

Aplikasi Graf untuk Menjawab Persoalan The Knight's Tour pada Permainan Catur

Diky Restu Maulana - 13520017¹

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

¹13520017@std.stei.itb.ac.id

Abstrak—Catur adalah permainan papan strategi dua orang yang dimainkan pada sebuah papan persegi berisi 64 kotak berwarna hitam dan putih. Kuda adalah salah satu buah catur yang memiliki keistimewaan, yaitu dapat melompati buah catur lain sehingga dapat berpindah dengan cepat dari satu petak ke petak lain. Namun pertanyaannya, apakah kuda bisa menempati setiap kotak di papan tepat sekali? Makalah ini akan menjawab pertanyaan itu dengan memanfaatkan teori graf.

Kata kunci—graf, simpul, sisi, derajat, lintasan, siklus, Euler, Hamilton, catur, kuda.

I. PENDAHULUAN

Teori graf adalah salah satu cabang kajian dalam ilmu matematika dan komputer yang mempelajari sifat-sifat graf. Secara informal, suatu graf adalah himpunan benda-benda yang disebut "simpul" (*vertex* atau *node*) yang terhubung oleh "sisi" (*edge*) atau "busur" (*arc*). Biasanya graf digambarkan sebagai kumpulan titik-titik (melambangkan "simpul") yang dihubungkan oleh garis-garis (melambangkan "sisi") atau garis berpanah (melambangkan "busur"). Suatu sisi dapat menghubungkan suatu simpul dengan simpul yang sama. Sisi yang demikian dinamakan "gelang" (*loop*).

Graf sering digunakan dalam berbagai bidang keilmuan. Misalnya, graf digunakan untuk menggambarkan rantai makanan dalam bidang Biologi. Dalam Astronomi, graf digunakan untuk menggambarkan rasi bintang. Perancangan suatu *circuit* dalam bidang Elektronika juga memanfaatkan graf agar tidak terjadi interferensi arus listrik. Bidang Kimia menggunakan graf untuk menggambarkan isomer suatu molekul. Terakhir, bidang Informatika memanfaatkan graf dalam pengujian program. Makalah ini akan membahas aplikasi graf untuk menganalisis sebuah permainan papan yang legendaris, yaitu catur.

Catur adalah permainan papan strategi dua orang yang dimainkan pada sebuah papan persegi berisi 64 buah kotak berwarna hitam putih. Catur diyakini berasal dari permainan India, *chaturanga* (yang menjadi asal nama catur), sekitar abad ke-7. *Chaturanga* juga diperkirakan merupakan nenek moyang dari permainan strategi serupa yang berasal dari Dunia Timur, seperti *xiangqi* (catur Cina), *janggi* (catur Korea), dan *shogi* (catur Jepang). Catur mencapai Eropa pada abad ke-9, saat terjadi penaklukan Hispania oleh Umayyah. Buah-buah catur

tersebut diperkirakan mendapat bentuknya yang dikenal saat ini pada akhir abad ke-15 di Spanyol, sedangkan aturan catur modern distandardisasi pada abad ke-19.

Dahulu, catur merupakan pertandingan bergengsi yang hanya dimainkan oleh para bangsawan. Catur juga sering digunakan untuk melatih strategi perang para prajurit. Namun, kini catur sudah bisa dinikmati oleh siapa saja. Catur digemari oleh banyak orang di Indonesia, bahkan dunia. Meskipun dimainkan dalam keadaan duduk di kursi dan tidak berkeringat, catur dikategorikan sebagai salah satu cabang olahraga. Hal ini disebabkan pemain catur perlu menggunakan otaknya untuk memikirkan seluruh kemungkinan langkah yang akan terjadi. Tentu perlu energi dan stamina yang besar jika ingin memenangkan sebuah pertandingan catur.

Saat ini, federasi catur seluruh dunia dinaungi oleh FIDE (*Fédération Internationale des Échecs*). FIDE menerbitkan peraturan resmi dalam bermain catur. Berbagai turnamen catur bergengsi pun bermunculan, seperti *Chess Olympiad*, *The Candidate*, dan *World Chess Championship*. Teori catur terus berkembang seiring berjalannya waktu. Mulai dari teori *opening* hingga teori *endgame*. Setiap pertandingan yang dimainkan selalu menghadirkan posisi baru sehingga bermunculan berbagai *problem* catur. Oleh karena itu, penulis tertarik untuk menjawab sebuah *problem* catur yang bernama *The Knight's Tour*, yaitu bisakah kuda menempati seluruh petak tanpa melewati petak yang sama lebih dari sekali? Analisis untuk menjawab pertanyaan ini dilakukan dengan memanfaatkan graf.

II. LANDASAN TEORI

A. Definisi Graf

Graf merupakan sekumpulan titik dan garis yang digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Titik-titik pada graf disebut simpul, sementara garis-garis pada graf disebut sisi. Sisi-sisi pada graf menjadi penghubung antar simpul. Graf $G = (V, E)$ yang dalam hal ini

$$V = \text{himpunan tak kosong dari simpul-simpul (vertices)} \\ = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$$

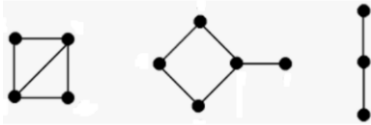
$$E = \text{himpunan sisi-sisi (edges) yang menghubungkan} \\ \text{sepasang simpul} \\ = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

B. Jenis Graf

Graf dikatakan mengandung sisi ganda jika terdapat lebih dari satu sisi yang menghubungkan dua simpul yang sama, sedangkan sisi gelang pada graf adalah sisi yang menghubungkan satu simpul yang sama. Berdasarkan ada tidaknya sisi gelang atau sisi ganda, graf digolongkan menjadi tiga jenis, yaitu

1. Graf Sederhana (*simple graph*)

Graf sederhana adalah graf yang tidak mengandung sisi ganda maupun sisi gelang.

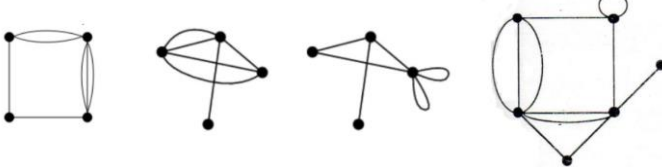


Gambar 1. Contoh Graf Sederhana

(Sumber: <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf> diakses pada 12 Desember 2021 pukul 23.20)

2. Graf Tak Sederhana (*unsimple graph*)

Graf tak sederhana adalah graf yang mengandung sisi ganda atau sisi gelang.



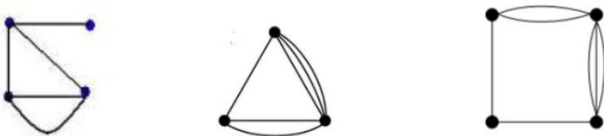
Gambar 2. Contoh Graf Tak Sederhana

(Sumber: <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf> diakses pada 12 Desember 2021 pukul 23.20)

Graf tak sederhana dibedakan lagi menjadi

1. Graf Ganda (*multi-graph*)

Graf ganda adalah graf yang mengandung sisi ganda.

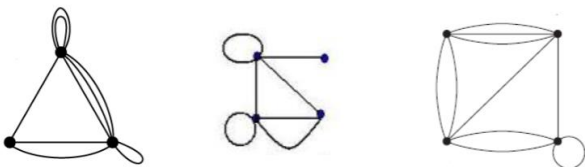


Gambar 3. Contoh Graf Ganda

(Sumber: <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf> diakses pada 12 Desember 2021 pukul 23.20)

2. Graf Semu (*pseudo-graph*)

Graf semu adalah graf yang mengandung sisi gelang.



Gambar 4. Contoh Graf Semu

(Sumber: <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf> diakses pada 12 Desember 2021 pukul 23.20)

Berdasarkan orientasi arah pada sisi, graf dibedakan menjadi dua jenis, yaitu

1. Graf Tak Berarah (*undirected graph*)

Graf tak berarah adalah graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah.

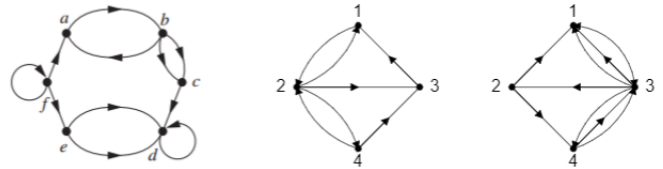


Gambar 5. Contoh Graf Tak Berarah

(Sumber: <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf> diakses pada 12 Desember 2021 pukul 23.20)

2. Graf Berarah (*directed graph*)

Graf berarah adalah graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah.



Gambar 6. Contoh Graf Berarah

(Sumber: <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf> diakses pada 12 Desember 2021 pukul 23.20)

C. Terminologi Graf

Beberapa istilah penting yang digunakan dalam makalah ini adalah sebagai berikut

1. Derajat (*degree*)

Derajat suatu simpul adalah jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut. Derajat dinotasikan sebagai $d(v)$

2. Lintasan (*path*)

Lintasan yang panjangnya n dari simpul awal v_0 ke simpul tujuan v_n di dalam graf G adalah barisan berselang-seling simpul-simpul dan sisi-sisi yang berbentuk

$$v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \dots, v_{n-1}, e_n, v_n$$

sedemikian sehingga

$$e_1 = (v_0, v_1), e_2 = (v_1, v_2), \dots, e_n = (v_{n-1}, v_n)$$

adalah sisi-sisi dari graf G .

Panjang lintasan adalah jumlah sisi dalam lintasan tersebut.

3. Siklus (*cycle*) atau Sirkuit (*circuit*)

Siklus atau sirkuit adalah lintasan yang berawal dan berakhir di simpul yang sama. Panjang sirkuit adalah jumlah sisi dalam sirkuit tersebut.

4. Keterhubungan (*connection*)

Dua buah simpul v_1 dan v_2 dikatakan terhubung jika terdapat lintasan dari v_1 ke v_2 . G disebut graf terhubung (*connected graph*) jika untuk setiap pasang simpul v_i dan v_j dalam himpunan V terdapat lintasan dari v_i ke v_j . Jika tidak, maka G disebut graf tak terhubung (*disconnected graph*).

5. Lintasan dan Sirkuit Euler

Lintasan Euler adalah lintasan yang melalui tiap sisi di dalam graf tepat satu kali. Sirkuit Euler adalah sirkuit yang melalui tiap sisi di dalam graf tepat satu kali. Graf yang mempunyai sirkuit Euler disebut graf Euler (*Eulerian graph*). Graf yang mempunyai lintasan Euler disebut graf semi-Euler (*semi-Eulerian graph*).

6. Lintasan dan Sirkuit Hamilton

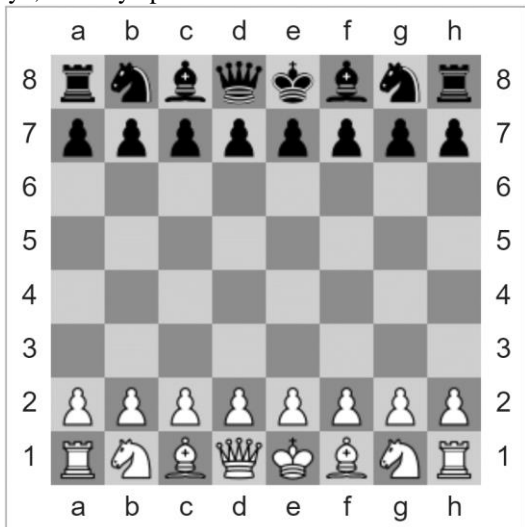
Lintasan Hamilton adalah lintasan yang melalui tiap simpul di dalam graf tepat satu kali. Sirkuit Hamilton adalah sirkuit yang melalui tiap simpul di dalam graf tepat satu kali, kecuali simpul asal (sekaligus simpul akhir) yang dilalui dua kali. Graf yang mempunyai sirkuit Hamilton disebut graf Hamilton. Graf yang mempunyai lintasan Hamilton disebut graf semi-Hamilton.

D. Teorema

1. **Graf Euler**
 Graf tidak berarah G adalah graf Euler (memiliki sirkuit Euler) jika dan hanya jika G terhubung dan setiap simpul berderajat genap.
2. **Graf Semi Euler**
 Graf tidak berarah memiliki lintasan Euler (graf semi Euler) jika dan hanya jika terhubung dan memiliki dua buah simpul berderajat ganjil atau tidak ada simpul berderajat ganjil sama sekali.
3. **Graf Hamilton**
 Syarat cukup supaya graf sederhana $G = (V, E)$ dengan $n \geq 3$ buah simpul adalah graf Hamilton ialah bila derajat tiap simpul paling sedikit $n/2$ atau dapat dituliskan sebagai berikut
 $d(v) \geq n/2$ untuk $v \in V$
4. **Graf Semi Hamilton**
 Belum ada cara pasti untuk menentukannya.

E. Catur

Catur adalah permainan oleh dua orang, dilengkapi dengan buah catur sebanyak 16 buah berwarna hitam dan 16 buah lagi berwarna putih, masing-masing terdiri atas 8 bidak (pion), 2 benteng, 2 gajah (menteri), 2 kuda, 1 permaisuri atau wazir, dan 1 raja [3]. Catur dimainkan di atas papan persegi berukuran 8×8 . Kolom ditandai dengan huruf dan baris ditandai dengan angka. Setiap petak dapat disebut sebagai koordinat baris dan kolomnya, misalnya petak A7.



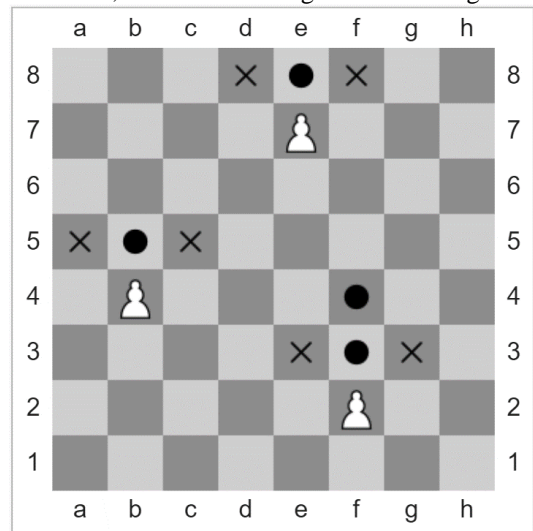
Gambar 7. Papan Catur dan Bidak

(Sumber: <https://id.wikipedia.org/wiki/Catur> diakses pada 13 Desember 2021 pukul 00.30)

F. Buah Catur

1. Pion (*pawn*)

Pion adalah buah paling lemah dalam catur. Pion hanya bisa berjalan selangkah ke depan, yang berarti ke arah barisan lawan, dan tidak menyerang buah catur lawan dalam arah ini. Dalam langkah pertama, pion dapat maju 2 kotak dan tidak ada yang menghambat jalan ini. Untuk memakan, bidak harus mengambil arah diagonal sekali.

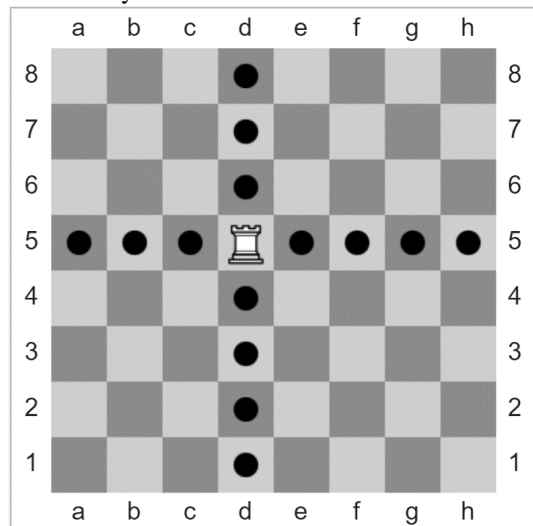


Gambar 8. Gerakan Pion

(Sumber: <https://id.wikipedia.org/wiki/Catur> diakses pada 13 Desember 2021 pukul 00.30)

2. Benteng (*rook*)

Benteng adalah buah catur yang memiliki gerak lurus, baik ketika bergerak maupun ketika memukul buah catur lawan. Benteng memiliki gerakan istimewa, yaitu *rokade*. Setiap pemain catur memiliki dua benteng di setiap sudut permainan ketika memulai bermain. Pada awal permainan benteng tidak dapat bergerak karena terhalangi buah catur lainnya. Benteng baru dapat bergerak ketika medan permainan sudah terbuka. Benteng bisa melangkah lurus sepanjang baris dan lajur di papan kecuali bila ada buah catur lain yang menghalanginya. Benteng tidak dapat melompati buah catur lainnya kecuali saat melakukan *rokade*.

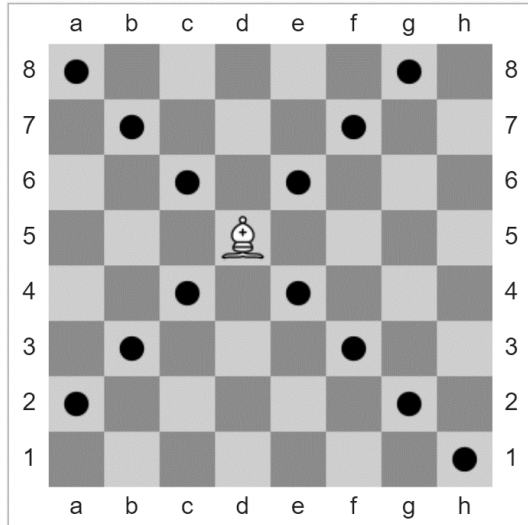


Gambar 9. Gerakan Benteng

(Sumber: <https://id.wikipedia.org/wiki/Catur> diakses pada 13 Desember 2021 pukul 00.30)

3. Gajah (*bishop*)

Gajah adalah buah catur yang dapat bergerak sepanjang diagonal, tetapi tidak dapat melompati buah catur lain. Pada awal permainan, setiap pemain memiliki sepasang gajah yang terletak di warna kotak berbeda, yaitu gajah petak terang dan gelap. Gajah petak gelap akan selalu berada di petak terang, begitu pula gajah petak terang.

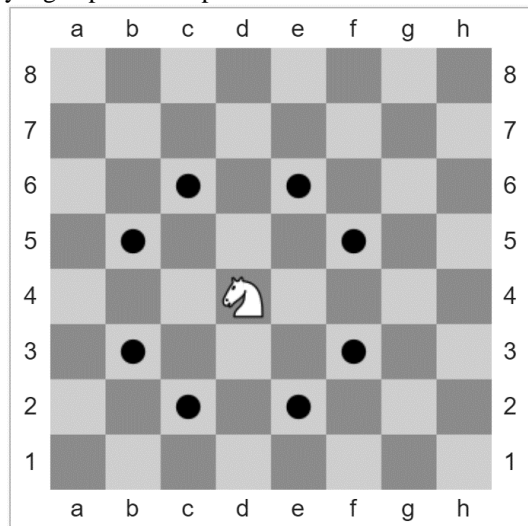


Gambar 10. Gerakan Gajah

(Sumber: <https://id.wikipedia.org/wiki/Catur> diakses pada 13 Desember 2021 pukul 00.30)

4. Kuda (*knight*)

Kuda dapat bergerak ke segala arah sepanjang gerakannya seperti huruf L, yaitu memanjang dua petak dan melebar satu petak, atau memanjang satu petak dan melebar dua petak. Hanya kuda satu-satunya buah catur yang dapat melompati buah catur lain.



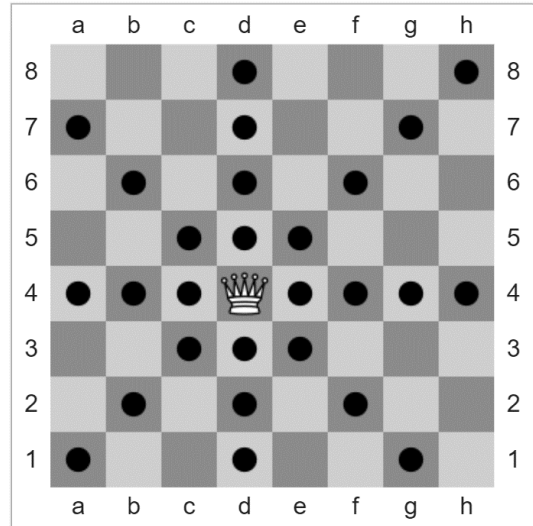
Gambar 11. Gerakan Kuda

(Sumber: <https://id.wikipedia.org/wiki/Catur> diakses pada 13 Desember 2021 pukul 00.30)

5. Menteri (*queen*)

Menteri adalah buah catur yang paling kuat. Menteri memiliki gerakan kombinasi dari benteng dan gajah, sehingga dapat bergerak sepanjang petak ke segala arah

(baik horizontal, vertikal, maupun diagonal), tetapi tidak dapat melompati buah catur lain.

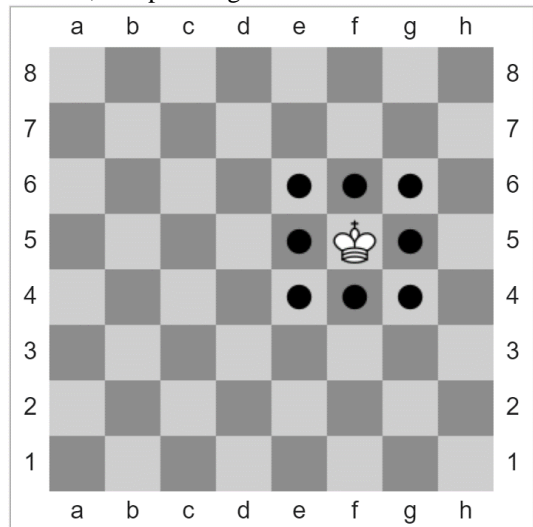


Gambar 12. Gerakan Menteri

(Sumber: <https://id.wikipedia.org/wiki/Catur> diakses pada 13 Desember 2021 pukul 00.30)

6. Raja (*king*)

Raja adalah buah catur yang paling berharga. Permainan akan berakhir jika raja dalam posisi diserang dan tidak ada jalan untuk membebaskannya (*checkmate*). Raja dapat bergerak sejauh satu petak, baik horizontal, vertikal, maupun diagonal.



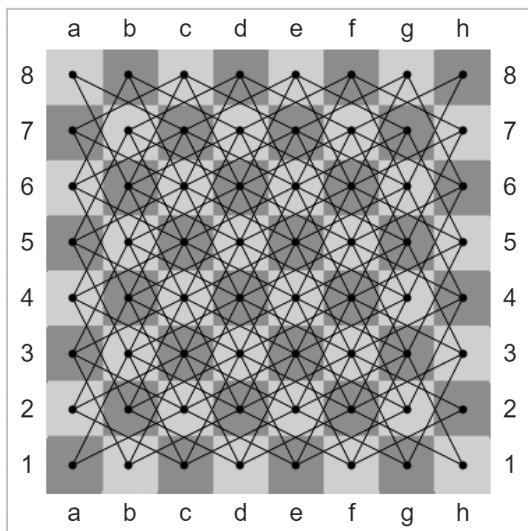
Gambar 13. Gerakan Raja

(Sumber: <https://id.wikipedia.org/wiki/Catur> diakses pada 13 Desember 2021 pukul 00.30)

III. PEMBAHASAN

A. Pemodelan Masalah

Langkah pertama adalah membuat sebuah graf yang merepresentasikan papan catur. Setiap petak di papan dijadikan sebuah simpul. Lalu, buat sisi untuk mewakili langkah kuda yang legal, yaitu seperti huruf L. Papan catur terdiri atas 8x8 petak atau 64 petak sehingga graf yang dihasilkan memiliki simpul sebanyak 64 buah.



Gambar 13. Graf Langkah Kuda
(Sumber: dokumen pribadi)

Dihasilkan sebuah graf $G = (V, E)$ dengan simpul

$$V = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, \\ b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, b_7, b_8, \\ c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6, c_7, c_8, \\ d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6, d_7, d_8, \\ e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, \\ f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, f_7, f_8, \\ g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6, g_7, g_8, \\ h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, h_6, h_7, h_8\}$$

dan sisi

$$E = \{(a_1b_3), (a_1c_2), (a_2c_1), (a_2c_3), (a_2b_4), (a_3b_1), (a_3c_2), \\ (a_3c_4), (a_3b_5), (a_4b_2), (a_4c_3), (a_4c_5), (a_4b_6), (a_5b_3), (a_5c_4), \\ (a_5c_6), (a_5b_7), (a_6b_4), (a_6b_8), (a_6c_5), (a_6c_7), (a_7b_5), (a_7c_6), \\ (a_7c_8), (a_8b_6), (a_8c_7), (b_1c_3), (b_1d_2), (b_2c_4), (b_2d_1), (b_2d_3), \\ (b_3c_1), (b_3c_5), (b_3d_2), (b_3d_4), (b_4c_2), (b_4c_6), (b_4d_3), (b_4d_5), \\ (b_5c_3), (b_5c_7), (b_5d_4), (b_5d_6), (b_6c_4), (b_6c_8), (b_6d_5), (b_6d_7), \\ (b_7c_5), (b_7d_6), (b_7d_8), (b_8c_6), (b_8d_7), (c_1d_3), (c_1e_2), (c_2d_4), \\ (c_2e_1), (c_2e_3), (c_3d_1), (c_3d_5), (c_3e_2), (c_3e_4), (c_4d_2), (c_4d_6), \\ (c_4e_3), (c_4e_5), (c_5d_3), (c_5d_7), (c_5e_4), (c_5e_6), (c_6d_4), (c_6d_8), \\ (c_6e_5), (c_6e_7), (c_7d_5), (c_7e_6), (c_7e_8), (c_8d_6), (c_8e_7), (d_1e_3), \\ (d_1f_2), (d_2e_4), (d_2f_1), (d_2f_3), (d_3e_1), (d_3e_5), (d_3f_2), (d_3f_4), \\ (d_4e_2), (d_4e_6), (d_4f_3), (d_4f_5), (d_5e_3), (d_5e_7), (d_5f_4), (d_5f_6), \\ (d_6e_4), (d_6e_8), (d_6f_5), (d_6f_7), (d_7e_5), (d_7f_6), (d_7f_8), (d_8e_6), \\ (d_8f_7), (e_1f_3), (e_1g_2), (e_2f_4), (e_2g_1), (e_2g_3), (e_3f_1), (e_3f_5), \\ (e_3g_2), (e_3g_4), (e_4f_2), (e_4f_6), (e_4g_3), (e_4g_5), (e_5f_3), (e_5f_7), \\ (e_5g_4), (e_5g_6), (e_6f_4), (e_6f_8), (e_6g_5), (e_6g_7), (e_7f_5), (e_7g_6), \\ (e_7g_8), (e_8f_6), (e_8g_7), (f_1g_3), (f_1h_2), (f_2g_4), (f_2h_1), (f_2h_3), \\ (f_3g_1), (f_3g_5), (f_3h_2), (f_3h_4), (f_4g_2), (f_4g_6), (f_4h_3), (f_4h_5), \\ (f_5g_3), (f_5g_7), (f_5h_4), (f_5h_6), (f_6g_4), (f_6g_8), (f_6h_5), (f_6h_7), \\ (f_7g_5), (f_7h_6), (f_7h_8), (f_8g_6), (f_8h_7), (g_1h_3), (g_2h_4), (g_3h_1), \\ (g_3h_5), (g_4h_2), (g_4h_6), (g_5h_3), (g_5h_7), (g_6h_4), (g_6h_8), (g_7h_5), \\ (g_8h_6)\}$$

Setiap simpul pada graf di tersebut perlu dianalisis derajatnya. Derajat setiap simpul dapat dilihat pada tabel berikut.

Tabel 1. Matriks Derajat Simpul Graf Langkah Kuda

2	3	4	4	4	4	3	2
3	4	6	6	6	6	4	3
4	6	8	8	8	8	6	4
4	6	8	8	8	8	6	4
4	6	8	8	8	8	6	4
4	6	8	8	8	8	6	4
3	4	6	6	6	6	4	3
2	3	4	4	4	4	3	2

Perjalanan kuda di atas papan untuk melewati setiap petak memiliki dua kemungkinan. Bisa jadi kuda kembali lagi ke petak asalnya atau tidak. Jika kuda berakhir di petak asalnya, perjalanan kuda disebut perjalanan tertutup (*closed tour*) dan kita perlu menemukan sirkuit Hamilton. Artinya, perlu dilakukan pengecekan apakah graf langkah kuda merupakan graf Hamilton atau bukan. Namun, jika perjalanan kuda tidak berakhir di petak asalnya, perjalanan itu disebut perjalanan terbuka (*opened tour*) dan kita hanya perlu ditemukan sebuah lintasan Hamilton. Dengan kata lain, perlu dilakukan pengecekan apakah graf langkah kuda merupakan graf semi-Hamilton.

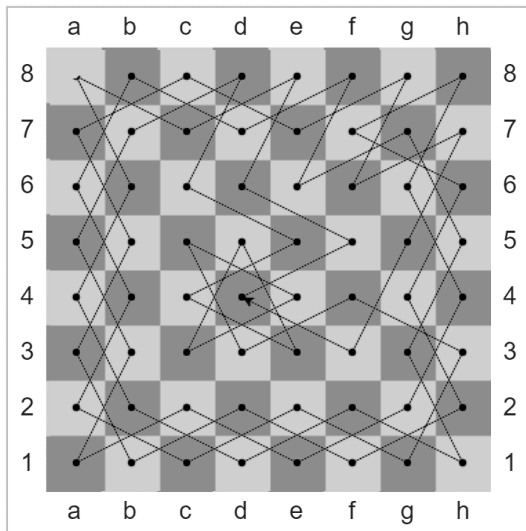
B. Pengecekan Sirkuit Hamilton

Graf langkah kuda memiliki simpul sebanyak 64 buah. Berdasarkan teorema, haruslah setiap simpul pada graf langkah kuda memiliki derajat minimal sejumlah

$$\frac{n}{2} = \frac{64}{2} = 32$$

Berdasarkan tabel 1, derajat simpul pada graf langkah kuda yang terbesar hanya bernilai 8. Dari teorema ini, seharusnya graf langkah kuda bukanlah graf Hamilton. Dengan kata lain, kuda tidak bisa melakukan perjalanan dengan melewati setiap petak satu kali dan berakhir di petak asalnya.

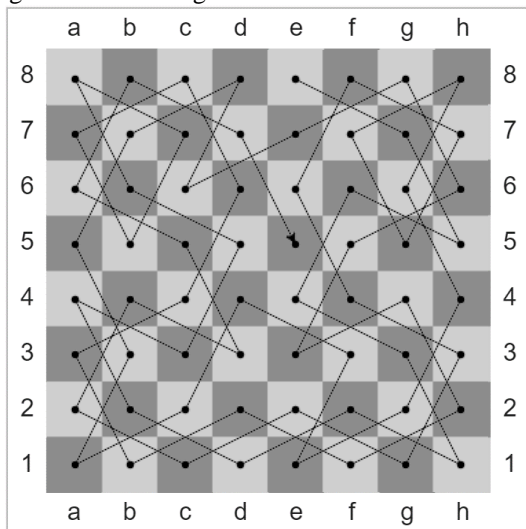
Namun, jika dilakukan pengecekan manual, ternyata terdapat sirkuit Hamilton di dalam graf langkah kuda. Ilustrasinya dalam graf berarah adalah sebagai berikut.



Gambar 14. Sirkuit Hamilton pada Graf Langkah Kuda
(Sumber: dokumen pribadi)

C. Pengecekan Lintasan Hamilton

Tidak ada teorema khusus untuk melakukan pengecekan. Oleh karena itu, penulis melakukan pengecekan manual. Ditemukan sebuah lintasan Hamilton yang diilustrasikan dalam bentuk graf berarah sebagai berikut.



Gambar 15. Lintasan Hamilton pada Graf Langkah Kuda
(Sumber: dokumen pribadi)

V. KESIMPULAN

Berdasarkan eksperimen yang telah dilakukan, terdapat sirkuit Hamilton dan lintasan Hamilton di dalam graf langkah kuda. Artinya, kuda dapat melakukan perjalanan tertutup (*closed tour*), maupun perjalanan terbuka (*opened tour*) dengan melewati setiap petak di atas papan satu kali.

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan sebelumnya oleh para ahli, ditemukan bahwa di atas papan berukuran 8×8 , terdapat 26.534.728.821.064 perjalanan tertutup. Angka tersebut dihitung dengan membedakan perjalanan dengan arah berkebalikan, rotasi, dan refleksi. Artinya, sirkuit dan lintasan Hamilton yang ditemukan oleh penulis hanyalah salah satu di antara sekian banyak kemungkinan perjalanan kuda.

Penulis berharap makalah ini dapat membantu siapapun yang

sedang belajar catur dan dapat memuaskan rasa penasarannya terhadap problem catur. Penulis juga berharap dapat ditemukan sebuah teorema yang dapat menemukan sirkuit dan lintasan Hamilton dengan tepat karena kesimpulan yang didapatkan oleh penulis bertentangan dengan teorema yang ada.

VII. UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan puji syukur ke hadirat Allah Swt. karena atas rahmat dan karunia-Nya, proyek makalah Matematika Diskrit yang berjudul "Aplikasi Graf untuk Menjawab Persoalan Langkah Kuda pada Permainan Catur" dapat diselesaikan dengan baik dan tepat waktu.

Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada Bapak Dr. Ir. Rinaldi, M.T., Ibu Dra. Harlili M.Sc, dan Ibu Dr. Nur Ulfa Maulidevi, S.T., M.Sc. selaku dosen pengajar mata kuliah IF2120 Matematika Diskrit yang telah membimbing penulis memahami materi yang digunakan untuk membuat makalah ini.

Terakhir, penulis juga mengucapkan terima kasih kepada kedua orang tua dan keluarga yang mendukung penulis dalam mengerjakan makalah ini.

REFERENSI

- [1] Rinaldi Munir. 2021. *Graf (Bag. 1)*. Diakses pada 12 Desember 2021 pukul 23.20 dari <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian1.pdf>.
- [2] Rinaldi Munir. 2021. *Graf (Bag. 2)*. Diakses pada 12 Desember 2021 pukul 23.20 dari <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian2.pdf>.
- [3] Rinaldi Munir. 2021. *Graf (Bag. 3)*. Diakses pada 12 Desember 2021 pukul 23.20 dari <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Graf-2020-Bagian3.pdf>.
- [4] Badan Pengembangan dan Pembinaan Bahasa, Kemdikbud. *Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI)*. Diakses pada 13 Desember 2021 pukul 00.30 dari <https://kbbi.web.id/catur>.
- [5] H. A. Davidson, *A short history of chess*, New York: D. McKay Co, 1968.
- [6] Brendan McKay, *Knight's Tours on an 8×8 Chessboard*, Canberra, 1997.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 14 Desember 2020

Diky Restu Maulana
13520017