Penentuan Rute Terpendek Perjalanan Antarkota Menggunakan Algoritma Dijkstra

Sharon Bernadetha Marbun-13519092
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
13519092@std.stei.itb.ac.id

***Abstrak*—Transportasi merupakan suatu kebutuhan penting bagi kehidupan sehari-hari. Fitur-fitur yang terdapat pada alat transportasi dikembangkan tak hanya untuk memungkinkan perpindahan yang aman dari satu tempat ke tempat lainnya, tetapi juga bagaimana perpindahan tersebut dapat dilakukan dengan semangkus mungkin. Karena itu, tak jarang kita menemukan alat tranportasi diperlengkapi dengan sistem navigasi yang mengarahkan pengguna dalam menemukan rute terpendek ke tempat tujuan. Berbagai metode telah ditemukan untuk mencari rute terpendek ini, salah satunya adalah dengan merepresentasikan peta sebagai sebuah graf berbobot dan mencari lintasan dengan bobot terkecil dari simpul awal ke simpul tujuan dengan memanfaatkan algoritma Djikstra.**

***Kata Kunci*—Navigasi, Rute Terpendek, Graf, Graf Berbobot, Algoritma Dijkstra.**

I. PENDAHULUAN

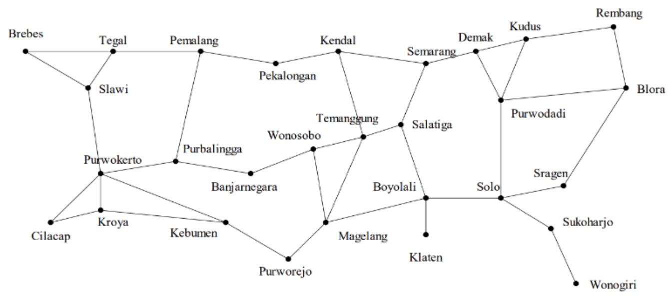
Ketika sedang bepergian, tak jarang kita memanfaatkan sistem navigasi untuk mengarahkan kita dalam mengambil jalur yang tepat menuju tujuan. Sistem ini dirancang tidak hanya untuk mencegah kita agar tidak tersesat, tetapi juga mencarikan rute terpendek dari posisi kita ke tujuan. Sistem ini bekerja dengan menerima data dari satelit mengenai posisi dan waktu di bumi dan mengolah data tersebut menggunakan metode tertentu hingga dapat memberikan informasi yang dibutuhkan oleh pengguna.

Salah satu dari beberapa metode yang digunakan oleh sistem navigasi dalam mencari rute terpendek adalah dengan menggunakan Algoritma Dijkstra. Pertama-tama, letak dan posisi di bumi dimodelkan sebagai sebuah graf berbobot dengan posisi sebagai simpul, jalur antarposisi sebagai sisi, dan panjang jalur sebagai bobot. Pemodelan ini kemudian diolah menggunakan Algoritma Dijkstra untuk memperoleh lintasan dengan bobot terkecil dari simpul awal ke simpul yang ingin dituju.

II. LANDASAN TEORI

2.1. Definisi Graf

Graf adalah himpunan dari objek-objek berupa simpul yang dihubungkan oleh penghubung yang dinamakan sisi. Pada dasarnya, graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut.



Gambar 2.1 Representasi Peta sebagai Graf
(Sumber: Munir, Rinaldi, 2010, “Marematika Diskrit Edisi 3”, Bandung: Penerbit Informatika.)

Secara matematis, graf didefinisikan sebagai pasangan himpunan simpul dan sisi. Sebuah graf G dapat ditulis dalam notasi G = (V, E), dengan

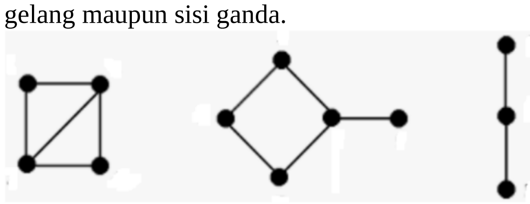
V = himpunan tidak kosong dari simpul-simpul
= $\{v_1, v_2, \dots v_n\}$

E = himpunan sisi yang menghubungkan sepasang simpul
= $\{e_1, e_2, \dots e_n\}$.

2.2 Jenis Graf

Berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda pada suatu graf, maka graf dapat digolongkan menjadi dua jenis sebagai berikut.

1) Graf Sederhana (*Simple Graph*)
Graf sederhana merupakan graf yang tidak mengandung gelang maupun sisi ganda.

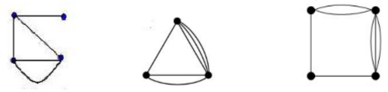


Gambar 2.2 Graf Sederhana
(Sumber: Munir, Rinaldi, 2010, “Marematika Diskrit Edisi 3”, Bandung: Penerbit Informatika.)

2) Graf Tak-Sederhana (*Unsimple Graph*)
Graf tak-sederhana mengandung sisi ganda atau gelang atau keduanya. Graf tak-sederhana dibedakan lagi menjadi sebagai berikut.

a. Graf Ganda

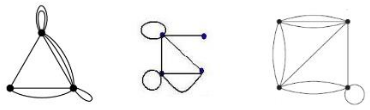
Graf ini mengandung sisi ganda.



Gambar 2.3 Graf Ganda
(Sumber: Munir, Rinaldi, 2010, “Marematika Diskrit Edisi 3”, Bandung: Penerbit Informatika.)

b. Graf Semu

Graf ini mengandung sisi gelang.

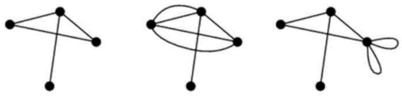


Gambar 2.4 Graf Semu
(Sumber: Munir, Rinaldi, 2010, “Marematika Diskrit Edisi 3”, Bandung: Penerbit Informatika.)

Berdasarkan orientasi arah pada sisi, graf dibedakan menjadi dua jenis sebagai berikut.

1) Graf Tak-Berarah (*Undirected Graph*)

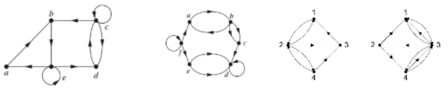
Graf tak-berarah adalah graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah.



Gambar 2.5 Graf Tak-Berarah
(Sumber: Munir, Rinaldi, 2010, “Marematika Diskrit Edisi 3”, Bandung: Penerbit Informatika.)

2) Graf Berarah (*Directed Graph*)

Graf berarah adalah graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah.



Gambar 2.6 Graf Berarah
(Sumber: Munir, Rinaldi, 2010, “Marematika Diskrit Edisi 3”, Bandung: Penerbit Informatika.)

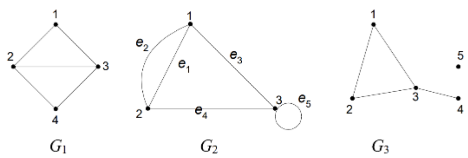
2.3 Terminologi Graf

Berikut beberapa terminologi dari graf.

1) Ketetanggaan (*Adjacent*)

Dua buah simpul dikatakan bertetangga apabila keduanya terhubung langsung oleh sisi.

Tinjau graf G1 pada gambar 2.7: simpul 1 bertetangga dengan simpul 2 dan 3, tetapi tidak bertetangga dengan simpul 4.



Gambar 2.7 Contoh Graf
(Sumber: Munir, Rinaldi, 2010, “Marematika Diskrit Edisi 3”, Bandung: Penerbit Informatika.)

2) Bersisian (*Incidency*)

Untuk sembarang sisi $e = (v_j, v_k)$ dikatakan

e bersisian dengan simpul v_j, atau
e bersisian dengan simpul v_k

Tinjau graf G_1 pada gambar 2.7: sisi (2,3) bersisian dengan simpul 2 dan simpul 3, sisi (2,4) bersisian dengan simpul 2 dan simpul 4, tetapi sisi (1,2) tidak bersisian dengan simpul 4.

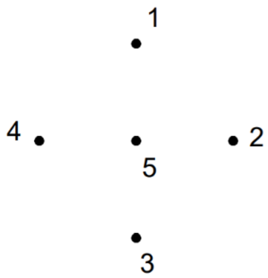
3) Simpul Terpencil (*Isolated Vertex*)

Simpul terpencil adalah simpul yang tidak mempunyai sisi yang bersisian dengannya.

Tinjau graf G_3 pada gambar 2.7: simpul 5 adalah simpul terpencil.

4) Graf Kosong (*Null Graph* atau *Empty Graph*)

Graf kosong adalah graf yang himpunan sisinya merupakan himpunan kosong.



Gambar 2.8 Graf Kosong
(Sumber: Munir, Rinaldi, 2010, “Marematika Diskrit Edisi 3”, Bandung: Penerbit Informatika.)

5) Derajat (*Degree*)

Derajat suatu simpul adalah jumlah sisi yang bersisian dengan simpul terseut. Derajat dinotasikan dengan $d(v)$.

Tinjau graf G_1 pada gambar 2.7: $d(1) = d(4) = 2$
$d(2) = d(3) = 3$

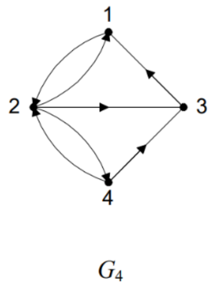
Tinjau graf G_2 pada gambar 2.7: $d(5) = 0$
$d(4) = 1$

Tinjau graf G_3 pada gambar 2.7: $d(1) = 3$
$d(2) = 4$

Pada graf berarah, derajat simpul dibedakan lagi menjadi derajat masuk (*in-degree*) dan derajat keluar (*out-degree*).

Tinjau graf G_4 pada gambar 2.9:

$d_{in}(1) = 2;\ d_{out}(1) = 1$
$d_{in}(2) = 2;\ d_{out}(2) = 3$
$d_{in}(3) = 2;\ d_{out}(3) = 1$
$d_{in}(4) = 1;\ d_{out}(4) = 2$



Gambar 2.9 Contoh Graf Berarah
(Sumber: Munir, Rinaldi, 2010, “Marematika Diskrit Edisi 3”, Bandung: Penerbit Informatika.)

6) Lintasan (*Path*)

Lintasan yang panjangnya n dari simpul awal v_0 ke simpul tujuan v_n ialah barisan berselang-seling simpul-simpul dan sisi-sisi yang terbentuk v_0, e_1, v_1, e_2, v_2,…, v_{n-1}, e_n, v_n sedemikian sehingga $e_1 = (v_0, v_1)$, $e_2 = (v_1, v_2)$, …, $e_n = (v_{n-1}, v_n)$ adalah sisi-sisi dari graf G. Panjang lintasan adalah jumah sisi dalam lintasan tersebut.

Tinjau graf G_1 pada gambar 2.7: lintasan 1,2,4,3 adalah lintasan dengan barisan sisi (1,2), (2,4), (4,3). Lintasan tersebut memiliki panjang 3.

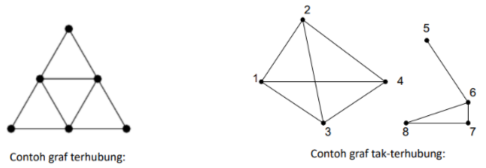
7) Siklus (*Cycle*) atau Sirkuit (*Circuit*)

Siklus atau sirkuit adalah lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama. Panjang sirkuit adalah jumlah sisi dalam sirkuit tersebut.

Tinjau graf G_1 pada gambar 2.7: lintasan 1,2,3,1 adalah sebuah sirkuit. Sirkuit tersebut memiliki panjang 3.

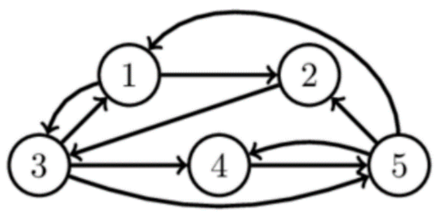
8) Keterhubungan (*Connected*)

Dua buah simpul v_1 dan simpul v_2 disebut terhubung jia terdapat lintasan dari v_1 ke v_2. Graf G disebut terhubung (*connected graph*) jika untuk setiap pasang simpul v_i dan simpul v_j dalam himpunan V terdapat lintasan dari v_i ke v_j. Jika tidak, maka G disebut graf-tak terhubung (*disconnected graph*).



Gambar 2.10 Keterhubungan Graf
(Sumber: Munir, Rinaldi, 2010, "Marematika Diskrit Edisi 3", Bandung: Penerbit Informatika.)

Graf berarah G dikatakan terhubung jika graf tidak berarahnya terhubung. Dua buah simpul u dan v pada graf berarah disebut terhubung kuat (*strongly connected*) jika terdapat lintasan berarah dari u ke v dan juga lintasan berarah dari v ke u. Jika u dan v terhubung tetapi tidak terhubung kuat, maka u dan v dikatakan terhubung lemah (*weakly connected*). Graf berarah G disebut graf terhubung kuat apabila untuk setiap pasang simpul di G terhubung kuat. Jika tidak, G disebut graf terhubung lemah.

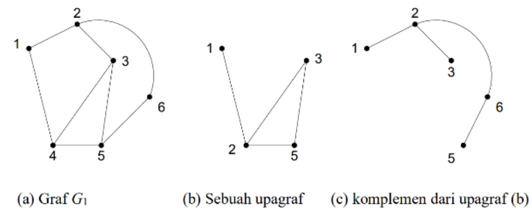


Gambar 2.11 Keterhubungan Graf Berarah
(Sumber: Munir, Rinaldi, 2010, "Marematika Diskrit Edisi 3", Bandung: Penerbit Informatika.)

Tinjau graf pada gambar 2.11: simpul 1 dan 4 terhubung kuat karena ada lintasan dari 1 ke 4 (1,2,3,4) dan lintasan dari 4 ke 1 (4,5,1).

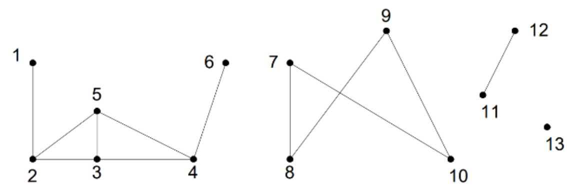
9) Upagraf (*Subgraph*) dan Komplemen Upagraf

Misalkan $G = (V, E)$ adalah sebuah graf. $G_1 = (V_1, E_1)$ adalah upagraf dari G jika $V_1 \subseteq V$ dan $E_1 \subseteq E$. Komplemen dari upagraf G_1 terhadap graf G adalah graf $G_2 = (V_2, E_2)$ sedemikian sehingga $E_2 = E - E_1$ dan V_2 adalah himpunan simpul yang anggota-anggota E_2 bersisian dengannya.



Gambar 2.12 Upagraf
(Sumber: Munir, Rinaldi, 2010, "Marematika Diskrit Edisi 3", Bandung: Penerbit Informatika.)

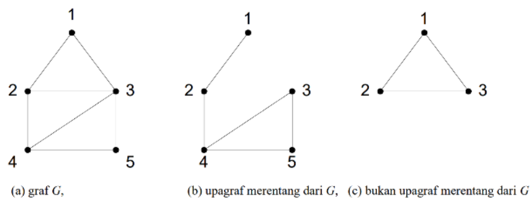
Komponen graf adalah jumlah maksimum upagraf terhubung dalam sebuah graf. Tinjau gambar 2.13: graf tersebut mempunyai 4 buah komponen.



Gambar 2.13 Komponen Graf
(Sumber: Munir, Rinaldi, 2010, "Marematika Diskrit Edisi 3", Bandung: Penerbit Informatika.)

10) Upagraf Merentang (*Spanning Subgraph*)

Upagraf $G_1 = (V_1, E_1)$ dari $G = (V, E)$ dikatakan upagraf rentang jika $V_1 = V$ (yaitu G_1 mengandung semua simpul dari G).



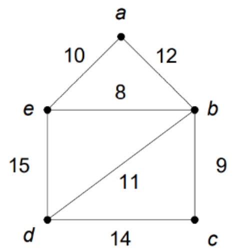
Gambar 2.14 Upagraf Merentang
(Sumber: Munir, Rinaldi, 2010, "Marematika Diskrit Edisi 3", Bandung: Penerbit Informatika.)

11) *Cut-Set*

Cut-Set dari graf terhuung G adalah himpunan sisi yang bila dibuah dari G menyebabkan G tidak terhubung.

12) Graf Berbobot (*Weighted Graph*)

Graf berbobot adalah graf yang setiap sisinya diberi sebuah harga.



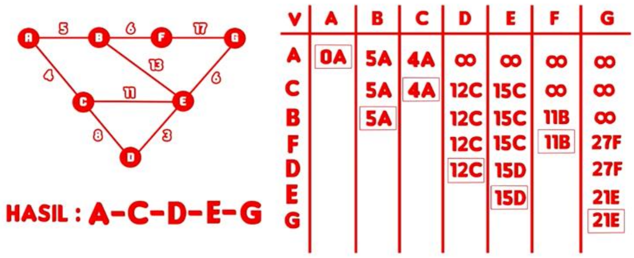
Gambar 2.15 Graf Berbobot
(Sumber: Munir, Rinaldi, 2010, “Marematika Diskrit Edisi 3”, Bandung: Penerbit Informatika.)

2.4 Algoritma Dijkstra

Algoritma Dijkstra adalah sebuah algoritma penemuan Edsger Dijkstra yang digunakan untuk memecahkan permasalahan jarak terpendek pada sebuah graf berarah dan graf berbobot dengan bobot garis yang bernilai non-negatif.

Misalkan kita akan mencari rute terpendek dari simpul awal A ke simpul akhir Z pada sebuah graf berbobot. Panjang dari rute ditentukan oleh hasil penjumlahan bobot sisi-sisi yang dilalui dari A sampai Z. Hasil penjumlahan bobot terkecil menunjukkan rute terpendek. Langkah-langkah untuk mencari rute terpendek pada graf berbobot dengan memanfaatkan algoritma Djikstra adalah sebagai berikut.

1) Pada awalnya, semua simpul dianggap sebagai simpul yang belum dikunjungi.
2) Hitung bobot dari simpul awal A ke semua simpul lainnya yang terhubung dengan A dan simpan data tersebut. Apabila simpul tersebut tidak terhubung dengan A, bobotnya diberi nilai ∞.
3) Tinjau data sebelumya dan labeli simpul yang memiliki bobot terkecil dari A sebagai simpul yang sudah dikunjungi.
4) Pergerakan selanjutnya dilakukan ke simpul yang belum dikunjungi dan dimulai dari simpul yang memiliki jarak terpendek dari A selain simpul yang telah dilabeli pada langkah sebelumya. Misalkan simpul tersebut dinamakan sebagai simpul B. Bobot ke simpul selanjutnya dari B dihitung secara akumulatif mulai dari simpul A, tetapi apabila hasil perhitungan lebih besar daripada hasil sebelumnya, tetap digunakan hasil sebelumnya. Apabila simpul tersebut tidak terhubung dengan B, tinjau kembali apakah data bobot pergerakan ke simpul tersebut sudah ada sebelumya atau belum. Apabila datanya sudah ada, gunakan data sebelumya sebagai nilai bobot. Apabila datanya belum ada, bobotnya diberi nilai ∞.
5) Ulangi langkah 3 dan 4 hingga pergerakan sampai ke simpul akhir Z.
6) Mulai dari simpul Z, tinjau kembali data dan lihat pergerakan ke simpul tersebut dari A melalui simpul yang telah dilabeli sebagai simpul yang telah dikunjungi dan hitung bobotnya. Total bobot yang dilalui mulai dari simpul A sampai simpul Z adalah rute terpendek dari A ke Z.

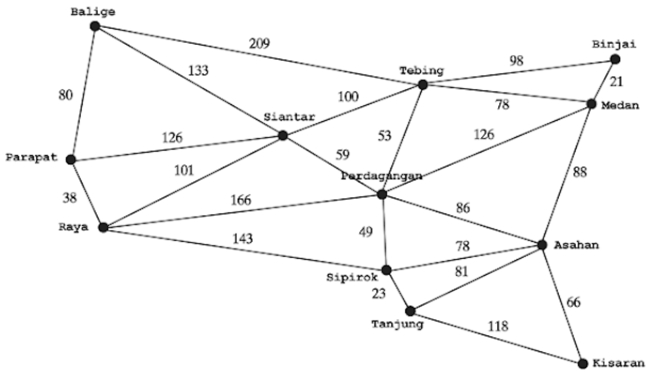


Gambar 2.16 Contoh Penyelesaian Menggunakan Algoritma Dijkstra
(Sumber:https://www.youtube.com/watch?v=BwQFoyQO4sI&ab_channel=RanggaGAnanta)

Perhatikan gambar 2.16. Gambar tersebut merepresentasikan hasil pencarian rute terpendek menggunakan algoritma Dijkstra. Perhatikan nilai yang dilabeli dengan kotak, merepresentasikan bobot pada simpul yang telah dikunjungi dan simpul sebelumya yang dilalui untuk mencapainya.

III. TINJAU KASUS: MENCARI RUTE TERPENDEK PERJALANAN ANTARKOTA DI SUMATERA UTARA

Sebelum dapat menentukan rute terpendek pada sebuah peta, pertama-tama peta perlu direpresentasikan sebagai sebuah graf berbobot dengan kota sebagai simpul, jalan antarkota sebagai sisi, dan jarak antarkota sebagai bobot. Perhatikan gambar 2.17 sebagai sebuah representasi peta beberapa kota pada Provinsi Sumetera Utara.



Gambar 2.17 Representasi Peta Beberapa Kota di Provinsi Sumatera Utara
(Sumber: http://rhsianipar.blogspot.com/2016/12/bab-12-java-struktur-data-dan.html)

Dengan menggunakan langkah yang telah dijelaskan pada subbab 2.4, mari melakukan tinjau kasus pencarian rute terpendek dari Balige ke Kisaran. Data dari pengerjaan langkah-langkah tersebut disimpan pada tabel di dalam gambar 2.18 sebagai berikut.

V	Balige	Parapat	Siantar	Tebing	Raya	Sipirok	Perdagangan	Asahan	Medan	Binjai	Tanjung	Kisaran
Balige	$\boxed{0_{Balige}}$	80_{Balige}	133_{Balige}	209_{Balige}	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
Parapat		$\boxed{80_{Balige}}$	133_{Balige}	209_{Balige}	$118_{Parapat}$	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
Raya			133_{Balige}	209_{Balige}	$\boxed{118_{Parapat}}$	$261_{Sipirok}$	$284_{Sipirok}$	∞	∞	∞	∞	∞
Siantar			$\boxed{133_{Balige}}$	209_{Balige}		$261_{Sipirok}$	$192_{Siantar}$	∞	∞	∞	∞	∞
Perdagangan				209_{Balige}		$241_{Perdagangan}$	$\boxed{192_{Siantar}}$	$278_{Perdagangan}$	$318_{Perdagangan}$	∞	∞	∞
Tebing				$\boxed{209_{Balige}}$		$241_{Perdagangan}$		$278_{Perdagangan}$	287_{Tebing}	307_{Tebing}	∞	∞
Sipirok						$\boxed{241_{Perdagangan}}$		$278_{Perdagangan}$	287_{Tebing}	307_{Tebing}	$264_{Sipirok}$	∞
Tanjung								$278_{Perdagangan}$	287_{Tebing}	307_{Tebing}	$\boxed{264_{Sipirok}}$	$382_{Tanjung}$
Asahan								$\boxed{278_{Perdagangan}}$	287_{Tebing}	307_{Tebing}		344_{Asahan}
Medan									$\boxed{287_{Tebing}}$	307_{Tebing}		344_{Asahan}
Binjai										$\boxed{307_{Tebing}}$		344_{Asahan}
Kisaran												$\boxed{344_{Asahan}}$

Gambar 2.18
(Sumber: penulis)

Perhatikan tabel pada gambar 2.18. Langkah-langkah untuk mendapatkan data pada tabel tersebut adalah sebagai berikut.

1) Bobot dari simpul awal Balige ke simpul lainnya dihitung. Nilai bobot dituliskan pada sel, kemudian ditambahkan kata "Balige" di sebelahnya untuk mengetahui simpul yang dilalui tepat sebelum mencapai simpul tersebut. Balige tidak tersambung langsung dengan simpul Raya, Sipirok, Perdagangan, Asahan, Medan, Binjai, Tanjung, dan Kisaran, maka sel yang bersangkutan diisi dengan ∞.
2) Tinjau data yang terdapat pada baris 1, karena 0_{Balige} memiliki bobot terkecil, maka nilai tersebut dilabeli dengan kotak.
3) Nilai kedua terkecil setelah 0_{Balige} adalah 80_{Balige}, yaitu pada simpul Parapat. Maka, simpul Parapat dijadikan sebagai simpul keberangkatan selanjutnya pada baris 2. Karena Balige sudah dilabeli, maka yang ditinjau adalah jarak dari Parapat ke simpul selain Balige. Apabila Parapat bergerak ke Siantar, nilai bobot menjadi 206 dan karena 206>133, maka sel diisi dengan data sebelumnya, yaitu 133_{Balige}. Perhatikan bahwa Parapat tidak bertetangga dengan Tebing, maka sel diisi dengan data sebelumnya, yaitu 209_{Balige}. Simpul Parapat bertetangga dengan simpul Raya dengan jarak 38, maka sel diisi dengan nilai $80+38=118_{\text{Parapat}}$. Untuk simpul setelahnya, karena tidak bertetangga dengan Parapat, tetap diberi nilai ∞.
4) Tinjau data yang terdapat pada baris 2, karena 80_{Balige} memiliki bobot terkecil, maka nilai tersebut dilabeli dengan kotak.
5) Nilai kedua terkecil setelah 80_{Balige} adalah 118_{Parapat}, yaitu pada simpul Raya. Maka, simpul Raya dijadikan sebagai simpul keberangkatan selanjutnya pada baris 3. Karena simpul Balige dan Parapat sudah dilabeli, maka yang ditinjau adalah jarak dari simpul Raya ke simpul selain Balige dan Parapat. Apabila Raya bergerak ke Siantar, nilai bobot menjadi 219 dan karena 219>133, maka sel diisi dengan data sebelumnya, yaitu 133_{Balige}. Perhatikan bahwa Parapat tidak bertetangga dengan Tebing, maka sel diisi dengan data sebelumnya, yaitu 209_{Balige}. Simpul Raya bertetangga dengan simpul Sipirok dengan jarak 143, maka sel diisi dengan nilai $118+143=261_{\text{Raya}}$. Simpul Raya bertetangga dengan simpul Perdagangan dengan jarak 166, maka sel diisi dengan nilai $118+166=284_{\text{Raya}}$. Untuk simpul setelahnya, karena tidak bertetangga dengan Raya, tetap diberi nilai ∞.
6) Tinjau data yang terdapat pada baris 3, karena 118_{Parapat} memiliki bobot terkecil, maka nilai tersebut dilabeli dengan kotak.
7) Nilai kedua terkecil setelah 118_{Parapat} adalah 133_{Balige}, yaitu pada simpul Siantar. Maka, simpul Siantar dijadikan sebagai simpul keberangkatan selanjutnya pada baris 4. Karena simpul Balige, Parapat, dan Raya sudah dilabeli, maka yang ditinjau adalah jarak dari simpul Siantar ke simpul selain Balige, Parapat, dan Raya. Apabila Siantar bergerak ke Tebing, nilai bobot menjadi 233>209, maka sel diisi dengan data sebelumnya, yaitu 209_{Balige}. Perhatikan bahwa Siantar tidak bertetangga dengan Sipirok, maka sel diisi dengan data sebelumnya, yaitu 261_{Raya}. Apabila Siantar bergerak ke Perdagangan, nilai bobot menjadi 192<284, maka nilai sel diisi dengan 192_{Siantar}. Untuk simpul setelahnya, karena tidak bertetangga dengan Siantar, tetap diberi nilai ∞.
8) Tinjau data yang terdapat pada baris 4, karena 133_{Balige} memiliki bobot terkecil, maka nilai tersebut dilabeli dengan kotak.
9) Nilai kedua terkecil setelah 133_{Balige} adalah 192_{Siantar}, yaitu pada simpul Perdagangan. Maka, simpul Perdagangan dijadikan sebagai simpul keberangkatan selanjutnya pada baris 5. Karena simpul Balige, Parapat, Raya, dan Siantar sudah dilabeli, maka yang ditinjau adalah jarak dari simpul Perdagangan ke simpul selain Balige, Parapat, Raya, dan Siantar. Apabila Perdagangan bergerak ke Tebing, nilai bobot menjadi 245>209, maka sel diisi dengan data sebelumnya, yaitu 209_{Balige}. Apabila Perdagangan bergerak ke Sipirok, nilai bobot menjadi 241<261, maka nilai sel diisi dengan $241_{\text{Perdagangan}}$. Simpul Perdagangan bertetangga dengan simpul Asahan dengan jarak 86, maka sel diisi dengan nilai $192+86=278_{\text{Perdagangan}}$. Simpul Perdagangan bertetangga dengan simpul Medan dengan jarak 126, maka sel diisi dengan nilai $192+126=318_{\text{Perdagangan}}$. Untuk simpul setelahnya, karena tidak bertetangga dengan Perdagangan, tetap diberi nilai ∞.
10) Tinjau data yang terdapat pada baris 5, karena 192_{Siantar} memiliki bobot terkecil, maka nilai tersebut dilabeli dengan kotak.
11) Nilai kedua terkecil setelah 192_{Siantar} adalah 209_{Balige}, yaitu pada simpul Tebing. Maka, simpul Tebing dijadikan sebagai simpul keberangkatan selanjutnya pada baris 6. Karena simpul Balige, Parapat, Raya, Siantar, dan Perdagangan sudah dilabeli, maka yang ditinjau adalah jarak dari simpul Tebing ke simpul selain Balige, Parapat, Raya, Siantar, dan Perdagangan. Perhatikan bahwa Perdagangan tidak bertetangga dengan Sipirok dan Asahan, maka sel diisi dengan data sebelumnya, yaitu $241_{\text{Perdagangan}}$ dan $278_{\text{Perdagangan}}$. Apabila Tebing bergerak ke Medan, nilai bobot menjadi 287<318, maka nilai sel diisi dengan 287_{Tebing}. Simpul Tebing bertetangga dengan simpul Binjai dengan jarak 98, maka sel diisi dengan nilai $209+98=307_{\text{Tebing}}$. Untuk simpul setelahnya, karena tidak bertetangga dengan Tebing, tetap diberi nilai ∞.
12) Tinjau data yang terdapat pada baris 6, karena 209_{Balige} memiliki bobot terkecil, maka nilai tersebut dilabeli dengan kotak.
13) Nilai kedua terkecil setelah 209_{Balige} adalah $241_{\text{Perdagangan}}$, yaitu pada simpul Sipirok. Maka, simpul Sipirok dijadikan sebagai simpul keberangkatan selanjutnya pada baris 7. Karena simpul Balige, Parapat, Raya, Siantar, Perdagangan, dan Tebing sudah dilabeli, maka yang ditinjau adalah jarak dari simpul Sipirok ke simpul selain Balige, Parapat, Raya, Siantar, Perdagangan, dan Tebing. Apabila Sipirok bergerak ke Asahan, nilai bobot menjadi 319>278, maka sel diisi dengan data

sebelumnya, yaitu $278_{Perdagangan}$. Perhatikan bahwa Sipirok tidak bertetangga dengan Medan dan Binjai, maka sel diisi dengan data sebelumnya, yaitu 287_{Tebing} dan 307_{Tebing}. Simpul Sipirok bertetangga dengan simpul Tanjung dengan jarak 23, maka sel diisi dengan nilai $241+23=264_{Sipirok}$. Untuk simpul Kisaran, karena tidak bertetangga dengan Sipirok, tetap diberi nilai ∞.

14) Tinjau data yang terdapat pada baris 7, karena $241_{Perdagangan}$ memiliki bobot terkecil, maka nilai tersebut dilabeli dengan kotak.
15) Nilai kedua terkecil setelah $241_{Perdagangan}$, adalah $264_{Sipirok}$, yaitu pada simpul Tanjung. Maka, simpul Tanjung dijadikan sebagai simpul keberangkatan selanjutnya pada baris 8. Karena simpul Balige, Parapat, Raya, Siantar, Perdagangan, Tebing, dan Sipirok sudah dilabeli, maka yang ditinjau adalah jarak dari simpul Tanjung ke simpul Asahan, Medan, Binjai, Tanjung, dan Kisaran. Apabila Tanjung bergerak ke Asahan, nilai bobot menjadi 342>278, maka sel diisi dengan data sebelumnya, yaitu $278_{Perdagangan}$. Perhatikan bahwa Tanjung tidak bertetangga dengan Medan dan Binjai, maka sel diisi dengan data sebelumnya, yaitu 287_{Tebing} dan 307_{Tebing}. Simpul Tanjung bertetangga dengan simpul Kisaran dengan jarak 118, maka sel diisi dengan nilai $264+118=382_{Sipirok}$.
16) Tinjau data yang terdapat pada baris 8, karena $264_{Sipirok}$ memiliki bobot terkecil, maka nilai tersebut dilabeli dengan kotak.
17) Nilai kedua terkecil setelah $264_{Sipirok}$ adalah $278_{Perdagangan}$, yaitu pada simpul Asahan. Maka, simpul Asahan dijadikan sebagai simpul keberangkatan selanjutnya pada baris 9. Karena simpul Balige, Parapat, Raya, Siantar, Perdagangan, Tebing, Sipirok, dan Tanjung sudah dilabeli, maka yang ditinjau adalah jarak dari simpul Asahan ke simpul Asahan, Medan, Binjai, dan Kisaran. Apabila Asahan bergerak ke Medan, nilai bobot menjadi 366>287, maka sel diisi dengan data sebelumnya, yaitu 287_{Tebing}. Perhatikan bahwa Asahan tidak bertetangga dengan Binjai, maka sel diisi dengan data sebelumnya, yaitu 307_{Tebing}. Apabila Asahan bergerak ke Kisaran, nilai bobot menjadi 344<382, maka nilai sel diisi dengan 344_{Asahan}.
18) Tinjau data yang terdapat pada baris 9, karena $278_{Perdagangan}$ memiliki bobot terkecil, maka nilai tersebut dilabeli dengan kotak.
19) Nilai kedua terkecil setelah $278_{Perdagangan}$ adalah 287_{Tebing}, yaitu pada simpul Medan. Maka, simpul Medan dijadikan sebagai simpul keberangkatan selanjutnya pada baris 10. Karena simpul Balige, Parapat, Raya, Siantar, Perdagangan, Tebing, Sipirok, Tanjung, dan Asahan sudah dilabeli, maka yang ditinjau adalah jarak dari simpul Medan ke simpul Medan, Binjai, dan Kisaran. Apabila Medan bergerak ke Binjai, nilai bobot menjadi 308>307, maka sel diisi dengan data sebelumnya, yaitu 307_{Tebing}. Perhatikan bahwa Asahan tidak bertetangga dengan Kisaran, maka sel diisi dengan data sebelumnya, yaitu 344_{Asahan}.
20) Tinjau data yang terdapat pada baris 10, karena 287_{Tebing} memiliki bobot terkecil, maka nilai tersebut dilabeli dengan kotak.
21) Nilai kedua terkecil setelah 287_{Tebing} adalah 307_{Tebing}, yaitu pada simpul Binjai. Maka, simpul Binjai dijadikan sebagai simpul keberangkatan selanjutnya pada baris 10. Karena simpul Balige, Parapat, Raya, Siantar, Perdagangan, Tebing, Sipirok, Tanjung, Asahan, dan Binjai sudah dilabeli, maka yang ditinjau adalah jarak dari simpul Binjai ke simpul Binjai dan Kisaran. Perhatikan bahwa Binjai tidak bertetangga dengan Kisaran, maka sel diisi dengan data sebelumnya, yaitu 344_{Asahan}.
22) Tinjau data yang terdapat pada baris 11, karena 307_{Tebing} memiliki bobot terkecil, maka nilai tersebut dilabeli dengan kotak.
23) Karena simpul tersisa yang belum dilabeli adalah simpul Kisaran yaitu simpul akhir, maka nilainya diambil dan dijadikan referensi untuk mengetahui rute terpendek beserta jaraknya, yaitu 344_{Asahan}.

Dari nilai 344_{Asahan}, diperoleh informasi bahwa simpul sebelum Kisaran adalah simpul Asahan. Kemudian, dengan memeriksa kolom Asahan, ditemukan bahwa nilai yang dilabeli adalah $278_{Perdagangan}$. Maka, diperoleh informasi bahwa simpul sebelum Asahan adalah simpul Perdagangan. Kemudian, dengan memeriksa kolom Perdagangan, ditemukan bahwa nilai yang dilabeli adalah $192_{Siantar}$. Maka, diperoleh informasi bahwa simpul sebelum Perdagangan adalah simpul Siantar. Dengan memeriksa simpul Siantar, ditemukan bahwa nilai yang dilabeli adalah 133_{Balige}. Maka, diperoleh informasi bahwa simpul sebelum Siantar adalah simpul Balige, yaitu simpul awal di dalam perjalanan ini.

Setelah membaca deskripsi di atas, kita dapat menyimpulkan bahwa rute terpendek dari Balige ke Kisaran adalah Balige-Siantar-Perdagangan-Asahan-Kisaran dengan jarak sejauh 344 satuan.

IV. KESIMPULAN

Pencarian rute terpendek perjalanan antarkota dapat dilakukan dengan pertama-tama memodelkan peta sebagai sebuah graf berbobot dengan kota sebagai simpul, jalan antarkota sebagai sisi, dan jarak antarkota sebagai bobotnya. Representasi ini dapat memudahkan kita dalam menemukan rute terpendek dengan mencari lintasan dengan bobot terkecil dari simpul awal ke simpul tujuan. Cara cepat untuk menemukan lintasan ini salah satunya adalah dengan menggunakan Algoritma Dijkstra, dengan mengikuti langkah-langkah yang telah dijabarkan sebelumnya.

V. UCAPAN TERIMA KASIH

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa, karena atas hikmat dan berkat yang diberikan-Nya, penulis dapat menyusun makalah ini hingga selesai. Penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada para dosen pengampu mata kuliah IF2120 Matematika Diskrit atas ilmu dan bimbingan yang diberikan sehingga penulis memperoleh banyak inspirasi dan sumber dalam menyelesaikan

makalah ini. Tak lupa juga, penulis mengucapkan terima kasih kepada orang tua dan teman-teman yang senantiasa mendukung dan memberikan motivasi kepada penulis di saat-saat yang dibutuhkan.

REFERENCES

[1] https://mti.binus.ac.id/2017/11/28/algoritma-dijkstra/, diakses pada 6 Desember 2020.

[2] https://q21ub.fandom.com/wiki/Q21:_How_Does_My_GPS_Determine_My_Route%3F, diakses pada 6 Desember 2020.

[3] https://www.youtube.com/watch?v=BwQFoyQO4sI&ab_channel=RanggaGAnanta, diakses pada 6 Desember 2020.

[4] Munir, Rinaldi, 2010, "Marematika Diskrit Edisi 3", Bandung: Penerbit Informatika.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Balige, 6 Desember 2020

Sharon

Sharon Bernadetha Marbun
13519092