Penggunaan Relasi Rekurens untuk Menghitung Iterasi Maksimum Segitiga Sierpiński yang Dapat Digambar Secara Digital pada Berbagai Perangkat

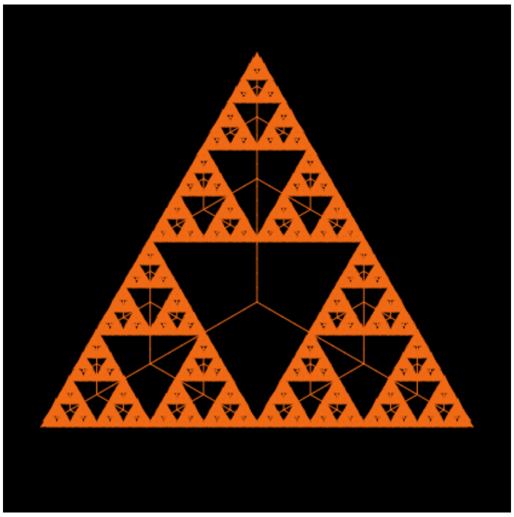
Jauhar Wibisono, 13519160[1]
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
[1]jauhar_wibisono@students.itb.ac.id

***Abstrak*—Segitiga Sierpiński adalah salah satu jenis fraktal yang dapat digambar secara iteratif dengan perulangan tak hingga. Namun, ukuran segitiga tiap perulangan yang semakin mengecil menimbulkan batasan dalam menggambar Segitiga Sierpiński. Makalah ini membahas tentang batasan dalam menggambar Segitiga Sierpiński dengan batasan tertentu secara digital untuk berbagai perangkat dengan tampilan digital. Didapatkan nilai-nilai iterasi maksimum Segitiga Sierpiński yang dapat digambar untuk berbagai perangkat dan hubungan nilai iterasi maksimum Segitiga Sierpiński terhadap spesifikasi perangkat.**

***Kata Kunci*— digital, iterasi maksimum, relasi rekurens, Segitiga Sierpiński**

I. Pendahuluan

Segitiga Sierpiński adalah salah satu jenis fraktal berbentuk segitiga sama sisi yang terbagi menjadi beberapa segitiga sama sisi secara rekursif. Segitiga Sierpiński dipelajari karena memiliki sifat-sifat menarik, seperti berhubungan dengan Segitiga Pascal. Selain itu, Segitiga Sierpiński juga banyak digambar dalam konteks seni.



Gambar 1. Segitiga Sierpiński, diambil dari [5]

Segitiga Sierpiński merupakan salah satu *self-similar fractal*. Salah satu sifat *self-similar fractal* adalah dapat digambar secara iteratif dengan perulangan tak hingga. Jadi, secara teori, iterasi dalam penggambaran Segitiga Sierpiński dapat dibuat sebanyak apapun. Namun, segitiga yang dihasilkan tiap perulangan lebih kecil dari segitiga pada perulangan sebelumnya.

Salah satu cara menggambar Segitiga Sierpiński adalah sebagai berikut. Segitiga yang sangat kecil mungkin sulit bahkan mustahil untuk digambar. Hal ini menyebabkan batasan dalam menggambar Segitiga Sierpiński.

Makalah ini membahas tentang batasan dalam menggambar segitiga Sierpiński secara digital. Untuk berbagai perangkat dengan tampilan digital, dihitung iterasi maksimum Segitiga Sierpiński sedemikian sehingga segitiga terkecil pada Segitiga Sierpiński ini dapat digambar.

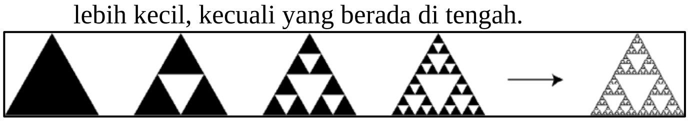
II. Landasan Teori

A. Segitiga Sierpiński

Segitiga Sierpiński adalah salah satu jenis fraktal berbentuk segitiga sama sisi yang terbagi menjadi beberapa segitiga sama sisi secara rekursif. Nama Sierpiński diambil dari nama matematikawan Polandia, Wacław Sierpiński, namun Segitiga Sierpiński telah digambar berabad-abad sebelum diteliti oleh Wacław Sierpiński. Segitiga Sierpiński dipelajari karena memiliki sifat-sifat menarik, seperti berhubungan dengan Segitiga Pascal.

Segitiga Sierpiński merupakan salah satu *self-similar fractal*, yang berarti bentuknya pada tiap perulangan mirip. Segitiga Sierpiński dapat dibuat secara iteratif dengan cara berikut.

1. Gambar segitiga sama sisi.
2. Bagi segitiga sama sisi tersebut menjadi empat segitiga sama sisi kongruen.
3. Ulangi langkah 2 dengan semua segitiga sama sisi yang lebih kecil, kecuali yang berada di tengah.



Gambar 2. Konstruksi Segitiga Sierpiński, diambil dari [3]

Langkah 2 pada cara tersebut dapat diulang sebanyak apapun. Namun, seiring bertambahnya perulangan, ukuran segitiga yang digambar semakin mengecil. Karena setiap perulangan dalam penggambaran Segitiga Sierpiński membagi sebuah segitiga sama sisi menjadi 4 buah segitiga sama sisi kongruen, luas segitiga suatu perulangan adalah seperempat kali luas segitiga perulangan sebelumnya. Hubungan luas segitiga antar perulangan ini akan digunakan dalam perhitungan iterasi maksimum.

B. Relasi Rekurens

Relasi rekurens sebuah sekuens $\{a_n\}$ adalah persamaan yang menyatakan a_n dalam satu atau lebih suku sebelumnya: $a_{n_0}, a_{n_0+1}, \dots, a_{n-1}$ dengan n bilangan bulat dan $n \geq n_0$. Sebuah sekuens disebut *solusi* relasi rekurens apabila suku-sukunya memenuhi relasi rekurens tersebut. *Basis* sebuah sekuens yang didefinisikan dengan relasi rekurens adalah suku-suku dengan nilai yang dinyatakan secara eksplisit. Apabila sebuah relasi rekurens memiliki basis, solusi relasi rekurens tersebut merupakan solusi yang unik.

Berikut adalah salah satu contoh sekuens yang didefinisikan dengan relasi rekurens, yaitu Sekuens Fibonacci.

$$a_n = \begin{cases} 1, n < 2 \\ a_{n-1} + a_{n-2}, n \geq 2 \end{cases}, dengan\ n \geq 0 \ \ (1)$$

Relasi rekurens pada definisi sekuens tersebut adalah $a_n = a_{n-1} + a_{(n-2)}$, basis sekuens tersebut adalah $a_0 = 1$ dan $a_1 = 1$, dan solusi relasi rekurens tersebut adalah 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...

Relasi rekurens homogen lanjar dengan *derajat k* adalah relasi rekurens dengan bentuk

$$a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \cdots + c_k a_{n-k} \ (2)$$

dengan $c_1, c_2, \dots, c_k$ bilangan riil dan $c_k \neq 0$. Relasi rekurens (2) disebut lanjar karena ruas kanannya merupakan jumlah suku-suku sebelum a_n yang masing-masing dikalikan dengan konstan. Relasi rekurens (2) disebut homogen karena seluruh suku di ruas kanan merupakan kelipatan suku-suku sekuens $\{a_n\}$. Sebagai contoh,

$$a_n = 3a_{n-1} \ (3) \ \text{ dan } a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \ (4)$$

merupakan relasi rekurens homogen lanjar.

Solusi relasi rekurens homogen lanjar dapat dicari secara sistematis. Biasanya, solusi relasi rekurens homogen lanjar berbentuk $a_n = a_0 r^n$ dengan a_0 dan r sebuah konstan riil. Nilai a_0 sering disebut *basis* atau *kondisi awal* relasi rekurens homogen lanjar. Dengan menyulihkan $a_n = a_0 r^n$ ke (2) dan membagi kedua ruas dengan a_0, didapatkan persamaan

$$r^n = c_1 r^{n-1} + c_2 r^{n-2} + \cdots + c_k r^{n-k} \ (5).$$

Dengan membagi kedua ruas dengan r^{n-k} dan memindah suku ruas kanan ke ruas kiri, didapatkan persamaan

$$r^k - c_1 r^{k-1} - c_2 r^{k-2} - \cdots - c_k r^{n-k} = 0 \ (6).$$

Persamaan ini disebut *persamaan karakteristik* dari relasi rekurens homogen lanjar. Nilai r bisa didapatkan dengan mencari akar persamaan karakteristik.

Teknik di atas digunakan di makalah ini untuk mencari solusi relasi rekurens homogen lanjar berderajat satu. Persamaan relasi rekurens tersebut berbentuk

$$a_n = c a_{n-1} \ (7).$$

Dengan menyulihkan $a_n = a_0 r^n$ ke (7) dan membagi kedua ruas dengan a_0, didapatkan

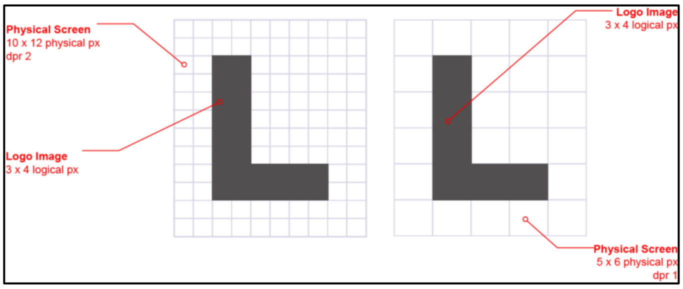
$$r^n = c r^{n-1} \Leftrightarrow \frac{r^n}{r^{n-1}} = c \Leftrightarrow r = c \ (8).$$

Sehingga solusi relasi rekurens homogen lanjar berderajat satu berbentuk

$$a_n = a_0 c^n \ (9).$$

C. Batasan Perangkat Tampilan Digital

Satuan terkecil tampilan digital adalah satu *hardware pixel* atau *physical pixel*, sehingga perangkat tampilan digital tidak mungkin menampilkan sesuatu yang berukuran kurang dari satu hardware pixel. Istilah yang mirip dengan hardware pixel adalah *software pixel* atau *logical pixel*, yaitu satuan luas terkecil dalam tampilan software. Kedua satuan ini memiliki satuan px yang dibaca pixel.



Gambar 3. Physical Pixel dan Logical Pixel, diambil dari https://blog.specctr.com/pixels-physical-vs-logical-c84710199d62

Kedua satuan ini dihubungkan dengan satuan *device pixel ratio* yang merupakan karakteristik setiap perangkat tampilan digital.

$$device\ pixel\ ratio = \frac{hardware\ pixel}{software\ pixel} \ (10)$$

Satuan perangkat tampilan digital selain *device pixel ratio* adalah *physical resolution* dan *logical resolution*. *Physical resolution* adalah banyak *hardware pixel* yang dapat ditampilkan oleh perangkat tampilan digital, sedangkan *logical resolution* adalah banyak *software pixel* yang dapat ditampilkan oleh perangkat tampilan digital. *Logical resolution* suatu perangkat tidak mungkin melebihi *physical resolution*-nya. Kedua satuan ini banyak dituliskan dalam bentuk $a \times b\ px$, yang berarti perangkat dapat menampilkan a *pixel* secara mendatar, b *pixel* secara tegak, dan $a \times b$ *pixel* secara keseluruhan.

Berikut adalah beberapa perangkat dan spesifikasi tampilan mereka.

Tabel I. Perangkat-Perangkat dan Spesifikasi Tampilannya, data diambil dari [7], [8], dan [9]

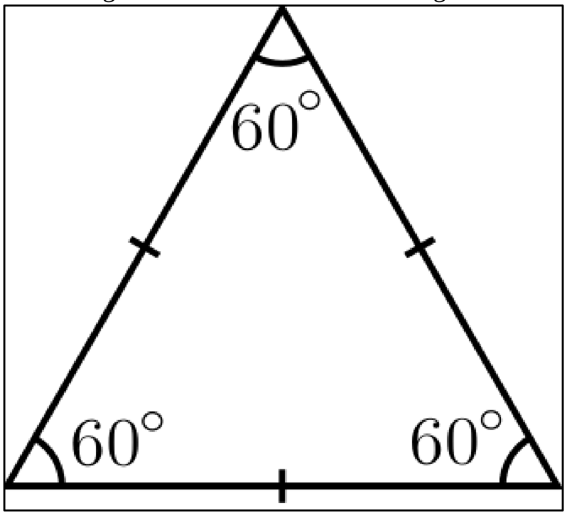
Nama	***Logical Resolution***
iPhone 3g	$320 \times 480\ px$
iPad 3	$768 \times 1024\ px$

Samsung Galaxy S4	$360 \times 640\, px$
Samsung Galaxy S III	$360 \times 640\, px$
MacBook Pro	$1440 \times 900\, px$
ASUS U38N	$1920 \times 1280\, px$
Dell UP3128K	$7680 \times 4320\, px$

Batasan dan spesifikasi perangkat tampilan digital di atas digunakan dalam perhitungan banyak iterasi Segitiga Sierpiński yang dapat ditampilkan pada suatu perangkat. *Physical resolution* tidak digunakan secara langsung karena *logical resolution* merupakan batasan yang lebih bagus. *Physical resolution* dapat digunakan ketika *logical resolution* perangkat tidak diketahui.

D. Segitiga Sama Sisi

Segitiga sama sisi adalah segitiga yang ketiga sisinya sama panjang. Selain memiliki tiga sisi sama panjang, segititiga ini juga memiliki tiga sudut dalam sama besar dengan besar 60°.



Gambar 4. Segitiga Sama Sisi, diambil dari wikipedia.org/wiki/Equilateral_triangle

Sifat-sifat segitiga sama sisi dengan panjang sisi a antara lain:

1. memiliki luas $A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ (11), dan
2. memiliki tinggi $h = \frac{\sqrt{3}}{2} a$ (12).

Sifat-sifat tersebut didapatkan dengan membagi segitiga sama sisi menjadi dua segitiga siku-siku dan menerapkan Teorema Pythagoras. Sifat-sifat tersebut digunakan untuk menentukan besaran-besaran yang ada pada Segitiga Sierpiński.

III. PERHITUNGAN

A. Strategi Perhitungan

Mula-mula, deskripsi masalah perlu diperjelas. Nilai yang dihitung adalah iterasi maksimum Segitiga Sierpiński yang dapat digambar pada suatu *logical resolution* sedemikian sehingga segitiga terkecil pada Segitiga Sierpiński ini memiliki luas lebih dari atau sama dengan 1 *logical pixel*. Batasan tambahan yang digunakan dalam perhitungan antara lain sebagai berikut.

1. Segitiga Sierpiński yang dihasilkan harus dapat ditampilkan secara utuh dalam bentuk aslinya (segitiga sama sisi) pada *logical resolution* yang dipilih, tanpa diperbesar, dipotong, dan sebagainya.
2. Untuk mempermudah perhitungan, salah satu sisi Segitiga Sierpiński harus sejajar dengan salah satu sisi layar. Dampak batasan ini adalah nilai iterasi yang didapat tidak benar-benar maksimum karena segitiga sama sisi memiliki luas maksimum di dalam persegi panjang ketika digambar secara miring terhadap sisi persegi panjang.

Nilai iterasi maksimum tersebut akan dicari menggunakan relasi rekurens. Mula-mula, luas segitiga terbesar dibuat semaksimum mungkin. Luas segitiga terbesar tersebut akan menjadi kondisi awal relasi rekurens. Lalu, karena setiap perulangan dalam penggambaran Segitiga Sierpiński membagi sebuah segitiga sama sisi menjadi 4 buah segitiga sama sisi kongruen, luas segitiga suatu perulangan adalah seperempat kali luas segitiga perulangan sebelumnya, sehingga didapatkan relasi rekurens

$$a_n = \frac{1}{4} a_{n-1} \quad (13)$$

dengan a_n menyatakan luas segitiga pada perulangan ke-n. Sesuai (9), solusi relasi rekurens tersebut adalah

$$a_n = a_0 \left(\frac{1}{4}\right)^n \quad (14)$$

dengan a_0 luas segitiga terbesar yang telah ditentukan. Dengan mencari bilangan bulat n terbesar sehingga $a_n \geq 1\, px$, didapatkan nilai iterasi maksimum. Perlu diperhatikan bahwa nilai iterasi maksimum yang didapatkan tidak akurat karena besaran pada Segitiga Sierpiński akan mengalami pembulatan setiap bertambahnya iterasi.

B. Perhitungan untuk iPhone 3g

Menurut Tabel I, iPhone 3g memiliki *logical resolution* sebesar $320 \times 480\, px$. Apabila alas segitiga terbesar pada Segitiga Sierpiński dibuat sejajar dengan sisi iPhone 3g dengan panjang $320\, px$, luas segitiga terbesar yang bisa didapatkan adalah $44340{,}5\, px$ dengan panjang alas $320\, px$ dan tinggi $277{,}128\, px$. Apabila alas yang sama dibuat sejajar dengan sisi iPhone 3g dengan panjang $480\, px$, luas segitiga terbesar yang bisa didapatkan adalah $59120{,}932\, px$ dengan panjang alas $369{,}505\, px$ dan tinggi $320\, px$. Karena lebih besar, segitiga dengan luas $59120{,}932\, px$ dijadikan segitiga terbesar pada Segitiga Sierpiński.

Dengan menyulihkan $a_0 = 59120{,}932\, px$ dan $a_n = 1\, px$ ke (14), didapatkan persamaan

$$1 = 59120{,}932 \left(\frac{1}{4}\right)^n \quad (15).$$

Apabila (15) dinyatakan dalam n, didapatkan

$$n = \frac{-\log(59120{,}932)}{\log\left(\frac{1}{4}\right)} = 7{,}926. \quad (16)$$

Dengan membulatkan n pada (16) ke bawah, didapatkan nilai iterasi maksimum, yaitu 7. Jadi, iterasi maksimum Segitiga Sierpiński yang dapat digambar dengan alas segitiga sejajar salah satu sisi perangkat pada iPhone 3g adalah 7.

C. Perhitungan untuk iPad3

Menurut Tabel I, iPad3 memiliki *logical resolution* sebesar $768 \times 1024\,px$. Apabila alas segitiga terbesar pada Segitiga Sierpiński dibuat sejajar dengan sisi iPad3 dengan panjang $768\,px$, luas segitiga terbesar yang bisa didapatkan adalah $255401{,}284\,px$ dengan panjang alas $768\,px$ dan tinggi $665{,}107\,px$. Apabila alas yang sama dibuat sejajar dengan sisi iPad3 dengan panjang $1024\,px$, luas segitiga terbesar yang bisa didapatkan adalah $340535{,}035\,px$ dengan panjang alas $886{,}810\,px$ dan tinggi $768\,px$. Karena lebih besar, segitiga dengan luas $340535{,}035\,px$ dijadikan segitiga terbesar pada Segitiga Sierpiński.

Dengan menyulihkan $a_0 = 340535{,}035\,px$ dan $a_n = 1\,px$ ke (14), didapatkan persamaan

$$1 = 340535{,}035\left(\frac{1}{4}\right)^n (17).$$

Apabila (17) dinyatakan dalam n, didapatkan

$$n = \frac{-\log(340535{,}035)}{\log\left(\frac{1}{4}\right)} = 9{,}189. (18)$$

Dengan membulatkan n pada (18) ke bawah, didapatkan nilai iterasi maksimum, yaitu 9. Jadi, iterasi maksimum Segitiga Sierpiński yang dapat digambar dengan alas segitiga sejajar salah satu sisi perangkat pada iPad3 adalah 9.

D. Perhitungan untuk Samsung Galaxy 4 dan Samsung Galaxy S III

Perhitungan untuk Samsung Galaxy 4 dan Samsung Galaxy S III dilakukan bersamaan karena kedua perangkat tersebut memiliki *logical resolution* yang sama, yaitu $360 \times 640\,px$ (menurut Tabel I). Apabila alas segitiga terbesar pada Segitiga Sierpiński dibuat sejajar dengan sisi perangkat dengan panjang $360\,px$, luas segitiga terbesar yang bisa didapatkan adalah $56118{,}446\,px$ dengan panjang alas $360\,px$ dan tinggi $311{,}769\,px$. Apabila alas yang sama dibuat sejajar dengan sisi perangkat dengan panjang $640\,px$, luas segitiga terbesar yang bisa didapatkan adalah $74824{,}595\,px$ dengan panjang alas $415{,}692\,px$ dan tinggi $360\,px$. Karena lebih besar, segitiga dengan luas $74824{,}595\,px$ dijadikan segitiga terbesar pada Segitiga Sierpiński.

Dengan menyulihkan $a_0 = 74824{,}595\,px$ dan $a_n = 1\,px$ ke (14), didapatkan persamaan

$$1 = 74824{,}595\left(\frac{1}{4}\right)^n (19).$$

Apabila (19) dinyatakan dalam n, didapatkan

$$n = \frac{-\log(74824{,}595)}{\log\left(\frac{1}{4}\right)} = 8{,}096. (20)$$

Dengan membulatkan n pada (20) ke bawah, didapatkan nilai iterasi maksimum, yaitu 8. Jadi, iterasi maksimum Segitiga Sierpiński yang dapat digambar dengan alas segitiga sejajar salah satu sisi perangkat pada Samsung Galaxy 4 dan Samsung Galaxy S III adalah 8.

E. Perhitungan untuk MacBook Pro

Menurut Tabel I, MacBook Pro memiliki *logical resolution* sebesar $1440 \times 900\,px$. Apabila alas segitiga terbesar pada Segitiga Sierpiński dibuat sejajar dengan sisi MacBook Pro dengan panjang $1440\,px$, luas segitiga terbesar yang bisa didapatkan adalah $467653{,}282\,px$ dengan panjang alas $1039{,}230\,px$ dan tinggi $900\,px$. Apabila alas yang sama dibuat sejajar dengan sisi MacBook Pro dengan panjang $900\,px$, luas segitiga terbesar yang bisa didapatkan adalah $350740{,}289\,px$ dengan panjang alas $900\,px$ dan tinggi $779{,}423\,px$. Karena lebih besar, segitiga dengan luas $467653{,}282\,px$ dijadikan segitiga terbesar pada Segitiga Sierpiński.

Dengan menyulihkan $a_0 = 467653{,}282\,px$ dan $a_n = 1\,px$ ke (14), didapatkan persamaan

$$1 = 467653{,}282\left(\frac{1}{4}\right)^n (21).$$

Apabila (21) dinyatakan dalam n, didapatkan

$$n = \frac{-\log(467653{,}282\ )}{\log\left(\frac{1}{4}\right)} = 9{,}418. (22)$$

Dengan membulatkan n pada (22) ke bawah, didapatkan nilai iterasi maksimum, yaitu 9. Jadi, iterasi maksimum Segitiga Sierpiński yang dapat digambar dengan alas segitiga sejajar salah satu sisi perangkat pada MacBook Pro adalah 9.

F. Perhitungan untuk ASUS U38N

Menurut Tabel I, ASUS U38N memiliki *logical resolution* sebesar $1920 \times 1280\,px$. Apabila alas segitiga terbesar pada Segitiga Sierpiński dibuat sejajar dengan sisi ASUS U38N dengan panjang $1920\,px$, luas segitiga terbesar yang bisa didapatkan adalah $945930{,}681\,px$ dengan panjang alas $1478{,}017\,px$ dan tinggi $1280\,px$. Apabila alas yang sama dibuat sejajar dengan sisi ASUS U38N dengan panjang $1280\,px$, luas segitiga terbesar yang bisa didapatkan adalah $709448{,}011\,px$ dengan panjang alas $1280\,px$ dan tinggi $1108{,}516\,px$. Karena lebih besar, segitiga dengan luas $467653{,}282\,px$ dijadikan segitiga terbesar pada Segitiga Sierpiński.

Dengan menyulihkan $a_0 = 945930{,}681\,px$ dan $a_n = 1\,px$ ke (14), didapatkan persamaan

$$1 = 945930{,}681\left(\frac{1}{4}\right)^n (23).$$

Apabila (23) dinyatakan dalam n, didapatkan

$$n = \frac{-\log(945930{,}681\ )}{\log\left(\frac{1}{4}\right)} = 9{,}926. (24)$$

Dengan membulatkan n pada (24) ke bawah, didapatkan nilai iterasi maksimum, yaitu 9. Jadi, iterasi maksimum Segitiga Sierpiński yang dapat digambar dengan alas segitiga sejajar salah satu sisi perangkat pada ASUS U38N adalah 9.

G. Perhitungan untuk Dell UP3128K

Menurut Tabel I, Dell UP3128K memiliki *logical resolution* sebesar $7680 \times 4320\ px$. Apabila alas segitiga terbesar pada Segitiga Sierpiński dibuat sejajar dengan sisi ASUS U38N dengan panjang $7680\ px$, luas segitiga terbesar yang bisa didapatkan adalah $10774741{,}66\ px$ dengan panjang alas $4988{,}306\ px$ dan tinggi $4320\ px$. Apabila alas yang sama dibuat sejajar dengan sisi Dell UP3128K dengan panjang $4320\ px$, luas segitiga terbesar yang bisa didapatkan adalah $8081056{,}248\ px$ dengan panjang alas $4320\ px$ dan tinggi $3741{,}230\ px$. Karena lebih besar, segitiga dengan luas $10774741{,}66\ px$ dijadikan segitiga terbesar pada Segitiga Sierpiński.

Dengan menyulihkan $a_0 = 10774741{,}66\ px$ dan $a_n = 1\ px$ ke (14), didapatkan persamaan

$$1 = 10774741{,}66\left(\frac{1}{4}\right)^n\ (25).$$

Apabila (23) dinyatakan dalam n, didapatkan

$$n = \frac{-\log(10774741{,}66\ )}{\log\left(\frac{1}{4}\right)} = 11{,}681.\,(26)$$

Dengan membulatkan n pada (26) ke bawah, didapatkan nilai iterasi maksimum, yaitu 11. Jadi, iterasi maksimum Segitiga Sierpiński yang dapat digambar dengan alas segitiga sejajar salah satu sisi perangkat pada Dell UP3128K adalah 11.

H. Observasi

Tabel II. Hasil Perhitungan

Nama	***Logical Resolution***	**Iterasi Maksimum**
iPhone 3g	$320 \times 480\ px$	7
iPad 3	$768\ \times 1024\ px$	9
Samsung Galaxy S4	$360\ \times 640\ px$	8
Samsung Galaxy S III	$360 \times 640\ px$	8
MacBook Pro	$1440 \times 900\ px$	9
ASUS U38N	$1920 \times 1280\ px$	9
Dell UP3128K	$7680 \times 4320\ px$	11

Pada Tabel II, terlihat bahwa:

- nilai iterasi maksimum terkecil adalah 7,
- nilai iterasi maksimum terbesar adalah 11, dan
- *range* nilai iterasi maksimum adalah $11 - 7 = 4$.

Range nilai iterasi maksimum tersebut kecil dibandingkan dengan range *logical resolution*. Selain itu, *logical resolution* dari ASUS U38N ke Dell UP3128K bertambah hampir 4 kali lipat, namun iterasi maksimum dari ASUS U38N ke Dell UP3128K hanya bertambah sebanyak 2. Hal ini terjadi karena hubungan antara iterasi maksimum terhadap *logical resolution* adalah logaritmik, sehingga iterasi maksimum bertambah sangat lambat dibandingkan dengan *logical resolution*.

IV. KESIMPULAN

Dari perhitungan didapatkan nilai-nilai iterasi maksimum Segitiga Sierpiński yang dapat digambar dengan alas segitiga sejajar salah satu sisi perangkat untuk berbagai perangkat, seperti yang ditunjukkan Tabel II. Selain itu, diketahui bahwa hubungan antara nilai iterasi maksimum terhadap *logical resolution* adalah logaritmik.

Penelitian ini dapat dikembangkan dengan mencoba orientasi lain dalam menggambar Segitiga Sierpiński pada perangkat digital selain membuat salah satu sisi segitiga sejajar dengan sisi perangkat. Selain itu, penelitian serupa untuk fraktal lain juga dapat dilakukan.

VI. UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Tuhan Yang Maha Esa,
2. orang tua penulis,
3. Bapak dan Ibu dosen pengampu mata kuliah Matematika Diskrit IF2120,
4. teman-teman penulis, dan
5. pihak-pihak lain

yang telah mendukung penulis selama pembelajaran dan proses pengerjaan makalah ini.

REFERENSI

[1] K. H. Rosen, “Advanced Counting Techniques,” in Discrete mathematics and its applications, New York, NY: McGraw-Hill, 2019. Lemley, Linda.

[2] "Chapter 6: Output" in Discovering Computers, University of West Florida. https://web.archive.org/web/20120614152622/http://uwf.edu/clemley/cgs1570w/notes/Concepts-6.htm. [Diakses 11 Desember 2020]

[3] “Sierpinski Gasket” in Encyclopedia of Mathematics, EMS Press, 2001

[4] P. Yin, “Notes on Euclidean Geometry,” 1998.

[5] R. Munir, ‘Homepage Rinaldi Munir’. https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/. [Diakses 10 Desember 2020]

[6] juiceboxinteractive.com, ‘A pixel is not a pixel: designing for a new generation of mobile devices’. https://juiceboxinteractive.com/blog/a-pixel-is-not-a-pixel-designing-for-a-new-generation-of-mobile-devices/. [Diakses 10 Desember 2020]

[7] blogs.perficient.com, ‘CSS Pixel Ratio (or “How Big is My Phone?”)’. https://blogs.perficient.com/2014/12/24/css-pixel-ratio-or-how-big-is-my-phone/. [Diakses 10 Desember 2020]

[8] graphicdesign.stackexchange.com, ‘Macbook Pro Resolution Issue’. https://graphicdesign.stackexchange.com/questions/108860/macbook-pro-resolution-issue. [Diakses 10 Desember 2020]

[9] dell.com, ‘Dell UltraSharp 32 8K Monitor – UP3218K’. https://www.dell.com/en-us/work/shop/dell-ultrasharp-32-8k-monitor-up3218k/apd/210-alez/monitors-monitor-accessories. [Diakses 10 Desember 2020]

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Yogyakarta, 11 Desember 2020

Jauhar Wibisono, 13519160