi untuk menuju tempat yang seharusnya.

VI. UCAPAN TERIMA KASIH

Puji dan syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa karena atas berkat dan rahmat-Nya penulis dapat menyelesaikan makalah ini. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada Ibu Dra. Harlili S., M.Sc. selaku dosen mata kuliah IF2120 Matematika Diskrit Kelas K-02 dan Bapak Dr. Ir. Rinaldi Munir M.T. yang telah menyediakan bahan ajar melalui web sehingga materi dapat dicari dengan lebih mudah. Selain itu, penulis juga mengucapkan terima kasih kepada keluarga dan teman-teman yang telah mendukung dan membantu dalam proses penulisan makalah ini.

REFERENSI

- [1] Munir, Rinaldi. 2016. Matematika Diskrit Edisi Revisi Keenam. Bandung: Informatika. Bandung.
- [2] Latifah, U. 2014. Penerapan Algoritma Prim dan Kruskal pada Jaringan Distribusi Air PDAM Tirta Moedal Cabang Semarang Utara (Doctoral dissertation, Universitas Negeri Semarang).
- [3] Indika. 2011. Difference Between Directed and Undirected Graph. Diakses pada 13 Desember 2021 pukul 20.41 dari <https://www.differencebetween.com/difference-between-directed-and-vs-undirected-graph/>.
- [4] 7 Keajaiban Dunia Baru yang Indah dan Memukau, Wajib Dikunjungi. (2021, February 12). Merdeka.Com. <https://www.merdeka.com/jateng/7-keajaiban-dunia-baru-yang-indah-dan-memukau-wajib-dikunjungi-kl.html>
- [5] Björck, Erik and Fredrik Omstedt, A comparison of algorithms used in traffic control systems, Sweden:Stockholm, 2018.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 13 Desember 2021



Louis Yanggara 13520063