

Penerapan Teori Pewarnaan Graf Pada Pengaturan Lampu Lalu Lintas

Muhammad Fakhry Malta and 13519032¹

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganessa 10 Bandung 40132, Indonesia

¹13519032@std.stei.itb.ac.id

Abstrak — Jalanan tempat berlalu-lintas sangatlah akan bahaya kecelakaan, terutama di negara Indonesia yang masih sangat minim kesadaran dalam ketertiban berlalu-lintas, ditambah lagi di Indonesia banyak sekali kendaraan pribadi yaitu mobil dan sepeda motor di jalanan yang membuat jalan raya benar-benar padat dan rawan kecelakaan. Lampu lalu lintas mempunyai fungsi untuk mengatur ketertiban dari empat maupun tiga arah jalan supaya tidak terjadi kecelakaan. Warna merah diartikan sebagai berhenti, kuning artinya berhati-hati, sedangkan kalau lampu hijau sudah menyala, itu artinya sudah boleh berjalan kembali. Pada lampu lalu lintas ini digunakan salah satu teori graf yaitu pewarnaan graf dalam mengatur menyala-nya lampu hijau, kuning, ataupun merah pada lampu lalu lintas

Kata Kunci—Graf, Pewarnaan Graf, Lampu Lalu Lintas, Jalur

I. PENDAHULUAN

Kemacetan dan ketertiban lalu lintas sudah menjadi perhatian pemerintah sejak mulai maraknya penggunaan kendaraan pribadi seperti mobil dan sepeda motor mulai dari berpuluh-puluh tahun yang lalu. Pada jalan raya sangat rawan sekali terjadi kecelakaan yang dapat merenggut nyawa para pengguna jalan raya. Hal ini disebabkan karena kurangnya ketertiban di jalan raya terutama di Indonesia. Penyebab terbesar jalan raya Indonesia tidak tertib adalah karena masyarakat Indonesia sendiri masih sangat sedikit yang memiliki kesadaran mengenai ketertiban lalu lintas. Hal inilah yang mendorong diciptakannya lampu lalu lintas

II. LANDASAN TEORI

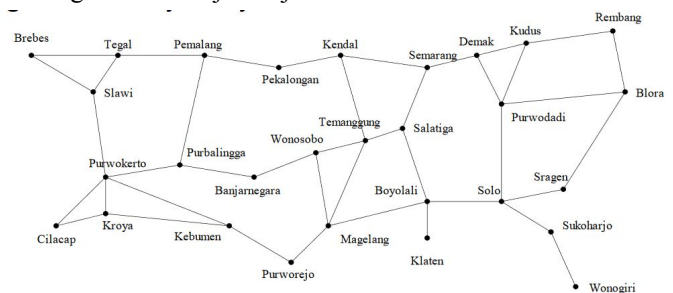
2.1 DEFINISI LALU LINTAS

Menurut Poerwadarminta dalam kamus umum bahasa Indonesia (1993:55) menyatakan bahwa lalu lintas adalah berjalan bolak balik, hilir mudik dan perihal perjalanan di jalan dan sebagainya serta berhubungan antara sebuah tempat dengan tempat lainnya. Sedangkan disebutkan dalam Undang-undang No. 22 tahun 2009, lalu lintas di artikan sebagai gerak kendaraan dan orang di ruang lalu lintas jalan. Ruang lalu lintas itu sendiri adalah prasarana yang berupa jalan dan fasilitas pendukung dan diperuntukkan bagi gerak pindah

kendaraan, orang dan atau barang. Di dalam lalu lintas memiliki 3 (tiga) sistem komponen yang antara lain adalah manusia, kendaraan dan jalan yang saling berinteraksi dalam pergerakan kendaraan.

2.2 TEORI GRAF

Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut.



Gambar sebuah graf yang menyatakan peta jaringan jalan raya yang menghubungkan sejumlah kota di Provinsi Jawa Tengah.

Gambar 1

<http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/matdis20-21.htm>

• Definisi Graf

Graf $G = (V, E)$, yang dalam hal ini :

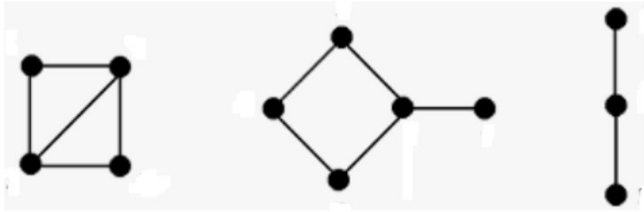
- $V =$ himpunan tidak-kosong dari simpul-simpul (vertices) = $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$
- $E =$ himpunan sisi (edges) yang menghubungkan sepasang simpul = $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$

• Jenis-jenis Graf

Berdasarkan Ada Tidaknya gelang atau sisi Ganda Pada suatu graf, maka graf digolongkan menjadi dua jenis :

1. Graf sederhana (simple graph).

Graf yang tidak mengandung gelang maupun sisi ganda dinamakan graf sederhana.

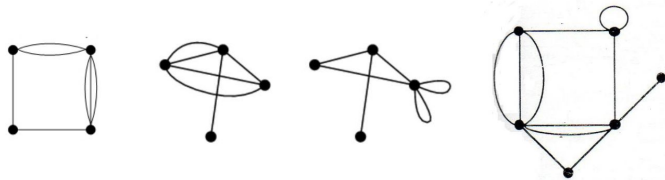


Gambar 2

<http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/matdis20-21.htm>

2. Graf tak-sederhana (unsimple-graph).

Graf yang mengandung sisi ganda atau gelang dinamakan graf tak-sederhana (unsimple graph).

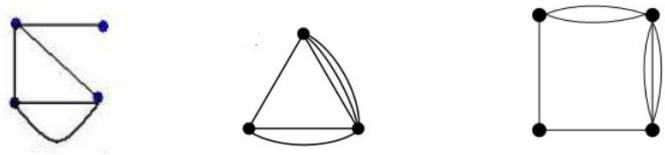


Gambar 3

<http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/matdis20-21.htm>

Graf tak-sederhana dibedakan lagi menjadi :

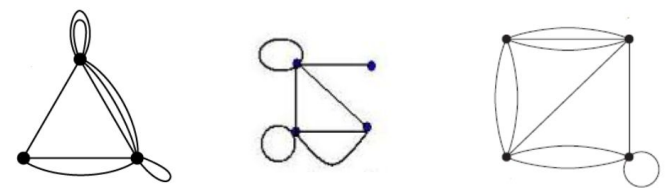
1. Graf ganda (multi-graph) → Graf mengandung sisi ganda



Gambar 4

<http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/matdis20-21.htm>

2. Graf semu (pseudo-graph) → Graf mengandung sisi gelang



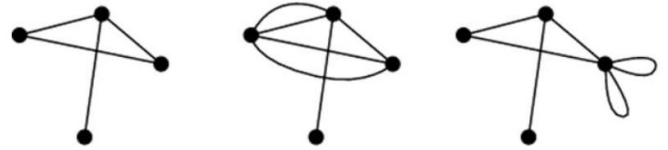
Gambar 5

<http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/matdis20-21.htm>

Berdasarkan orientasi arah pada sisi, graf dibedakan atas 2 jenis :

1. Graf tak-berarah (undirected graph)

Graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah disebut graf tak-berarah.

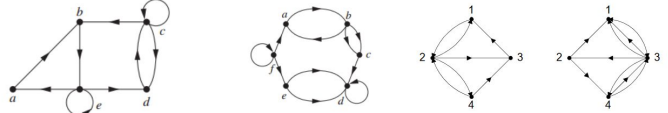


Gambar 6

<http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/matdis20-21.htm>

2. Graf berarah (directed graph atau digraph)

Graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah disebut sebagai graf berarah.



Gambar 7

<http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/matdis20-21.htm>

• Contoh Penerapan Graf

1. Rangkaian Listrik
2. Isomer Senyawa Kimia Karbon
3. Jejaring Makanan (Biologi)
4. Pengujian Program
5. Pemodelan Mesin Jaja (Vending Machine)

2.3 PEWARNAAN GRAF

- Ada dua macam : pewarnaan simpul, dan pewarnaan sisi
- Pewarnaan simpul : memberi warna pada simpul-simpul graf sedemikian sehingga dua simpul bertetangga mempunyai warna berbeda.



Gambar 8

<http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/matdis20-21.htm>

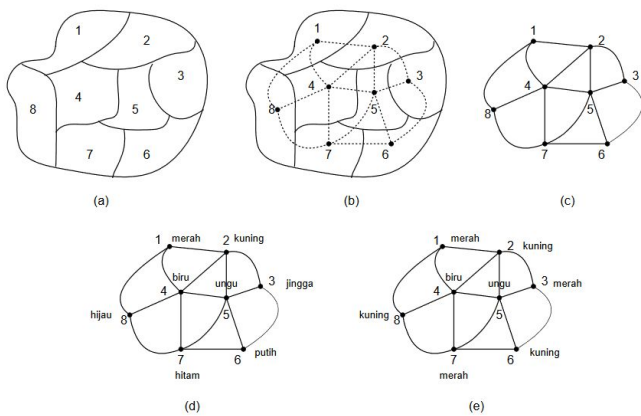
- Aplikasi pewarnaan graf : mewarnai peta.
- Peta terdiri atas sejumlah wilayah.
- Wilayah dapat menyatakan kecamatan, kabupaten, provinsi, atau negara.
- Peta diwarnai sedemikian sehingga dua wilayah bertetangga mempunyai warna berbeda.



Gambar 9

<http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/matdis20-21.htm>

- Nyatakan wilayah sebagai simpul, dan batas antar dua wilayah bertetangga sebagai sisi.
- Mewarnai wilayah pada peta berarti mewarnai simpul pada graf yang berkoresponden.
- Setiap wilayah bertetangga harus mempunyai warna berbeda → warna setiap simpul harus berbeda.



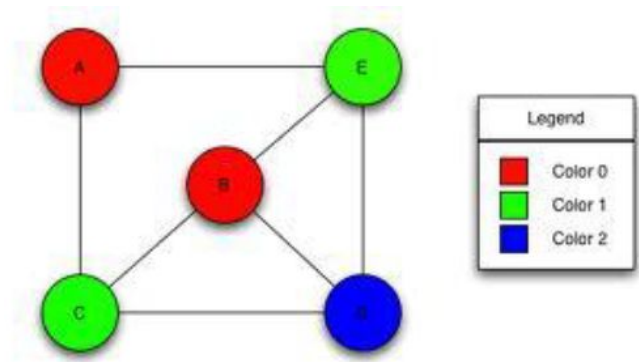
Gambar 10

<http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/matdis20-21.htm>

- Peta
- Peta dan graf yang merepresentasikannya,
- Graf yang merepresentasikan peta,
- Pewarnaan simpul, setiap simpul mempunyai warna berbeda,
- Empat warna sudah cukup untuk mewarnai 8 simpul

Bilangan Kromatik

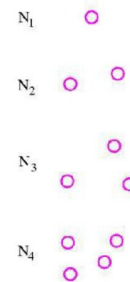
- Bilangan kromatik: jumlah minimum warna yang dibutuhkan untuk mewarnai peta.
- Simbol: (G) .
- Suatu graf G yang mempunyai bilangan kromatis k dilambangkan dengan $(G) = k$.
- Graf dibawah ini memiliki $(G) = 3$



Gambar 11

<http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/matdis20-21.htm>

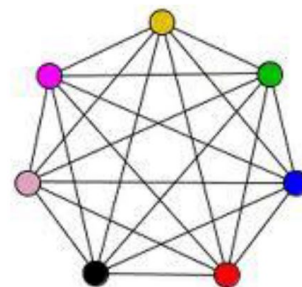
- Graf kosong N_n memiliki $(G) = 1$, karena semua simpul tidak terhubung, jadi untuk mewarnai semua simpul cukup dibutuhkan satu warna saja.



Gambar 12

<http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/matdis20-21.htm>

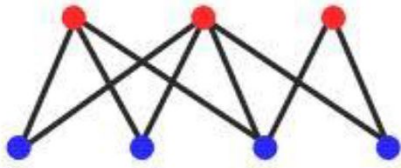
- Graf lengkap K_n memiliki $(G) = n$ sebab semua simpul saling terhubung sehingga diperlukan n buah warna.



Gambar 13

<http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/matdis20-21.htm>

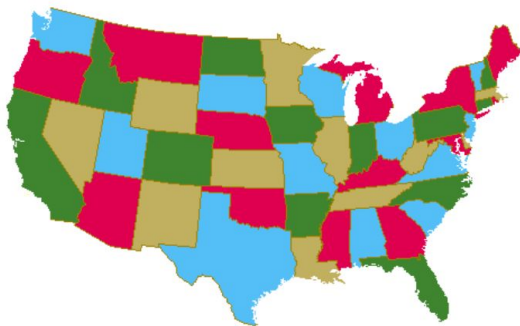
- Graf bipartit $K_{m,n}$ mempunyai $(G) = 2$, satu untuk simpul-simpul di himpunan V_1 dan satu lagi untuk simpul-simpul di V_2 .



Gambar 14

<http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/matdis20-21.htm>

- Graf lingkaran dengan n ganjil memiliki $\chi(G) = 3$, sedangkan jika n genap maka $\chi(G) = 2$.
- Sembarang pohon T memiliki $\chi(T) = 2$.
- Untuk graf-graf yang lain tidak dapat dinyatakan secara umum bilangan kromatiknya.
- Perkembangan teorema pewarnaan graf:
TEOREMA 1. Bilangan kromatik graf planar 6.
TEOREMA 2. Bilangan kromatik graf planar 5.
TEOREMA 3. Bilangan kromatik graf planar 4.
- Teorema 4 berhasil menjawab persoalan 4-warna (yang diajukan pada abad 19) :
 dapatkah sembarang graf planar diwarnai hanya dengan 4 warna saja?
- Jawaban dari persoalan ini ditemukan oleh Appel dan Haken yang menggunakan komputer untuk menganalisis hampir 2000 graf yang melibatkan jutaan kasus



Cukup 4 warna saja untuk mewarnai sembarang peta

Gambar 15

<http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/matdis20-21.htm>

2.4 ALGORITMA WELCH-POWELL

Algoritma Welch-Powell digunakan untuk mewarnai simpul suatu graf berdasarkan derajat tertinggi dari simpul-simpulnya. Algoritma Welch-Powell merupakan algoritma yang tergolong dalam algoritma Greedy. Algoritma Greedy yaitu algoritma yang pada setiap langkah penyelesaian terdapat banyak pilihan solusi yang perlu dieksplorasi. Pada setiap langkah harus diputuskan pilihan terbaik yang selanjutnya akan menjadi solusi optimum local (locally optimal) dan diharapkan dapat menjadi solusi optimum global (globally optimal).

Selain algoritma Welch-Powell, algoritma Kruskal's

dan algoritma Prim's untuk menyelesaikan masalah Minimum Spanning Tree juga tergolong dalam algoritma Greedy. Menurut [3], algoritma Welch-Powell adalah sebagai berikut :

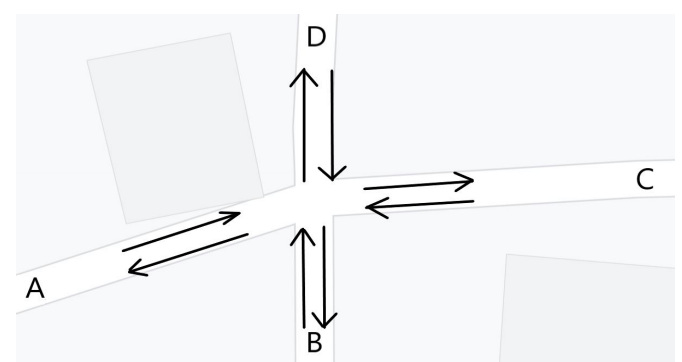
1. Urutkan simpul-simpul dari graf G dalam derajat yang menurun (urutan seperti ini mungkin tidak unik karena beberapa simpul mungkin berderajat sama).
2. Gunakan satu warna untuk mewarnai simpul pertama (yang mempunyai derajat tertinggi) dan simpul-simpul lain (dalam urutan yang berurutan) yang tidak bertetangga dengan simpul pertama ini.
3. Mulai lagi dengan simpul derajat tertinggi berikutnya di dalam daftar terurut yang belum diwarnai dan ulangi proses pewarnaan simpul dengan menggunakan warna kedua.
4. Ulangi penambahan warna-warna sampai semua simpul telah diwarnai.

Algoritma Welch-Powell tidak selalu memberikan jumlah warna minimum pada suatu pewarnaan graf, tetapi algoritma ini memberikan batas atas jumlah warna yang dapat dipakai untuk mewarnai suatu graf.

Pewarnaan Simpul dengan Algoritma Welch-Powell

Seperti yang dijelaskan sebelumnya, misalkan G adalah graf sederhana. Suatu pewarnaan- k untuk graf G adalah penggunaan sebagian atau semua k warna untuk mewarnai semua simpul pada graf G sehingga dua simpul yang terhubung langsung diberi warna yang berbeda. Jika G mempunyai pewarnaan k selanjutnya graf G dikatakan dapat diwarnai dengan k - warna (k - colourable). Pemberian warna pada simpul dapat direpresentasikan dengan angka atau dapat juga direpresentasikan langsung menggunakan warna misalnya merah, hijau, biru, kuning dan lain-lain. Masalah utama dalam pewarnaan simpul adalah pencarian solusi penggunaan jumlah warna yang seminimal mungkin. Jumlah warna yang paling minimal yang digunakan untuk mewarnai graf disebut dengan bilangan kromatik (chromatic number).

III. APLIKASI GRAF PADA LAMPU LALU LINTAS

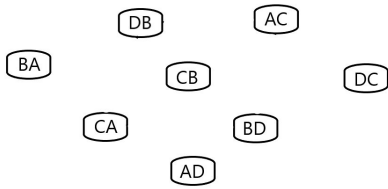


Gambar 16 (Perempatan jalan dekat rumah penulis diambil dari Google Maps)

Perhatikan gambar diatas, dari gambar diatas kita mendapat informasi tentang jalur mana saja yang boleh digunakan untuk melintas (catatan: kecuali melintas ke kanan dari setiap jalan dilarang) yaitu AC, BD, CA, DB, AD, DC, CB, dan BA.

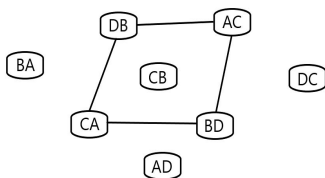
Setelah mengetahui setiap jalurnya maka :

- langkah pertama adalah kita membuat simpul dari semua jalur yang boleh kita lintasi (letak dari tiap simpul dibebaskan karena tidak terlalu berpengaruh).



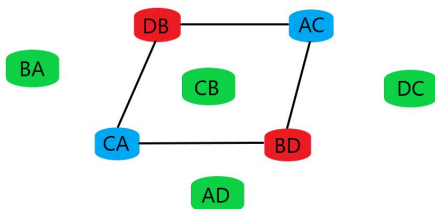
Gambar 17

- Kemudian langkah kedua adalah menggambar sisi yang menghubungkan simpul-simpul yang berseberangan atau saling melintas/bertabrakan (ketika semua lampu hijau). Pada gambar (?) dapat dilihat bahwa jalur DB dan AC berseberangan dan saling melintas kemudian jalur AC dan BD, BD dan CA, serta CA dan DB. Hubungkan jalur-jalur tersebut dengan garis/sisi.



Gambar 18

- Langkah ketiga adalah memberikan warna pada masing-masing simpul dengan ketentuan
 - Gunakan warna yang seminimal mungkin
 - Simpul yang terhubung langsung dengan garis satu sama lain tidak boleh berwarna sama
 - Pada simpul yang tidak terhubung langsung satu sama lainnya dengan garis boleh diberikan warna yang sama
 - Simpul yang tidak terhubung dengan garis/sisi bebas berwarna apa saja karena lintasan tersebut tidak akan saling melintas meskipun lampu hijau terus
 - Pewarnaan awal dibebaskan



Gambar 19

Dari gambar 4 diatas, semua simpul sudah diwarnai. Untuk simpul-simpul yang terhubung langsung satu sama lainnya dengan garis memiliki warna yang berbeda yaitu contohnya DB (merah) dan AC (biru), akan tetap untuk yang tidak terhubung langsung boleh memiliki warna yang sama, contohnya seperti DB dan BD yang sama-sama memiliki warna merah. Untuk simpul yang tidak terhubung sama sekali dengan garis semuanya diberikan warna hijau.

- Langkah selanjutnya adalah mengelompokkan simpul-simpul berdasarkan warnanya
 Merah : DB, BD
 Biru : AC, CA
 Hijau : BA, CB, AD, DC

Dari pengelompokkan diatas didapatkan hasil :

Tabel 1. Kondisi Lalu Lintas 1 (Ketika DB, BD, BA, CB, AD, DC maka AC dan CA haruslah berlampu merah)

Warna Lampu Lalu Lintas	Jalur
Hijau	DB, BD, BA, CB, AD, DC
Merah	AC, CA

Tabel 2. Kondisi Lalu Lintas 2 (Ketika AC, CA, BA, CB, AD, DC maka DB dan BD haruslah berlampu merah)

Warna Lampu Lalu Lintas	Jalur
Hijau	AC, CA, BA, CB, AD, DC
Merah	DB, BD

Berdasarkan Tabel 1 dan Tabel 2 diatas, dapat kita lihat dan simpulkan bahwa untuk simpul yang terhubung dengan garis dan berwarna berbeda tidak boleh dalam kondisi lampu hijau menyala secara bersamaan. Jika salah satu warna sudah menyala lampu hijau maka warna yang lain haruslah berwarna merah agar tidak terjadi tabrakan antar jalur. Hal ini juga berlaku apabila simpul yang terhubung dengan garis memiliki lebih dari 2 warna, maka yang boleh menyala lampu hijaunya hanya satu warna sedangkan warna sisanya haruslah berlampu merah. Untuk simpul yang tidak terhubung dengan garis boleh langsung melintas (dikarenakan mereka langsung berbelok ke kiri yang dibolehkan dalam aturan).

IV. KESIMPULAN

Teori Graf merupakan salah satu cabang keilmuan yang sudah dipelajari sejak lama akan tetapi sampai sekarang pun teori graf masih banyak sekali dipakai untuk menciptakan teknologi dan inovasi yang dapat dipakai untuk memudahkan kita sebagai umat manusia.

Teori graf memiliki banyak sekali penerapannya di berbagai bidang keilmuan yang tidak bisa disebutkan satu per satu disini. Salah satu aplikasi sederhananya yaitu seperti makalah yang saya tulis diatas yaitu pada pengaturan lampu lalu lintas yang sangat membantu menertibkan jalan raya.

Dengan menggunakan pewarnaan graf, lampu lalu lintas dapat membedakan jalur mana yang akan saling bertabrakan ketika keduanya menyala lampu hijau kemudian mengatur sehingga jalur-jalur tersebut tidak saling melintasi.

V. UCAPAN TERIMA KASIH

Puji syukur kepada Allah Subhanahu wa ta'ala yang telah memberikan rahmat dan karunia-Nya sehingga saya dapat menyelesaikan makalah ini.

Terima kasih juga kepada keluarga saya dan juga kepada para dosen pengampu mata kuliah Matematika Diskrit. Semoga ilmunya tetap berkah dan penulis dapat menerapkan ilmu yang didapat dari kuliah ini untuk kebaikan di masa depan.

REFERENSI

- [1] <http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/matdis20-21.htm> (diakses pada 10 Desember 2020 pukul 21.00)
- [2] <https://www.slideshare.net/nidashafiyanti/penggunaan-teori-graf-pada-pengaturan-lampu-lalu-lintas> (diakses pada 10 Desember 2020 pukul 21.30)
- [3] <https://nextgen.web.id/pemanfaatan-teori-graf-dari-lampu-lalu-lintas-sampai-penjadwalan/6035> (diakses pada 11 Desember 2020 pukul 11.00)
- [4] <https://id.scribd.com/doc/146038570/Soal-Pewarnaan-Graph> (diakses pada 11 Desember 2020 pukul 21.00)
- [5] <https://www.gridoto.com/read/221011207/belum-banyak-yang-tahu-kenapa-lampu-lalu-lintas-ada-warna-merah-dan-hijau-ternyata-ini-alasannya> (diakses pada 11 Desember 2020 pukul 22.15)
- [6] <https://www.neliti.com/id/publications/43630/pewarnaan-simpul-dengan-algoritma-welch-powell-pada-traffic-light-di-yogyakarta> (diakses pada 11 Desember 2020 pukul 23.00)
- [7] <http://repository ump.ac.id/1734/3/ARGYA%20SUKMA%20BAB%20II.pdf> (diakses pada 11 Desember 2020 pukul 23.00)

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 11 Desember 2020



Muhammad Fahkry Malta 13519032