

# Minimalisasi Biaya Pembuatan Jalan Aspal di Nagari Lubuk Buklang dengan *Minimum Spanning Tree*

Ilham Pratama - 13520041<sup>1</sup>

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

<sup>1</sup>13520041@std.itb.ac.id

**Abstract**—Lubuk Buklang merupakan nama dari sebuah nagari berkembang yang terletak di Kecamatan Pulau Punjung, Kab. Dharmasraya. Sebagai nagari berkembang, Lubuk Buklang belum mempunyai akses jalan yang memadai. Karena hal tersebut pemerintah Kab. Dharmasraya berencana untuk melakukan pembuatan jalan aspal di nagari tersebut. Untuk meminimalisasi biaya pembuatan jalan, salah satu metode yang dapat digunakan adalah mengubah wilayah Nagari Lubuk Buklang menjadi graf berbobot dan menggunakan *minimum spanning tree* untuk menentukan biaya minimum dari pembangunan jalan.

**Keywords**—Nagari Lubuk Buklang, jalan, minimum, *minimum spanning tree*.

## I. PENDAHULUAN

Jalan adalah prasarana yang digunakan masyarakat untuk melintas, baik dengan menggunakan kendaraan ataupun dengan cara lainnya. Jalan juga bisa diartikan sebagai penghubung dari satu titik ke titik lainnya atau dari suatu tempat ke tempat lainnya. Menurut hukum perundang-undangan Indonesia, yaitu Undang-Undang(UU) Nomor 38 Tahun 2004, jalan adalah prasarana yang ditujukan untuk transportasi darat, termasuk bagian jalan, berbagai bangunan serta perlengkapan untuk lalu lintas, berada di atas permukaan tanah dan atau air, terkecuali untuk jalan rel dan jalan kabel.

Pembangunan jalan adalah proses pembukaan ruangan lalu lintas yang mengatasi berbagai rintangan geografis. Pembangunan jalan merupakan salah satu hal yang perkembangannya beriringan dengan perkembangan zaman dan kemajuan teknologi. Hal tersebut karena jalan merupakan fasilitas penting yang digunakan oleh manusia untuk mencapai suatu tempat yang ingin dicapai.[1]

Nagari adalah kesatuan masyarakat hukum adat yang berada di Sumatera Barat yang terdiri dari beberapa himpunan suku yang memiliki wilayah – wilayahnya. Lubuk Buklang merupakan salah satu Nagari berkembang yang ada di Kabupaten Dharmasraya. Sebagai Nagari berkembang, tentunya Lubuk Buklang harus mempunyai jalan yang cukup memadai guna menunjang kegiatan di berbagai bidang, seperti di bidang ekonomi, sosial, adat dan budaya. Namun faktanya saat ini Lubuk Buklang belum mempunyai jalan yang cukup memadai, hal ini dikarenakan jalan yang berada di Nagari tersebut banyak yang berlubang. Karena hal tersebut, pemerintah kabupaten Dharmasraya berencana untuk membangun jalan aspal baru di

Lubuk Buklang guna menunjang berbagai kegiatan yang diselenggarakan di Nagari tersebut.[2]

## II. DASAR TEORI

### A. Graf

Graph adalah sebuah struktur yang terdiri dari sekumpulan gari titik dan garis yang digunakan untuk mempresentasikan objek-objek diskrit dan relasi antara objek-objek tersebut. Titik pada graph disebut simpul(vertex) dan garis pada graf disebut sisi(edges). Secara matematis, suatu graf  $G$  dapat didefinisikan sebagai  $G = (V, E)$ , dalam hal ini  $V$  merupakan himpunan tidak-kosong dari simpul-simpul,  $V = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$ , dan  $E$  adalah himpunan sisi(edges) yang menghubungkan sepasang simpul,  $E = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$ .

Graf mempunyai 2 jenis sisi, yaitu sisi ganda dan sisi gelang. Graf mempunyai sisi ganda jika graf memiliki lebih dari satu sisi yang menghubungkan dua simpul yang sama. Sedangkan graf dikatakan mempunyai sisi gelang jika graf mempunyai suatu sisi yang menghubungkan satu simpul yang sama. Berdasarkan ada atau tidaknya sisi ganda dan sisi gelang, graf dibedakan menjadi 2 jenis, yaitu

#### 1. Graf sederhana (*simple graph*)

Graf sederhana adalah graf yang tidak memiliki sisi gelang dan sisi ganda.

#### 2. Graf tak-sederhana (*unsimple-graph*)

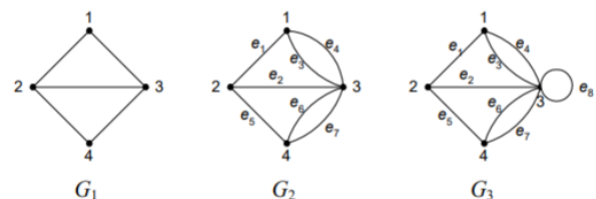
Graf tak-sederhana adalah graf yang memiliki sisi ganda atau sisi gelang. Graf sederhana dapat dibedakan lagi menjadi 2 jenis graf, yaitu

##### a. Graf ganda (*multi-graph*)

Graf ganda adalah graf yang mempunyai sisi ganda.

##### b. Graf semu (*pseudo-graph*)

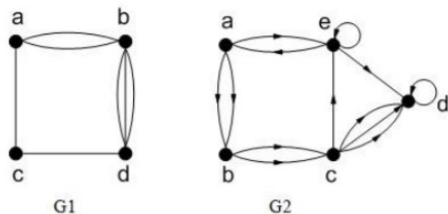
Graf semu adalah graf yang mempunyai sisi gelang.



Gambar 1. contoh graf sederhana( $G_1$ ), graf ganda ( $G_2$ ), dan graf semu ( $G_3$ )  
sumber : <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf>

Berdasarkan orientasi arah pada sisi, graf dibedakan menjadi 2 jenis, yaitu

1. Graf tak-berarah (*undirected graph*)  
Graf tak-berarah adalah graf yang sisinya tidak mempunyai arah
2. Graf berarah (*directed graph*)  
Graf berarah adalah graf yang setiap sisinya diberi orientasi arah

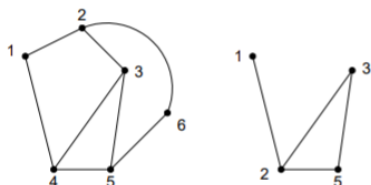


Gambar 2. graf tak-berarah ( $G_1$ ) dan graf berarah ( $G_2$ )

sumber : <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf>

Selain itu, ada beberapa istilah penting lainnya pada graf yang digunakan untuk menyelesaikan makalah ini, yaitu upagraf(subgraph), upagraf merentang(spanning subgraf), graf berbobot (weighted graph), dan sirkuit.

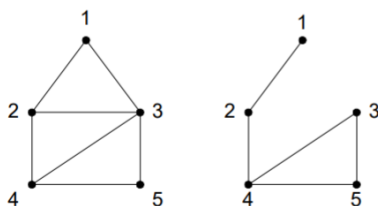
1. Upagraf (*subgraph*)  
Misalkan  $G = (V, E)$  adalah sebuah graf.  $G_1 = (V_1, E_1)$  adalah upagraf dari  $G$  jika  $V_1 \subseteq V$  dan  $E_1 \subseteq E$ .



Gambar 3. graf  $G$  (kiri) dan upagraf  $G$  (kanan)

sumber : <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf>

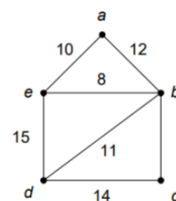
2. Upagraf Merentang (*Spanning Subgraph*)  
Upagraf  $G_1 = (V_1, E_1)$  dari  $G = (V, E)$  dikatakan upagraf merentang jika  $V_1 = V$  (yaitu  $G_1$  mengandung semua simpul dari  $G$ ).



Gambar 4. graf  $G$  (kiri) dan upagraf merentang  $G$  (kanan)

sumber : <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf>

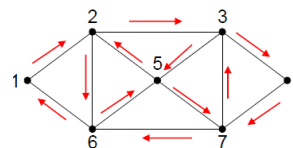
3. Graf Berbobot (*Weighted Graph*)  
Graf berbobot adalah graf yang setiap sisinya diberi sebuah harga (bobot).[3]



Gambar 5. graf berbobot

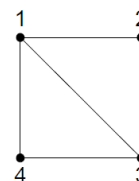
sumber : <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf>

4. Sirkuit  
Sirkuit adalah lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama. Panjang sirkuit adalah jumlah sisi dalam sirkuit tersebut. Graf memiliki 2 sirkuit, yaitu :
  - a. Sirkuit Euler  
Sirkuit Euler ialah sirkuit yang melewati masing-masing sisi tepat satu kali.
  - b. Sirkuit Hamilton  
Sirkuit Hamilton ialah sirkuit yang melalui tiap simpul di dalam graf tepat satu kali, kecuali simpul asal sekaligus simpul akhir yang dilalui dua kali.[4]



Gambar 6. graf yang punya sirkuit euler

sumber : <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf>



Gambar 7. graf yang punya sirkuit Hamilton

sumber : <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf>

#### B. Pohon

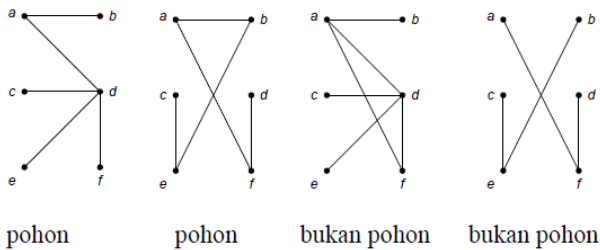
Pohon adalah graf tak-berarah yang tidak mengandung sirkuit di dalamnya. Pohon mempunyai beberapa sifat(properti), misalnya  $G = (V, E)$  adalah graf tak-berarah sederhana dan jumlah simpulnya  $n$ . maka semua pernyataan berikut adalah ekuivalen :

- 1)  $G$  adalah pohon.
- 2) Setiap pasang simpul di dalam  $G$  terhubung dengan lintasan tunggal.
- 3)  $G$  terhubung dan memiliki  $m = n - 1$  buah sisi.
- 4)  $G$  tidak mengandung sirkuit dan memiliki  $m = n - 1$  buah

sisi.

- 5)  $G$  tidak mengandung sirkuit dan penambahan satu sisi pada graf akan membuat hanya satu sirkuit.
- 6)  $G$  terhubung dan semua sisinya adalah jembatan.

Semua pernyataan diatas bisa dikatakan sebagai definisi lain dari sebuah pohon. Adapun hutan adalah kumpulan pohon yang saling lepas atau graf yang tidak mengandung sirkuit. Setiap komponen di dalam graf terhubung tersebut adalah pohon.

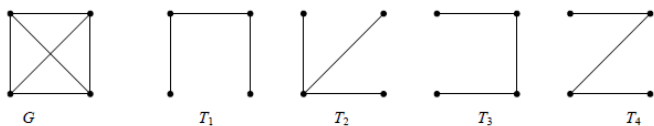


Gambar 8. contoh pohon dan bukan pohon  
(sumber :

<https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Pohon-2020-Bag1.pdf>)

### C. Pohon merentang (*Spanning Tree*)

Pohon merentang dari graf terhubung adalah upagraf merentang yang berupa pohon. Pohon merentang diperoleh dengan memutus sirkuit di dalam graf. Setiap graf mempunyai paling sedikit satu pohon merentang. Graf tak-terhubung dengan  $k$  komponen mempunyai  $k$  buah hutan merentang yang disebut dengan hutan merentang (*spanning forest*).

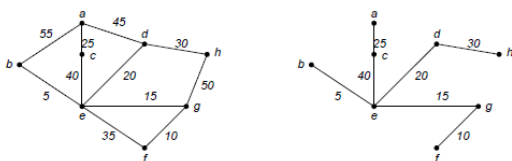


Gambar 9. contoh pohon yang bisa didapatkan dari graf  $G$   
(sumber :

<https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Pohon-2020-Bag1.pdf>)

### D. Pohon merentang Minimum

Graf terhubung mungkin mempunyai lebih dari 1 buah pohon merentang. Pohon merentang yang berbobot minimum dinamakan pohon merentang minimum (minimum spanning tree).



Gambar 10. contoh pohon merentang minimum  
(sumber :

<https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Pohon-2020-Bag1.pdf>)

Pohon merentang minimum dapat ditentukan dengan menggunakan 2 algoritma, yaitu :

#### 1. Algoritma Prim

Langkah- langkah yang dilakukan adalah :

- 1) ambil sisi dari graf  $G$  yang berbobot minimum, masukkan ke dalam  $T$
- 2) pilih sisi  $(u,v)$  yang mempunyai bobot minimum dan bersisian dengan simpul di  $T$ , tetapi  $(u,v)$  tidak membentuk sirkuit di  $T$ . masukkan  $(u,v)$  ke dalam  $T$ .
- 3) ulangi langkah 2 sebanyak  $n-2$  kali

#### 2. Algoritma Kruskal

Langkah-;langkah yang dilakukan adalah :

- 1) Sisi-sisi dari graf sudah diurut menaik berdasarkan bobotnya dari bobot yang kecil ke bobot besar
- 2) Pastikan  $T$  masih kosong
- 3) pilih sisi  $(u, v)$  dengan bobot minimum yang tidak membentuk sirkuit di  $T$ . Tambahkan  $(u, v)$  ke dalam  $T$ .
- 4) ulangi langkah 2 sebanyak  $n - 1$  kali.

Pohon merentang minimum yang dihasilkan tidak selalu unik meskipun bobotnya tetap sama. Hal ini terjadi jika ada beberapa sisi yang dipilih akan berbobot sama.[5]

## III. ANALISIS DAN PEMBAHASAN

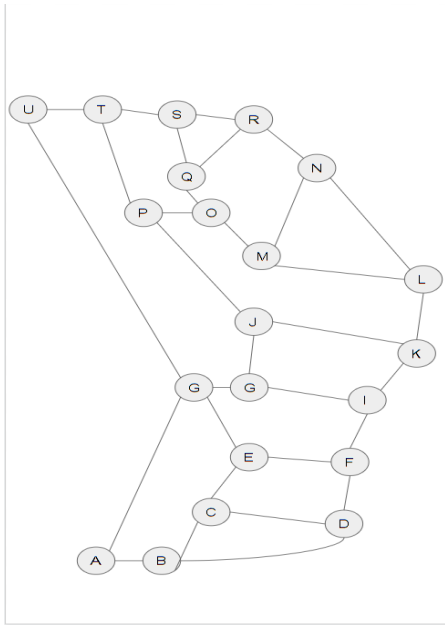
### A. Pemodelan peta Nagari Lubuk Buklang sebagai graf

Peta awal dari Nagari Lubuk Buklang adalah sebagai berikut.



Gambar 11. Peta Nagari Lubuk Buklang  
sumber : google map [6]

Peta pada gambar 11, akan diubah menjadi sebuah graf. Dalam graf simpul mempresentasikan persimpangan dari jalan dan sisi menyatakan jalan yang akan dibuat jalan aspal. Dan didapatkan hasil sebagai berikut.



Gambar 12. Graf Nagari Lubuk Buklang  
(sumber : dokumen penulis)

Graf di atas mempunyai bobot sebagai berikut.

Tabel 1. Bobot pada graf

NO	sisi	Jarak (m)
1	A – B	38
2	A – G	132
3	B – C	44
4	B – D	185
5	C – D	124
6	C – E	45
7	D – F	32
8	E – F	90
9	E – G	42
10	F – I	37
11	G – H	26
12	G – U	182
13	H – I	74
14	H – J	53
15	I – K	55
16	J – K	107
17	J – P	49
18	K – L	33
18	L – M	120
19	L – N	105
20	M – N	68
21	M – O	22
22	N – R	33
23	O – P	25
24	O – Q	14
25	P – T	87
26	Q – R	59
27	Q – S	54
28	R – S	56

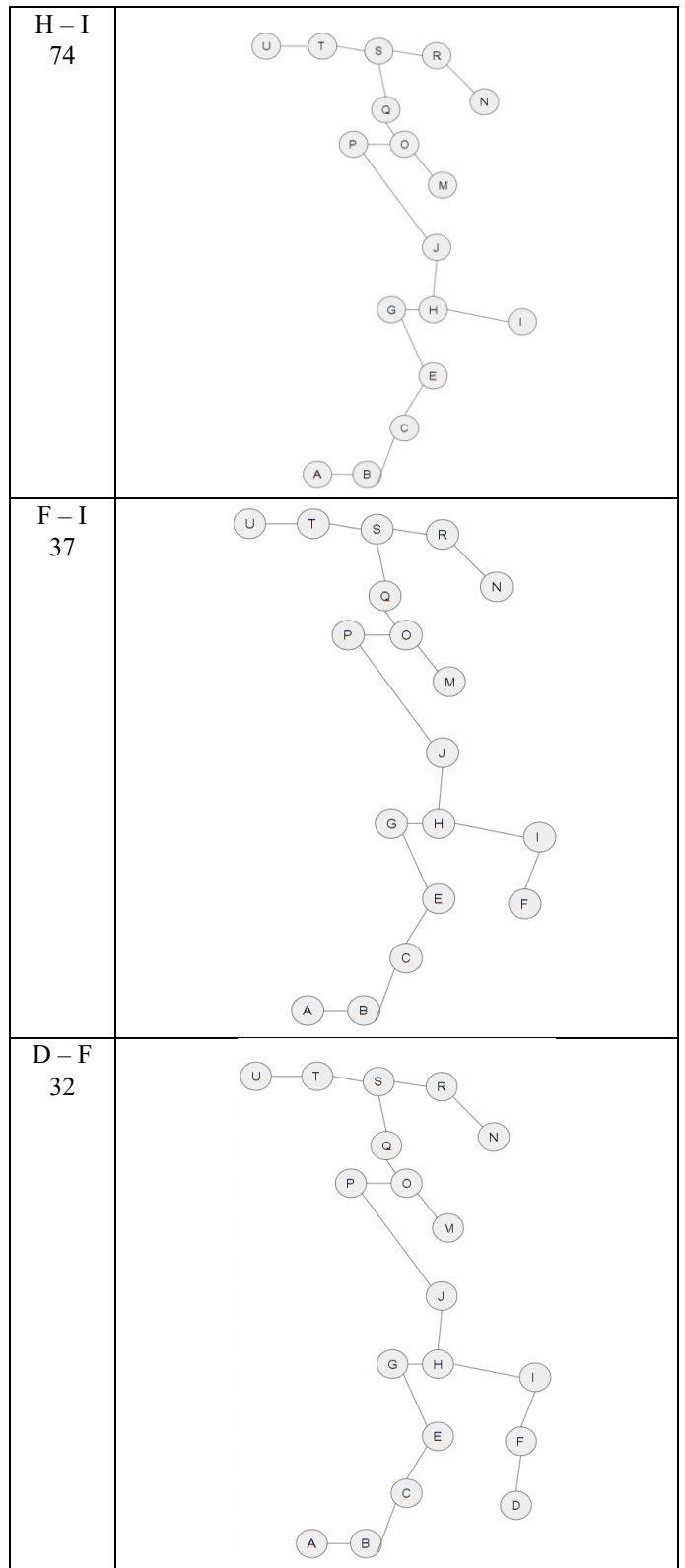
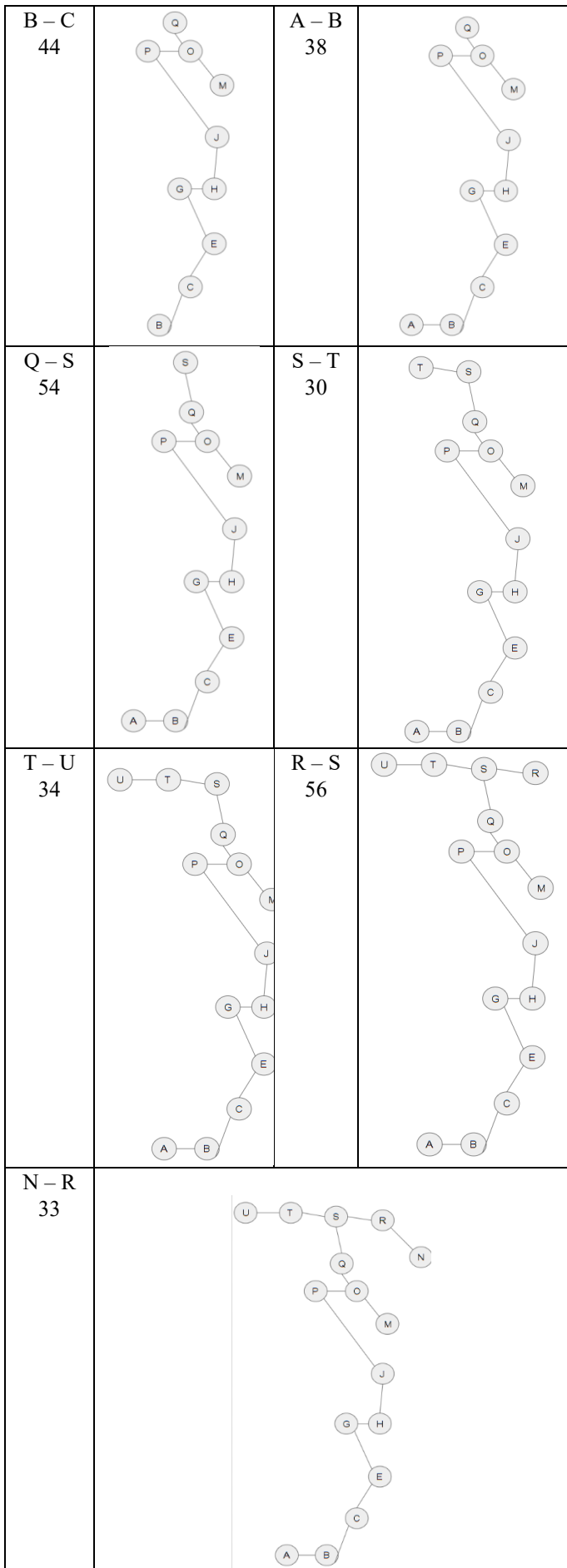
29	S – T	30
30	T – U	34

### B. Membangun minimum spanning tree

Setelah bobot pada graf ditentukan, sekarang kita bisa menentukan minimum spanning tree dari graf tersebut. Penentuan minimum spanning tree dilakukan dengan menggunakan algoritma prim. Langkah- langkahnya adalah sebagai berikut.

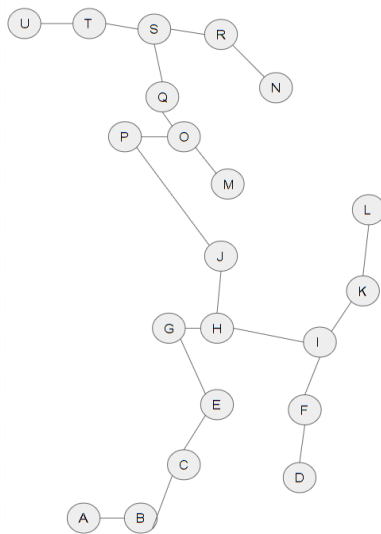
Tabel 2. Pembangunan minimum spanning tree

Sisi , Bobot	Gambar	Sisi, bobot	Gambar
O – Q 14		M – O 22	
O – P 25		J – P 49	
H – J 53		G – H 26	
E – G 42		C – E 45	



I – K 55	
K – L 33	

Dengan menggunakan algoritma prim di dapatkan minimum spanning tree dengan bentuk pohon sebagai berikut.



Gambar 13. Minimum spanning tree Nagari Lubuk Buklang (sumber : dokumen penulis)

Dengan bobot minimum pada pohon tersebut adalah 708 m.

### C. Minimalisasi biaya

Bobot minimum dari minimum spanning tree adalah 708 m, sedangkan bobot total dari graf adalah 2055 m. dengan menggunakan bobot tersebut, minimalisasi biaya yang dilakukan adalah

Misalkan X adalah biaya pembangunan jalan per meter, maka

$$\text{minimalisasi (\%)} = 100\% - \frac{708 \times X}{2055 \times X} \times 100\%$$

$$\text{minimalisasi (\%)} = 100\% - 34,45\%$$

$$\text{minimalisasi (\%)} = 65,55\%$$

Bisa dilihat dengan menggunakan minimum spanning tree pada pembangunan jalan di Nagari Lubuk Buklang, biaya yang berhasil di minimalisasi adalah sebesar 65,55%

## IV. KESIMPULAN

Graf dan pohon merupakan salah satu struktur dalam matematika diskrit yang kegunaannya sangat banyak. Salah satu kegunaannya adalah minimalisasi biaya pembuatan jalan seperti yang ditunjukkan oleh makalah ini. Dengan mengubah peta suatu wilayah menjadi graf berbobot, biaya minimum untuk pembangunan jalan bisa dicari dengan menggunakan algoritma-algoritma yang digunakan untuk mencari minimum spanning tree. Dengan hasil yang diperoleh seperti pada pembahasan di atas, pembaca dapat menggunakan metode ini untuk meminimalkan biaya pembuatan jalan di suatu daerah.

## V. UCAPAN TERIMA KASIH

Pertama dan utama sekali penulis mengucapkan puji syukur ke hadirat Allah SWT, dengan rahmat dan karunia-Nya penyusunan makalah dengan judul “Minimalisasi Biaya Pembuatan Jalan Aspal di Nagari Lubuk Buklang dengan Minimum Spanning Tree” dapat diselesaikan dengan baik dan tepat waktu

Selanjutnya penulis juga mengucapkan terima kasih kepada Bapak Dr.Ir.Rinaldi Munir selaku dosen pembimbing IF 2120 yang telah membimbing penulis dalam memahami materi-materi yang digunakan sebagai acuan dalam penyusunan makalah ini.

Terakhir penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang membantu penulis dalam penyusunan makalah ini.

## REFERENCES

- [1] Pengertian jalan dan jalan raya <https://www.kompas.com/skola/read/2020/11/12/113000069/pengertian-jalan-dan-jalan- raya> diakses pada 12 Desember 2021 pada pukul 15.13
- [2] Pengertian nagari. <https://www.gurupendidikan.co.id/pengertian-nagari/> diakses pada 12 Desember pukul 16. 11
- [3] Rinaldi Munir. 2021. Graf (Bag.1). <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf> diakses pada 13 Desember 16.27
- [4] Rinaldi Munir. 2021. Graf (Bag.3). <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian3.pdf> diakses pada 13 Desember pukul 18.59
- [5] Rinaldi Munir. 2021. Pohon (Bag.1). <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Pohon-2020-Bag1.pdf> diakses pada 13 Desember pukul 19. 33

[6] Peta Kecamatan Pulau Punjung. Google Map. <https://www.google.co.id/maps/@-0.9580231,101.5184241,16.71z> diakses pada 13 Desember pukul 20.05

### PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 14 Desember 2021

A handwritten signature in black ink, consisting of a large, stylized loop on the left and a horizontal line extending to the right, with some smaller scribbles below it.

Ilham Pratama (13520041)