

# Algoritma Prim dalam Pemilihan Rute *Traveling* dari Aceh Menuju Papua

Mario Gunawan / 13518114<sup>1</sup>

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

<sup>1</sup>13518114@std.stei.itb.ac.id

**Abstract**— Pesawat Terbang adalah alat transportasi udara yang digunakan untuk alasan biaya, kemudahan, dan kecepatannya. Setiap pesawat terbang memiliki tipe yang berbeda-beda. Dari tipe tipe pesawat yang beragam, beragam juga harga yang harus dikeluarkan untuk sekali penerbangan tergantung biaya bahan bakar, pelayanan, mesin, dan lainnya. Oleh karena itu, perlu dipilih tipe pesawat yang paling kecil biayanya untuk jarak tertentu. Makalah ini ditujukan untuk mencari rute penerbangan yang paling minimum yang dapat digunakan untuk menuju suatu kota dengan model pesawat Boeing 737-900ER dengan rute penerbangan LION AIR.

**Keywords**— Pesawat, Jarak, Pohon, Graf.

## I. PENDAHULUAN

Matematika Diskrit adalah cabang matematika yang membahas struktur matematik yang bersifat diskrit. Diskrit berarti tidak berkaitan, yaitu objek yang hanya bisa memiliki *value* yang terpisah. Objek diskrit bisa dikarakteristikan seperti *integer*(angka), dimana objek kontinu memerlukan bilangan real.(Wolfram Alpha) Contoh lain tentang permasalahan diskrit yang dapat ditemui dalam masa perkuliahan di jurusan informatika adalah masalah computer(*software*) dan *files* yang menggunakan bilangan biner. Bilangan biner merupakan matematika diskrit

Konsep dan notasi dari matematika diskrit berguna dalam mempelajari dan mendeskripsikan objek dan masalah dalam *computer science*, seperti algoritma komputasional, Bahasa pemrograman, kriptografi, otomatisasi teorema, dan pengembangan perangkat lunak. Selain kegunaannya dalam bidang keinformatikaan, matematika diskrit juga berguna untuk hal hal yang bisa kita temui sehari hari, contohnya : penentuan rute dari suatu kepergian, membuat sebuah peta, menentukan kompleksitas suatu pencarian atau pemrograman, dan memudahkan pencarian sesuatu.

Menentukan rute kepergian dari pesawat terbang Boeing 737-900ER untuk bandara sekitar pulau jawa juga merupakan pemanfaatan konsep matematika diskrit, yaitu pohon merentang minimum. Dengan menggunakan pohon merentang minimum, berdasarkan teori akan dapat dicapai bandara yang sesuai dengan jarak yang minimum. Tentu saja, rute kepergian dan kemampuan maksimal jarak sekali kepergian pesawat juga menjadi bahan pertimbangan disini.

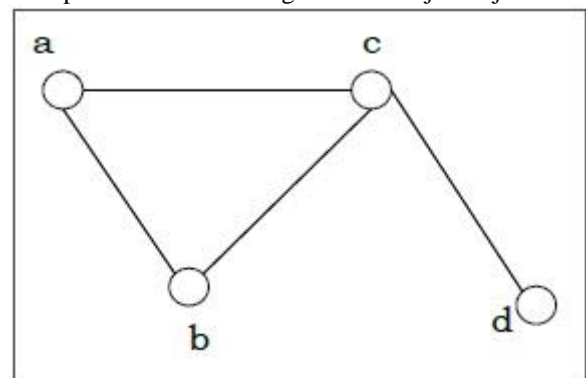
Dengan pohon merentang minimum, dapat diperoleh jarak

paling kecil untuk mencapai tempat tujuan dengan melewati kota sebanyak-banyaknya.

## II. TEORI DASAR

### 1. Graf

Graf adalah suatu himpunan objek-objek diskrit yang merepresentasikan hubungan antara objek-objek tersebut.



Gambar 2.1: Contoh graf dengan 4 elemen

Sumber:[https://www.tutorialspoint.com/discrete\\_mathematics/images/graph.jpg](https://www.tutorialspoint.com/discrete_mathematics/images/graph.jpg)

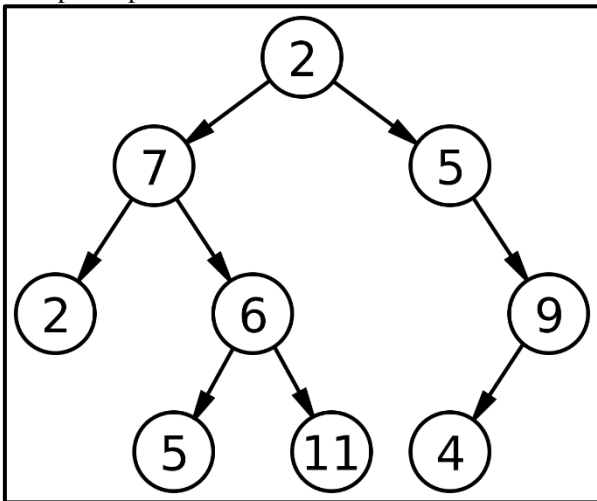
### A. Beberapa Istilah Graf

1. *Sisi* adalah garis yang menghubungkan suatu elemen graf. Contoh : sisi cd, sisi ab.
2. *Simpul* adalah elemen graf (a,b,c,d).
3. *Derajat* adalah jumlah koneksi ke elemen graf lain yang dimiliki suatu elemen graf.
4. *Graf tak berarah* adalah graf yang tidak memiliki arah(tanda panah). Contoh graf tak berarah adalah graf pada gambar 2.1. Kebalikan graf tidak berarah adalah graf berarah(memiliki tanda panah pada sisinya sebagai indikasi)
5. *Subgraf* adalah himpunan elemen graf beserta relasinya yang merupakan bagian dari graf tersebut.
6. *Sirkuit* adalah sebuah graf yang memiliki jalan untuk kembali ke titik asal. Contohnya adalah sirkuit a-b-c pada subgraf a-b-c.
7. *Bobot* adalah besaran dari suatu sisi

### 2. Pohon

Pohon adalah graf tak-berarah yang semua elemennya

terhubung dan tidak mengandung sirkuit. Setiap graf terhubung paling sedikit memiliki satu subgraf yang merupakan pohon.



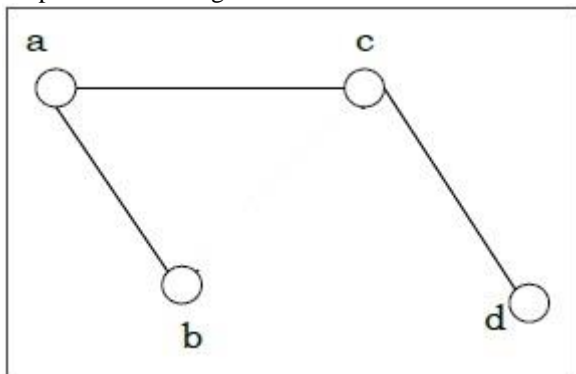
Gambar 2.2: Contoh pohon

Sumber: [https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/f/f7/Binary\\_tree.svg/1200px-Binary\\_tree.svg.png](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/f/f7/Binary_tree.svg/1200px-Binary_tree.svg.png)

**A. Pohon Merentang**

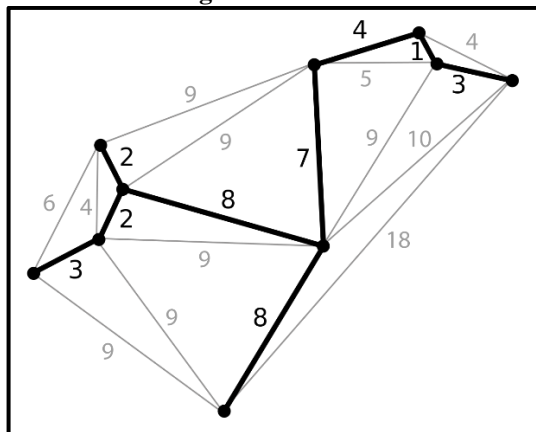
Pohon merentang adalah subgraf dari graf terhubung yang merupakan pohon. Pohon merentang diperoleh dengan memutus sirkuit didalam graf.

Setiap graf terhubung paling sedikit memiliki satu pohon merentang.



Gambar 2.3: Contoh Pohon Merentang dari Gambar 2.1

**B. Pohon Merentang Minimum**



Gambar 2.3: Contoh Pohon Merentang Minimum suatu Graf

Sumber:

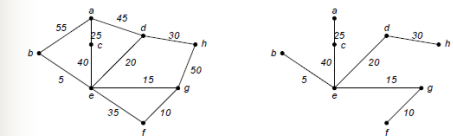
[https://en.wikipedia.org/wiki/Minimum\\_spanning\\_tree#/media/File:Minimum\\_spanning\\_tree.svg](https://en.wikipedia.org/wiki/Minimum_spanning_tree#/media/File:Minimum_spanning_tree.svg)

Pohon merentang minimum adalah pohon merentang yang didapatkan dari subgraf suatu graf berbobot yang berupa pohon dan memiliki bobot yang minimum.

Ada 2 cara populer yang bisa dilakukan untuk memperoleh graf pohon merentang minimum, yaitu Algoritma Prim dan Algoritma Kruskal

**C. Algoritma Prim**

Algoritma Prim dikembangkan pada tahun 1930 oleh matematikawan dari Czech bernama Vojtěch Jarník yang nantinya di-publish ulang oleh computer scientist Robert C. Prim pada tahun 1957 dan Edsger W. Dijkstra pada 1959. Algoritma ini merupakan algoritma yang bisa dengan cepat menentukan pohon merentang minimum dari suatu graf tanpa harus memisahkan bobot terkecil pohon tersebut satu-per-satu.



**Algoritma Prim**

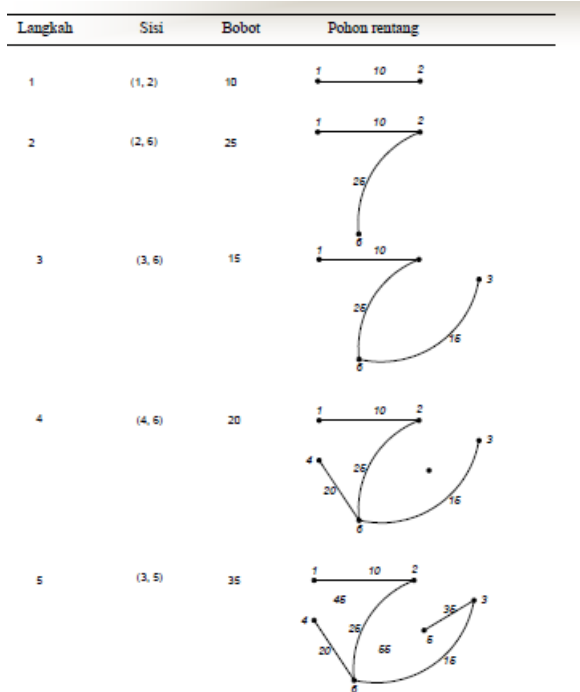
Langkah 1: ambil sisi dari graf  $G$  yang berbobot minimum, masukkan ke dalam  $T$ .

Langkah 2: pilih sisi  $(u, v)$  yang mempunyai bobot minimum dan bersisian dengan simpul di  $T$ , tetapi  $(u, v)$  tidak membentuk sirkuit di  $T$ . Masukkan  $(u, v)$  ke dalam  $T$ .

Langkah 3: ulangi langkah 2 sebanyak  $n - 2$  kali.

Gambar 2.4:Langkah Algoritma prim untuk menentukan pohon merentang minimum

Sumber:slide pohon matematika diskrit Rinaldi Munir



Gambar 2.5: Contoh penentuan pohon merentang minimum dengan Algoritma Prim

Sumber: slide pohon matematika diskrit Rinaldi Munir

#### D. Algoritma Kruskal

Algoritma ini dikembangkan oleh Joseph Kruskal pada tahun 1956 dalam bukunya yang berjudul *Proceedings of the American Mathematical Society*. Algoritma ini bisa dengan mudah mendapatkan pohon merentang minimum dengan cara memisahkan semua sisi yang ada dalam suatu graf lalu mengurutkannya berdasarkan bobot. Proses algoritma ini seperti gambar berikut:

##### Algoritma Kruskal

(Langkah 0: sisi-sisi dari graf sudah diurut menaik berdasarkan bobotnya – dari bobot kecil ke bobot besar)

Langkah 1:  $T$  masih kosong

Langkah 2: pilih sisi  $(u, v)$  dengan bobot minimum yang tidak membentuk sirkuit di  $T$ . Tambahkan  $(u, v)$  ke dalam  $T$ .

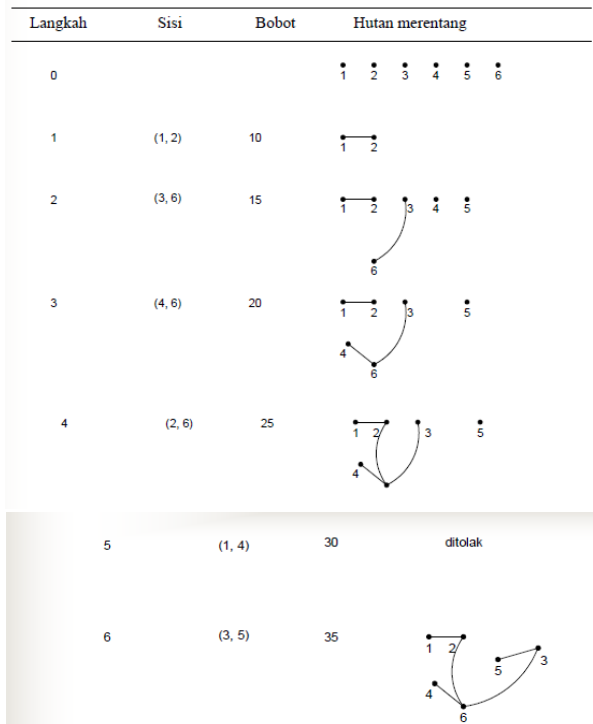
Langkah 3: ulangi langkah 2 sebanyak  $n - 1$  kali.

Gambar 2.6: Langkah Algoritma Kruskal untuk menentukan pohon merentang minimum

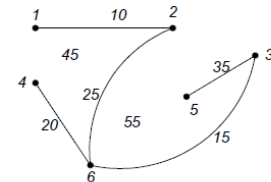
Sumber: slide pohon matematika diskrit Rinaldi Munir

Sisi-sisi diurut menaik:

Sisi	(1,2)	(3,6)	(4,6)	(2,6)	(1,4)	(3,5)	(2,5)	(1,5)	(2,3)	(5,6)
Bobot	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55



Pohon merentang minimum yang dihasilkan:



$$\text{Bobot} = 10 + 25 + 15 + 20 + 35 = 105$$

Gambar 2.7: Contoh penentuan pohon merentang minimum dengan Algoritma Kruskal

Sumber: slide pohon matematika diskrit Rinaldi Munir

### 3. Pesawat Boeing 737-900ER

Pesawat Boeing 737-900ER pertama kali dijual ke public pada 8 Agustus 2006 untuk Lion Air, perusahaan pesawat terbang Indonesia. Sampai tahun 2019, sudah terjual lebih dari 500 pesawat terbang berjenis ini. Spesifikasi Boeing 737-900ER adalah sebagai berikut:

Kecepatan : 832 km/h\

Jarak Tempuh( satu kali penerbangan) : 4587 km

Mesin : 2 Turbofans

Panjang : 42.11 m

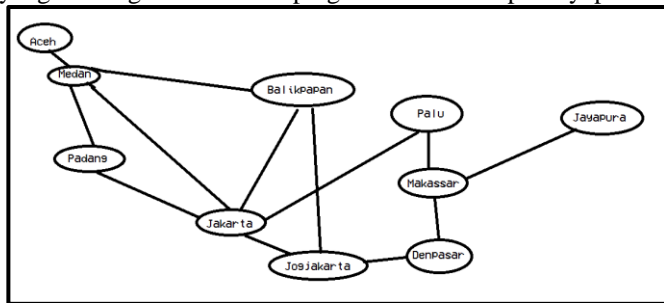
Sampai sekarang, pesawat ini adalah pesawat yang paling banyak digunakan Lion Air. Dalam bab-bab selanjutnya, pesawat ini akan digunakan sebagai model pesawat sebagai pertimbangan jarak dari satu bandara ke bandara lainnya.

### III. DESKRIPSI PERSOALAN

Penerbangan bukanlah hal asing lagi bagi telinga kita. Ada banyak pilihan maskapai penerbangan serta tujuan yang beragam untuk memudahkan transportasi kita dari satu tempat ke yang lainnya. Suatu bandara bisa memiliki banyak maskapai penerbangan dan banyak tujuan yang dapat dicapainya. Namun, tidak asing juga kita dengan *transit* yang perlu dilakukan antara tempat kepergian dan tujuan untuk mengisi bahan bakar.

Terkadang, kita ingin menentukan rute *travelling* ke sebanyak-banyaknya kota sebelum kita mencapai tujuan. Oleh karena itu diperlukan suatu algoritma yang bisa menentukan kota mana saja yang bisa dilewati dalam rute perjalanan dengan jarak paling dekat. Algoritma tersebut adalah algoritma pohon merentang minimum dari matematika diskrit.

Setiap bandara dapat diilustrasikan sebagai elemen graf, dan juga setiap hubungan antara satu bandara dengan yang lainnya dapat diilustrasikan sebagai satu sisi. Berikut adalah graf sederhana yang merepresentasikan sebagian kecil dari bandara yang bisa digunakan untuk pergi dari Aceh sampai Jayapura.

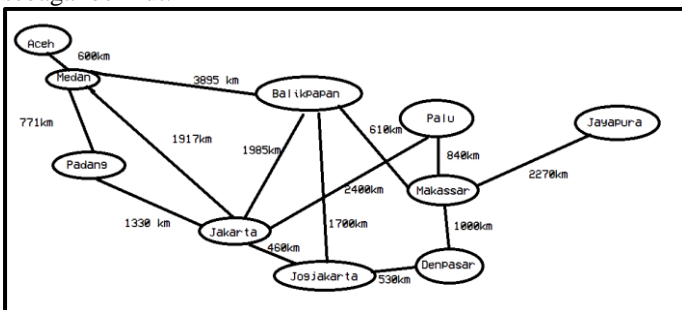


Gambar 3.1: Gambar representasi beberapa bandara yang diperlukan untuk mencapai Jayapura dari Aceh

Pada bab 4 akan dibahas cara mencapai semua kota dengan jarak minimal menggunakan algoritma prim.

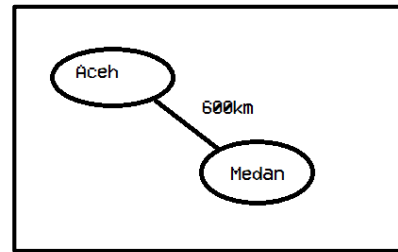
### IV. PEMBAHASAN

Jarak dari satu kota ke kota lainnya direpresentasikan dalam graf sebagai berikut:



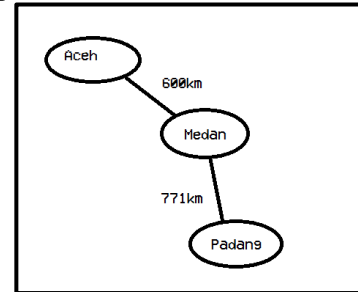
Gambar 4.1: Gambar Peta dengan bobot dari Aceh ke Jayapura

Rute *Travelling* adalah menyusuri semua kota dalam graf. Dari graf diatas, bisa didapatkan jarak terdekat adalah Aceh-Medan dan merupakan sebuah keharusan karena pesawat harus mulai berangkat dari Aceh. Maka didapat:



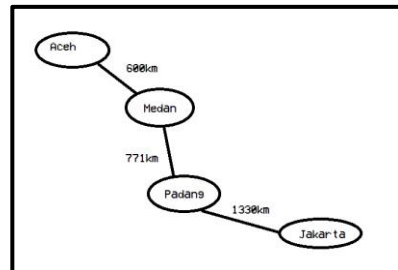
Gambar 4.2: Graf representasi Aceh-medan

Setelah itu, ada 3 kemungkinan jalan, yaitu Medan-Balikpapan, Medan-Padang, dan Medan-Jakarta. Diantara ketiga itu, yang jaraknya paling dekat adalah Medan-Padang sehingga didapat:



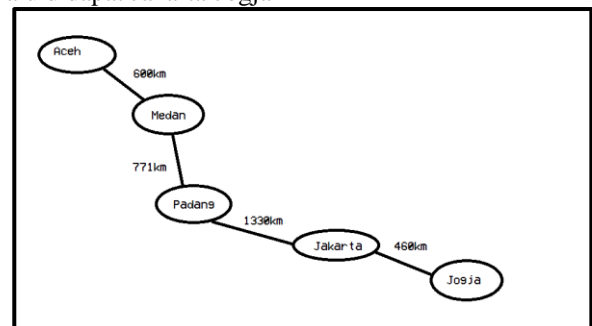
Gambar 4.3: Graf representasi Aceh-Medan-Padang

Dengan cara yang sama, diperoleh jarak terdekat Padang – Jakarta.



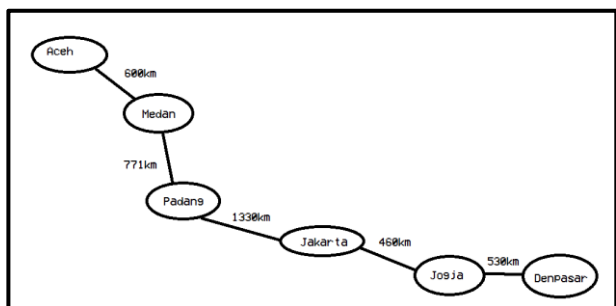
Gambar 4.4: Langkah ke-3

Lalu didapat Jakarta-Jogja



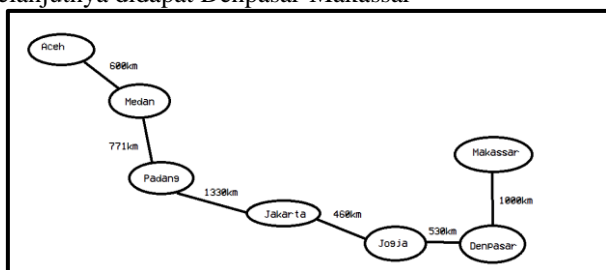
Gambar 4.5: Langkah ke-4

Selanjutnya didapat Jogja-Denpasar



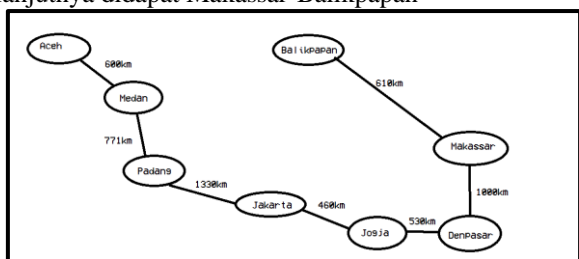
Gambar 4.6: Langkah ke-5

Selanjutnya didapat Denpasar-Makassar



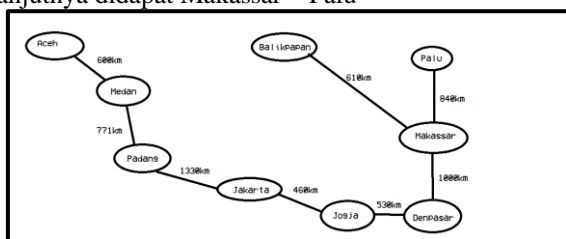
Gambar 4.7: Langkah ke-6

Selanjutnya didapat Makassar-Balikpapan



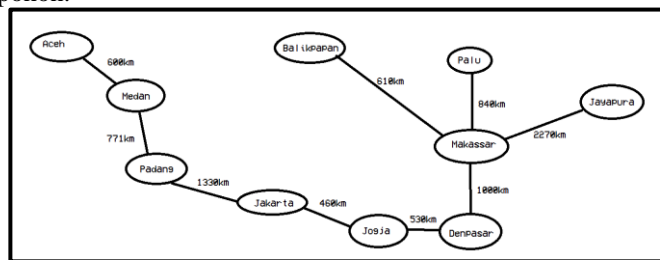
Gambar 4.8: Langkah ke-7

Selanjutnya didapat Makassar – Palu



Gambar 4.9: Langkah ke-8

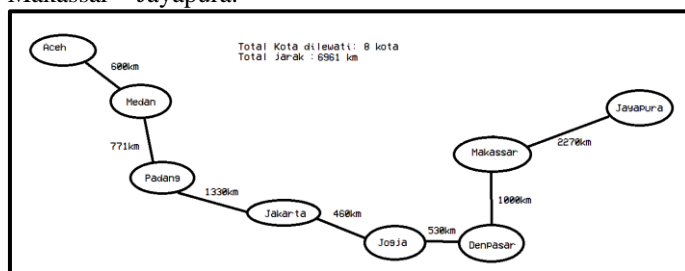
Selanjutnya didapat Makassar – Jayapura dan lengkapnya pohon.



Gambar 4.10: Langkah ke-9

Setelah lengkapnya pohon, kita dapat melihat cara terdekat menuju Jayapura dengan melewati kota sebanyak mungkin,

yaitu ada 8 kota yang dapat dilewati dari Aceh ke Jayapura, yaitu Aceh – Medan – Padang – Jakarta – Jogja – Denpasar – Makassar – Jayapura.



Gambar 4.11: Cara tercepat untuk mencapai Jayapura dengan melewati kota sebanyak mungkin

Selain ke Jayapura, juga bisa didapat cara tercepat mencapai kota X dengan melewati kota lain sebanyak mungkin dengan graf ini.

## V. KESIMPULAN

1. Pohon merentang minimum tidak dapat menentukan jarak minimum dari suatu kota ke kota lainnya. Seperti bisa dilihat dari gambar di atas, Medan – Jakarta sebenarnya lebih cepat dari Medan-Padang-Jakarta.
2. Rute tercepat dengan melewati kota paling banyak bisa didapatkan dengan pohon merentang minimum. Aplikasi pohon merentang minimum ini efektif bagi wisatawan yang ingin pergi ke banyak destinasi dalam perjalanannya.

## VI. UCAPAN TERIMA KASIH

Pertama, penulis mengucapkan syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa karena atas rahmat-Nya, penulis bisa menyelesaikan makalah ini dengan baik. Setelah itu, penulis juga ingin mengucapkan terima kasih kepada Ibu Fariska atas bimbingannya dan dukungannya dalam pengajaran mata kuliah IF2120 Matematika Diskrit K03. Penulis juga ingin mengucapkan terima kasih kepada teman teman penulis yang telah memberikan inspirasi dan semangat kepada penulis dalam menulis laporan ini.

## REFERENSI

- [1] Munir, Rinaldi. 2019. *Pohon*. Bandung, Sekolah Tinggi Elektro dan Informatika Institut Teknologi Bandung.
- [2] Jarak dari Suatu Kota ke Kota Lain. *Google Maps*, 2019.
- [3] Munir, Rinaldi. 2019. *Graf*. Bandung, Sekolah Tinggi Elektro dan Informatika Institut Teknologi Bandung.
- [4] Tanpa Nama. 2011. *Rute Penerbangan Lion Air*. Diakses 4 Desember, 2019 pukul 13.00. <http://rutepesawat.blogspot.com/2011/11/rute-penerbangan-lion-air.html>.
- [5] Sutan Kayo, Edison. 2015. *Nama dan kode bandara di Indonesia ( per pulau )*, Diakses 4 Desember, 2019 pukul 14.30. <https://www.kodesingkatan.com/nama-dan-kode-bandara-di-indonesia/>

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 3 Desember 2017

A handwritten signature in black ink, consisting of stylized, overlapping letters that appear to be 'MG' followed by a long horizontal stroke.

Mario Gunawan / 13518114