

Soal UTS IF2120 Matematika Diskrit 2020

Himpunan

Pada setiap soal hanya ada satu jawaban yang benar dari 5 pilihan jawaban A, B, C, D, dan E. Tuliskan Jawaban yang benar.

1. Dalam seleksi penerima beasiswa prestasi, setiap mahasiswa harus lulus tes TPA (Tes Potensi Akademik) dan Bahasa Inggris. Dari 180 peserta terdapat 103 orang dinyatakan lulus tes TPA dan 142 orang lulus tes Bahasa. Banyak siswa yang dinyatakan lulus sebagai penerima beasiswa prestasi adalah ..
A. 38 orang
B. 45 orang
C. 65 orang
D. 77 orang
E. 58 orang

Kunci jawaban: C

2. Misalkan A dan B adalah himpunan pada himpunan universal U. Daftar urutan banyaknya anggota secara membesar, mulai dari himpunan banyak anggota sedikit sampai himpunan banyak anggota banyak yang benar adalah
A. $|\emptyset|, |A - B|, |A \cup B|, |A \cap B|, |A| + |B|$
B. $|\emptyset|, |A \cap B|, |A - B|, |A \cup B|, |A| + |B|$
C. $|\emptyset|, |A \cap B|, |A \cup B|, |A - B|, |A| + |B|$
D. $|\emptyset|, |A \cap B|, |A - B|, |A| + |B|, |A \cup B|$
E. $|\emptyset|, |A - B|, |A \cap B|, |A| + |B|, |A \cup B|$

Kunci jawaban: B, C

3. Operasi beda setangkup dari himpunan A dan B dinyatakan oleh $A \oplus B$ adalah himpunan yang memuat anggota A atau B tetapi tidak di keduanya A dan B. Pernyataan yang benar dari kesamaan operasi beda setangkup adalah
A. $(A \oplus B) \oplus B = A$
B. $(A \oplus A) \oplus B = A$
C. $(A \oplus B) \oplus B = B$
D. $(B \oplus A) \oplus B = A$
E. $(B \oplus A) \oplus A = B$

Kunci jawaban: A, D, E

4. $P(A)$ adalah himpunan kuasa (*power set*). Jika a dan b adalah berbeda merupakan anggota himpunan, tentukan berapa banyak anggota (elemen) dari power set $P(\{\emptyset, a, \{a\}, \{\{a\}\})$.
- 4
 - 8
 - 6
 - 16
 - 12

Kunci jawaban: D

5. Himpunan ganda (*Multi set*) adalah himpunan yang anggotanya boleh berulang. A dan B adalah himpunan ganda, $A = \{a, a, a, b, b, c\}$ $B = \{a, a, b, b, b, d, d, d, d\}$. Pernyataan yang benar dari operasi dibawah adalah
- $A \cap B = \{a, a, b, b, c, d\}$
 - $A - B = \{a, b, b, c\}$
 - $A + B = \{a, a, a, a, a, b, b, b, c, d\}$
 - $A + B = \{a, a, a, b, b, b, b, c, d\}$
 - $A \cap B = \{a, a, b, b\}$

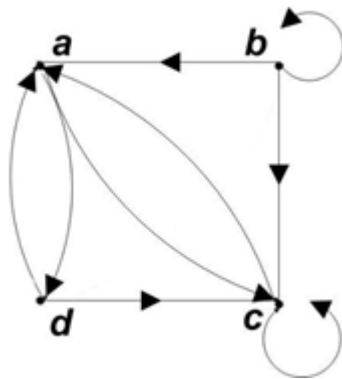
Kunci jawaban: E

Relasi dan Fungsi

6. Manakah diantara relasi berikut yang bersifat: refleksif, setangkup, tidak menghantar:
- Himpunan $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $R = \{(1,1), (1,3), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 3), (4, 1), (4, 3), (4, 4)\}$
 - Himpunan $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $R = \{(1, 1), (1, 2), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3), (4, 1), (4, 4)\}$
 - Himpunan $A = \{1, 2, 3\}$, $R = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$
 - Himpunan $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $R = \{(1,1), (1,3), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 4), (4, 3), (4, 4)\}$
 - Himpunan $A = \{1, 2, 3\}$, $R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$
 - Semua jawaban tidak ada yang benar

Kunci jawaban: B

7. Diketahui relasi yang didefinisikan pada himpunan $A = \{a, b, c, d\}$. Relasi direpresentasikan dalam graf berarah berikut ini:



Relasi tersebut tidak menghantar. Agar relasi bersifat menghantar, maka busur yang perlu ditambahkan adalah:

- A. (b, d), (d, b), (d, d),
- B. (b, d), (d, d)
- C. (a, a), (d, b)
- D. (a, a), (b, d), (d, d)
- E. (a, a), (b, d), (d, b), (d, d)
- F. Semua jawaban di atas tidak ada yang benar

Kunci jawaban: F

8. Tentukan sifat relasi pada himpunan semua bilangan bulat berikut:

$$(x, y) \in R \text{ jika dan hanya jika } xy \geq 1$$

apakah memiliki sifat refleksif, menghantar, setangkup atau tolak setangkup:

- A. Tidak refleksif, tidak menghantar, setangkup, tolak setangkup
- B. Refleksif, tidak menghantar, setangkup, tidak tolak setangkup
- C. Tidak refleksif, menghantar, setangkup, tolak setangkup
- D. Refleksif, menghantar, setangkup, tidak tolak setangkup
- E. Tidak refleksif, menghantar, setangkup, tidak tolak setangkup
- F. Semua jawaban di atas tidak ada yang benar

Kunci jawaban: E

9. Diberikan fungsi bilangan riil sebagai berikut: $f(x) = (x + 1)/(x + 2)$. Fungsi tersebut bersifat:

- A. Injektif, surjektif, bijektif
- B. Tidak injektif, surjektif, tidak bijektif
- C. Injektif, tidak surjektif, tidak bijektif
- D. Tidak injektif, tidak surjektif, tidak bijektif
- E. Bukan fungsi
- F. Tidak dapat ditentukan sifatnya karena bukan fungsi integer

Kunci jawaban: E

10. Fungsi $f(n) = \text{floor}(n/5)$ untuk n bilangan bulat memiliki sifat:

- A. Injektif, surjektif, bijektif
- B. Tidak injektif, surjektif, tidak bijektif
- C. Injektif, tidak surjektif, tidak bijektif
- D. Tidak injektif, tidak surjektif, tidak bijektif
- E. Bukan fungsi
- F. Semua jawaban di atas salah

Kunci jawaban: B

11. Fungsi $f(x) = (3x) \bmod 5$ adalah fungsi:

- A. Satu-ke-satu (one-to-one)
- B. Pada (onto)
- C. Satu-ke-satu, tetapi tidak pada
- D. Bukan fungsi satu-ke-satu, tetapi fungsi pada

- E. Bukan fungsi satu-ke-satu dan bukan fungsi pada
- F. Bukan fungsi

Kunci jawaban: E

12. Diberikan empat buah relasi sebagai berikut:

- (a) $\{(a, b) \mid \text{jika } a \text{ adalah pernyataan yang benar, maka pernyataan } b \text{ bernilai benar}\}$
- (b) $\{(a, b) \mid \text{jarak kota } a \text{ ke kota Bandung sama dengan jarak kota } b \text{ ke kota Jakarta}\}$
- (c) $\{(a, b) \mid \text{jarak kota } a \text{ ke kota } b \text{ kurang dari } 100 \text{ km}\}$
- (d) $\{(a, b) \mid a \text{ dan } b \text{ adalah dua himpunan tidak kosong yang irisannya bukan himpunan kosong}\}$

Dari keempat relasi di atas, yang bukan relasi kesetaraan adalah:

- A. (a) dan (b) saja
- B. (a) dan (c) saja
- C. (b) saja
- D. (d) saja
- E. (b) dan (c) saja
- F. Tidak ada jawaban yang benar

Kunci jawaban: F

Induksi Matematika

13. Terdapat perangko dengan nilai 5 sen dan 7 sen. Dari dua jenis perangko tersebut, maka tentukan pernyataan berikut ini benar atau salah.
- a. Biaya pos terkecil yang bisa digunakan sebagai basis untuk membuktikan bahwa hanya dengan dua perangko tersebut bisa untuk mengirimkan surat adalah 14 sen. **(nilai: 1)**
 - b. Biaya pos terkecil yang bisa digunakan sebagai basis untuk membuktikan bahwa hanya dengan dua perangko tersebut bisa untuk mengirimkan surat adalah 24 sen. **(nilai: 1)**
 - c. Biaya pos terkecil yang bisa digunakan sebagai basis untuk membuktikan bahwa hanya dengan dua perangko tersebut bisa untuk mengirimkan surat adalah 12 sen. **(nilai: 1)**
 - d. Pada langkah induksi, kita asumsikan biaya pos untuk senilai n sen menggunakan dua buah perangko 7 sen, maka biaya $n+1$ sen dapat diperoleh dengan menggunakan 3 buah perangko senilai 5 sen. **(nilai: 1)**

Kunci Jawaban:

- a. Salah
- b. benar
- c. salah
- d. benar

14. Tentukan apakah pembuktian proposisi bilangan bulat berikut ini memerlukan induksi kuat atau tidak.
- a. Setiap bilangan bulat n ($n \geq 2$) dapat dinyatakan sebagai perkalian dari (satu atau lebih) bilangan prima. **(nilai: 1)**
 - b. Penjumlahan sejumlah n bilangan positif adalah $P(n) = n(n+1)/2$. **(nilai: 1)**
 - c. Permainan dua orang, di mana pada setiap gilirannya, seorang pemain mengambil sejumlah korek (bilangan positif) dari satu tumpukan korek (terdapat 2 tumpukan korek). Pemenang

permainan adalah pemain yang mengambil korek terakhir. Buktikan jika dua tumpukan mengandung jumlah korek yang sama (setiap tumpukan berisi n korek), maka pemain yang mendapat giliran ke-2 pasti menang. **(nilai: 1)**

- d. Untuk n bilangan bulat positif, maka $n^5 - n$ habis dibagi 5. **(nilai: 1)**

Kunci Jawaban:

- a. Perlu
- b. Tidak
- c. Perlu
- d. Tidak

15. Ingin dibuktikan bahwa bahwa $a^n = 1$ untuk semua bilangan bulat tak-negatif n bilamana a adalah bilangan riil tidak-nol, dengan menggunakan induksi kuat. Tentukan pernyataan berikut ini benar atau salah.

- a. a. Basis pembuktian untuk $n=0$ bernilai benar. **(nilai: 1)**
- b. Karena ingin dibuktikan dengan induksi kuat, maka perlu dilakukan pembuktian untuk nilai j di mana $1 \leq j \leq k$, sebagai asumsi/ hipotesis untuk membuktikan $n=k+1$ benar. **(nilai: 1)**
- c. Induksi kuat menunjukkan bahwa $a^0 = 1, a^1 = 1, a^2 = 1, \dots, a^j = 1$. **(nilai: 1)**
- d. Untuk pembuktian pada langkah induksi dengan $n=k+1$, maka dapat digunakan formula sebagai berikut, dengan memanfaatkan hipotesis induksi pada langkah (c):

$$a^{k+1} = \frac{a^k \cdot a^k}{a^{k-1}} = \frac{1 \cdot 1}{1} = 1.$$

(nilai: 1)

Kunci Jawaban:

- a. benar
- b. benar
- c. salah
- d. benar

Relasi rekurens

16. Pada relasi rekurens di bawah ini, tentukan apakah relasi rekurens tersebut homogen linier atau tidak.

- a. $a_n = (1.02)a_{n-1}$ **(nilai: 1)**
- b. $a_n = a_{n-1} \cdot a_{n-2}$ **(nilai: 1)**
- c. $a_n = 7a_{n/2} + a_{n-2}$ **(nilai: 1)**
- d. $a_n = a_{n-6}$ **(nilai: 1)**

Kunci Jawaban:

- a. Homogen Linjar
- b. Bukan homogen linjar
- c. Bukan homogen linjar
- d. Homogen Linjar

17. Dengan melakukan substitusi, periksalah apakah solusi dari relasi rekurens berikut ini sudah benar atau belum.

- a. $a_n = 2^n + 1$ adalah solusi dari relasi rekurens $a_n = 2a_{n-1} - 1$ dengan $a_1 = 3$ **(nilai: 1)**

- b. $a_n = 3^n + 2$ adalah solusi dari relasi rekurens $a_n = 3a_{n-1} + 2$ dengan $a_0 = 1$ (nilai: 1)
 c. $a_n = (1,045)^n \cdot a_0$ adalah solusi dari relasi rekurens $a_n = a_{n-1} + 0,045 \cdot a_{n-1}$ (nilai: 1)
 d. $a_n = 4^n$ adalah solusi dari relasi rekurens $a_n = 3a_{n-1} + 4a_{n-2}$ (nilai: 1)

Kunci Jawaban:

- a. benar
 b. salah
 c. benar
 d. benar

18. Terdapat relasi rekurens $a_n = -a_{n-2} + 2a_{n-1}$ dengan $a_0 = 1$ dan $a_1 = 2$.
 a. Persamaan karakteristik dari relasi tersebut adalah $r^2 - r - 2 = 0$. (nilai: 1)
 b. Akar-akar karakteristik dari relasi tersebut adalah $r_1 = 2$ dan $r_2 = -1$. (nilai: 1)
 c. akar-akar karakteristik dari relasi tersebut adalah $r_0 = 1$ (nilai: 1)
 d. Solusi dari relasi rekurens tersebut adalah $a_n = 1 + n$. (nilai: 1)

Kunci Jawaban:

- a. salah
 b. salah
 c. benar
 d. benar

Aljabar Boolean

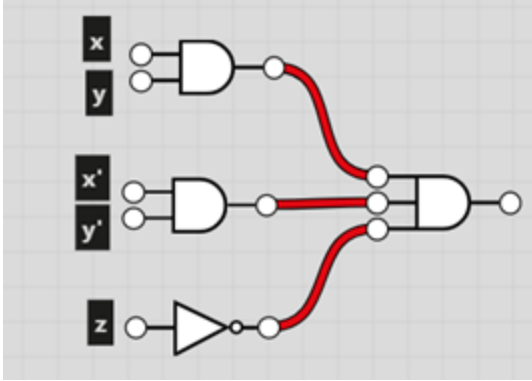
19. Diketahui fungsi boolean $f(w,x,y,z) = xz + wz' + xy' + w'y'z + x'yz'$. Fungsi tersebut adalah fungsi yang menerima masukan kode biner dari suatu digit desimal yang bernilai 1 jika dan hanya jika inputnya berupa:
 A. Bilangan ganjil
 B. Bilangan prima
 C. Bilangan yang tidak habis dibagi 3
 D. Bilangan kelipatan 5

Kunci Jawaban: C

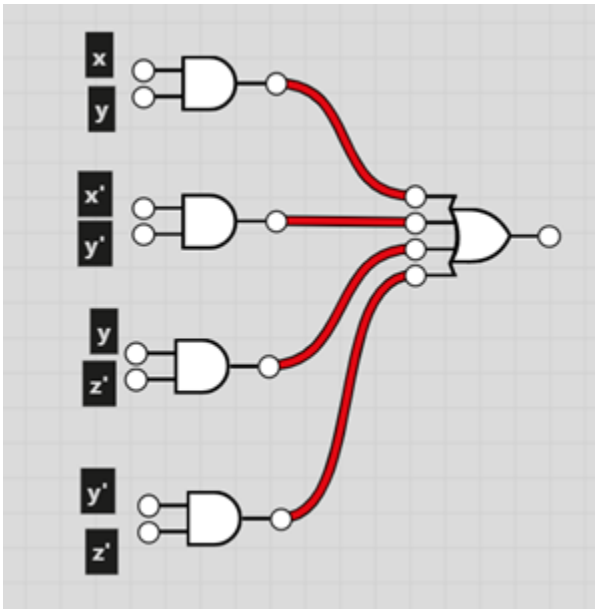
20. Bentuk POS fungsi boolean $F(x, y, z) = z' + xy'$ adalah:
 A. $\prod(0, 2, 4, 5, 6)$
 B. $\prod(1, 3, 7)$
 C. $\prod(0, 2, 3, 4, 6)$
 D. $\prod(1, 3, 5, 7)$

Kunci Jawaban: B

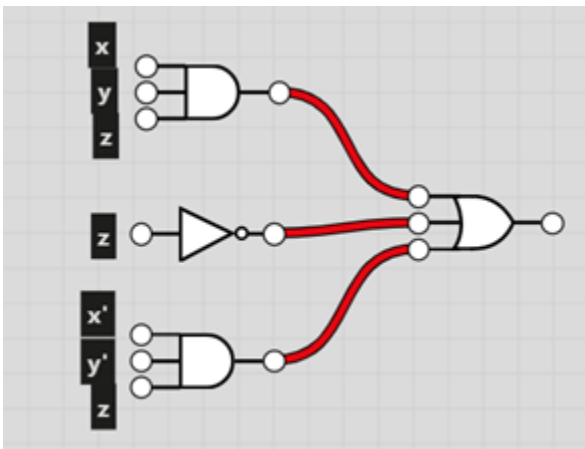
21. Diketahui $f(x, y, z)$ yang menghasilkan nilai 1 jika inputnya bukan 3 atau 5 (desimal). Hasil penyederhanaan f dalam bentuk rangkaian logika adalah:
 A.



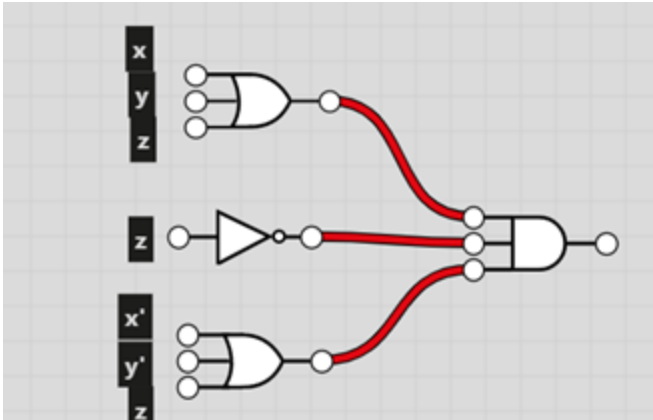
B.



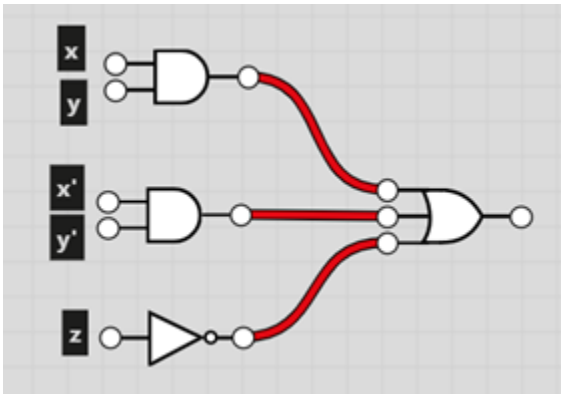
C.



D.



E.



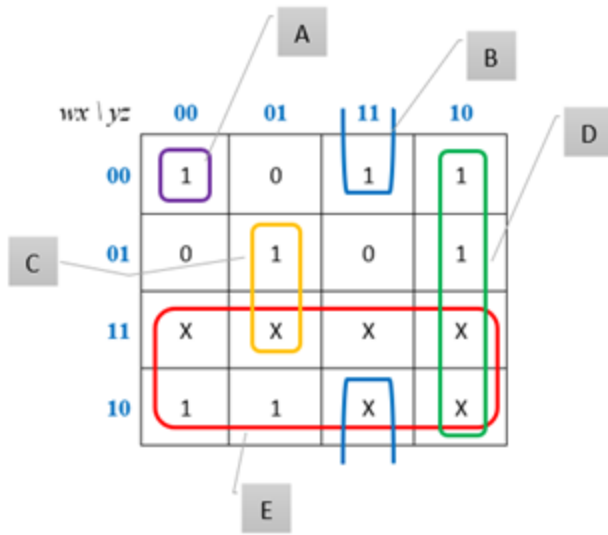
F. Tidak ada jawaban yang benar

Kunci Jawaban: E

22. Hasil penyederhanaan dari fungsi Boolean $f(w,x,y,z) = wxyz' + wxy'z' + wx'yz + wx'y'z' + wx'y'z' + w'xyz + w'xyz' + w'xy'z' + w'xy'z' + w'x'yz' + w'x'y'z'$ adalah
- $yz' + y'z' + wx'y + w'x$
 - $wz' + w'z' + wx'yz + w'xy'z'$
 - $z' + wx'yz + w'xy'z'$
 - $z' + w'x + wx'y$
 - Tidak ada yang benar

Kunci Jawaban: D

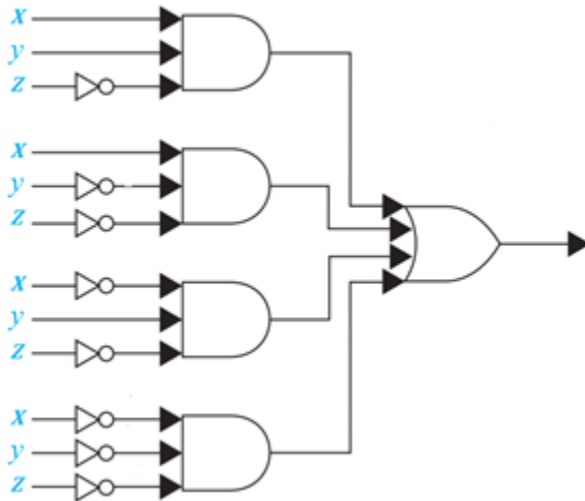
23. Pengelompokan minterm yang kurang tepat adalah pada:



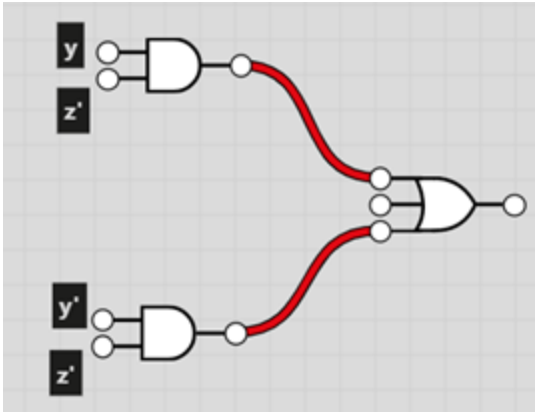
- A. A
- B. B
- C. C
- D. D
- E. A, C
- F. A, D
- G. A, B
- H. C, D
- I. Tidak ada

Kunci Jawaban: G

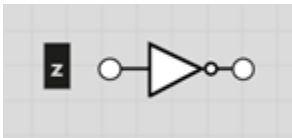
24. Rangkaian logika berikut dapat disederhanakan menjadi:



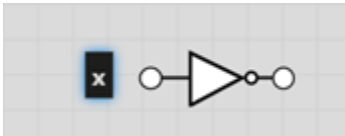
A.



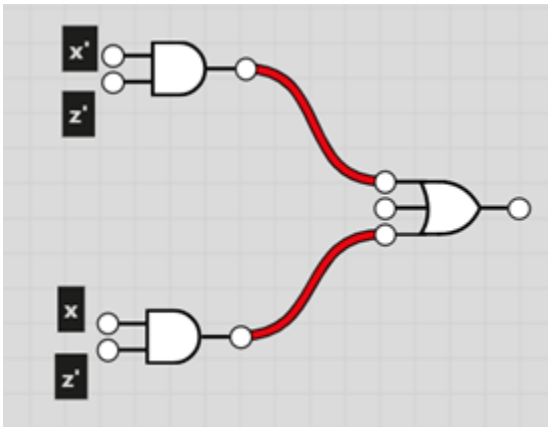
B.



C.



D.



E. Tidak ada yang benar

Kunci Jawaban: B

25. Komplement dari fungsi boolean $f(x,y,z) = x(y'z' + yz)$ adalah

- A. $\prod(0, 1, 2, 3, 5, 6)$
- B. $\sum(0, 1, 2, 3, 5, 6)$
- C. $\sum(4, 7)$
- D. $\prod(4, 6)$
- E. Tidak ada jawaban yang benar

Kunci Jawaban: B