Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung

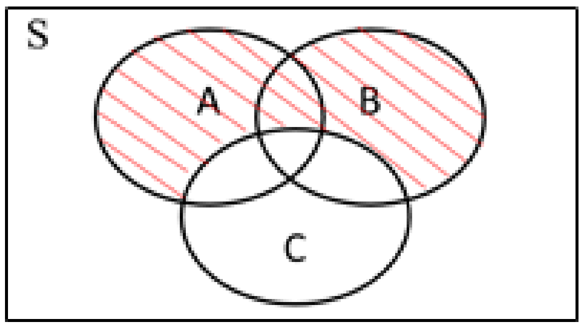
Nama :…………………………
NIM :…………………………
T.tangan:…………………………

Solusi Kuis ke-1 IF2120 Matematika Diskrit (3 SKS) – Himpunan, Relasi dan Fungsi
Dosen: Rinaldi Munir, Harlili, Fariska Zakhralativa, Nur Ulfa Maulidevi
Kamis, 17 September 2020
Waktu: 50 menit

1. Tulis ulang pernyataan berikut (jika **tidak** menuliskannya, maka ujian tidak akan diperiksa, nilai langsung 0): "Saya menyatakan bahwa saya mengerjakan kuis ini dengan sejujur-jujurnya, tanpa bantuan orang lain dan tanpa menggunakan cara yang tidak dibenarkan. Apabila pada kemudian hari diketahui saya mengerjakan kuis ini dengan cara yang tidak jujur, saya bersedia mendapatkan konsekuensinya, yaitu mendapatkan nilai E pada mata kuliah IF22120 Semester 1 2020/2021. " (Nilai: 2)

2. Berapa banyak bilangan dari 1 sampai 1000 (termasuk 1 dan 1000) yang habis dibagi 3 atau 5 tetapi tidak habis dibagi oleh 7? (Nilai: 20)

Jawaban:



Misalkan:

S = himpunan bilangan dari 1 sampai 1000

A = himpunan bilangan dari 1 sampai 1000 yang habis dibagi 3

B = himpunan bilangan dari 1 sampai 1000 yang habis dibagi 5

C = himpunan bilangan dari 1 sampai 1000 yang habis dibagi 7

Dari Diagram Venn di atas, banyak bilangan dari 1 sampai 1000 yang habis dibagi 3 atau 5 tetapi tidak habis dibagi oleh 7 didefinisikan sebagai $(A \cup B \cup C) - C$ atau yang diarsir merah pada Diagram Venn.

$n(A)$ = Banyak bilangan habis dibagi 3 = 1000 div 3 = 333

$n(B)$ = Banyak bilangan habis dibagi 5 = 1000 div 5 = 200

$n(C)$ = Banyak bilangan habis dibagi 7 = 1000 div 7 = 142

$n(A \cap B)$ = Banyak bilangan habis dibagi 15 = 1000 div 15 = 66

$n(B \cap C)$ = Banyak bilangan habis dibagi 35 = 1000 div 35 = 28

$n(A \cap C)$ = Banyak bilangan habis dibagi 21 = 1000 div 21 = 47

$n(A \cap B \cap C)$ = Banyak bilangan habis dibagi 105 = 1000 div 105 = 9

Maka, dengan menggunakan prinsip Eksklusi-Inklusi dalam perhitungan $A \cup B \cup C$, maka

$$n((A \cup B \cup C)) - n(C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C) - n(C)$$
$$= 333 + 200 + 142 - 66 - 28 - 47 + 9 - 142$$
$$= 401 \text{ bilangan}$$

Jadi, banyak bilangan dari 1 sampai 1000 yang habis dibagi 3 dan 5 tetapi tidak habis dibagi 7 adalah 401 bilangan.

3. Tunjukkan dengan menggunakan hukum-hukum himpunan bahwa (A ∪ C) – (B – A) = A ∪ (C – B) (Nilai: 20)

   Jawaban:
   Tinjau sisi kiri

(A ∪ C) - (B - A)	= (A ∪ C) $\cap(B - A)^c$	(definisi selisih)
	= (A ∪ C) $\cap(B \cap A^c)^c$	(definisi selisih)
	= (A ∪ C) $\cap(B^c \cup A)$	(hukum de morgan)
	= (A ∪ C) $\cap(A \cup B^c)$	(hukum komutatif)
	= A ∪ (C ∩ B^c)	(hukum distributif)
	= A ∪ (C - B)	(definisi selisih)

4. Misalkan terdapat suatu relasi R, dimana R={(1,3),(2,1),(2,2),(3,1)} pada himpunan A={1,2,3}. Carilah klosur menghantar dari R dengan menggunakan metode matriks! (Nilai: 20)

   Jawaban:
   Matriks yang merepresentasikan relasi R adalah

$$M_R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

   Maka matriks klosur menghantar dari R adalah

$$M_{R^+} = M_R \; V \; {M_R}^2 V \; {M_R}^3$$

   Terlebih dahulu kita cari nilai dari MR^2 dan MR^3

$${M_R}^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

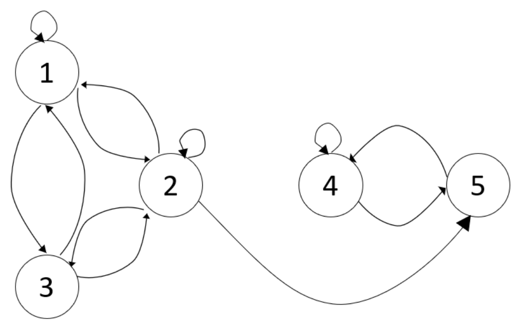
$${M_R}^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

   Sehingga

$$M_{R^+} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} V \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} V \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

   Oleh karena itu, klosur menghantar dari R adalah
   R^+ = **{(1,1), (1,3), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,3)}**

5. Pada relasi R yang digambarkan dengan graf di bawah ini, tentukanlah apakah relasi tersebut bersifat refleksif/tidak, menghantar/tidak, setangkup/tidak, atau tolak setangkup/tidak? Tuliskan terlebih dahulu himpunan dari relasi tersebut dan jelaskan pula alasan untuk setiap sifat tersebut! (Nilai: 20)



Jawaban:

A= {1,2,3,4,5}

S = {(1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (2,3), (2,5), (3,1), (3,2), (4,4), (4,5), (5,4)}

a. Refleksif? Tidak, karena (3,3), (5,5) ∉ S
b. Menghantar? Tidak, karena terdapat (3,2) dan (2,5) ∈ S tetapi (3,5) ∉ S
c. Setangkup? Tidak, karena terdapat (2,5) ∈ R tetapi (5,2) ∉ S
d. Tolak-Setangkup? Tidak, karena 1 != 2 tetapi (1, 2) ∈ S dan (2, 1) ∈ S

6. Tentukan apakah fungsi berikut surjektif, injektif, bijektif, atau bukan ketiganya, jelaskan alasannya
   a. $g(x) = |x|; \quad g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$
   b. $h(x) = x^2 - 1$, $h : \mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$, dengan $\mathbf{A} = \{x \mid -1 \leq x \leq 1,\ x \in \boldsymbol{R}\}$ dan $\mathbf{B} = \{y \mid -1 \leq y \leq 0,\ y \in \boldsymbol{R}\}$

(Nilai: 20)

Jawaban:

a. bukan ketiganya
- fungsi *g(x)* **tidak surjektif** karena tidak semua nilai bilangan real merupakan jelajah dari *g* (Contoh: tidak ada $\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R}$ yang mampu memberikan $g(x) = |x| = -1$)
- fungsi *g(x)* **tidak injektif** karena dua *x* yang memiliki nilai berbeda dapat memiliki hasil yang sama untuk $g(x) = |x|$. Contohnya, $g(-1) = g(1) = 1$
- karena *f(x)* tidak injektif dan tidak surjektif, maka *f(x)* **tidak bijektif**

b. surjektif
- fungsi *h(x)* **surjektif** karena setiap bilangan real pada **B** merupakan jelajah dari *h*
- Fungsi *h(x)* **tidak injektif** karena dua *x* yang memiliki nilai berbeda dapat memiliki hasil yang sama untuk $h(x) = x^2 - 1$, Contohnya, $h(1) = h(-1) = 0$
- karena *h(x)* surjektif namun tidak injektif, maka *h(x)* **tidak bijektif**