

Penerapan Aljabar Boolean pada Jam Besar di Saraga

Felicia Gojali, 13518101
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
13518101@std.stei.itb.ac.id

Abstract— Seluruh mahasiswa atau mahasiswi Institut Teknologi Bandung pasti pernah pergi ke Saraga, untuk melaksanakan mata kuliah wajib Olahraga ataupun untuk melakukan olahraga secara mandiri. Semua mahasiswa juga pasti sadar akan keberadaan jam besar yang ada di Saraga dan sadar bahwa jam di Saraga merupakan jam digital tapi apakah mereka tahu bahwa jam digital menggunakan teori aljabar boolean dalam operasinya. Makalah ini akan membahas lebih detil mengenai penerapan aljabar boolean dalam jam digital.

Keywords—Aljabar Boolean, Jam Digital, Gerbang logika.

I. PENDAHULUAN

Jam besar di Saraga merupakan salah satu contoh dari jam digital yang akan dibahas dalam makalah ini. Jam digital sangat umum ditemukan sehari-hari karena jam digital sendiri adalah tipe lain dari jam dan sudah diaplikasikan ke jam dinding, jam tangan dan berbagai jenis jam lainnya.

Jam berguna untuk mengukur, menyimpan dan menunjukkan waktu. Hal tersebut sangat dibutuhkan oleh manusia di dunia ini untuk mengetahui waktu sekarang. Sejak zaman dahulu, manusia sudah menyadari bahwa pergantian siang dan malam telah membagi aktivitas kehidupan sehari-hari ke dalam dua jenis pembagian waktu, yaitu waktu bekerja dan waktu beristirahat. Tidak cukup hanya membagi waktu ini berdasarkan pergerakan posisi matahari yang mereka lihat setiap hari, yaitu naik dari tempat terbit di kaki langit, lalu bergerak hingga sampai tepat di puncak kepala lalu bergeser turun kembali ke kaki langit di tempat tebenam. Mulai saat itu, mulailah orang-orang pada zaman itu berpikir tentang adanya sebuah acuan waktu yang tepat dan spesifik untuk menentukan kegiatan-kegiatan mereka.

Kata jam telah digunakan sekitar pada abad ke 14 atau 700 tahun yang lalu. Cara orang dulu itu ternyata ketika ingin melihat waktu, caranya adalah dengan menggunakan matahari. Mereka bias melihat dan membagi waktu dalam dua waktu, yang pertama ketika matahari tepat di atas kepala yaitu namanya tengah hari atau sore, dan ketika matahari dekat dengan kaki langit berarti waktunya dekat pagi atau dekat malam.

Jam digital pertama kali dibuat oleh perusahaan The Hamilton Watch Co of Lancaster, Pennsylvania sekitar tahun 1950. Setelah itu, mulailah bermunculan beberapa merk dan model jam hingga saat ini.

Makalah ini akan membahas lebih dalam pengaplikasian aljabar boolean yang dipelajari dalam Matematika Diskrit dalam

jam digital yang kita temui di banyak tempat sehari-hari.



Gambar 1. Jam Saraga



Gambar 2. Jam Digital

II. LANDASAN TEORI

A. Aljabar Boolean

Aljabar Boolean ditemukan oleh George Boole, pada tahun 1854. Boole melihat bahwa himpunan dan logika proposisi mempunyai sifat-sifat yang serupa (perhatikan kemiripan hukum-hukum aljabar logika dan hukum-hukum aljabar himpunan). Dalam buku *The Laws of Thought*, Boole memaparkan aturan-aturan dasar logika. Aturan dasar logika ini membentuk struktur matematika yang disebut aljabar Boolean. Aplikasi: perancangan rangkaian ensaklaran, rangkaian digital, dan rangkaian IC (integrated circuit) computer

Misalkan B adalah himpunan yang didefinisikan pada dua operator biner, $+$ dan \cdot , dan sebuah operator uner, $'$. Misalkan 0 dan 1 adalah dua elemen yang berbeda dari B . Maka, tupel $\langle B, +, \cdot, ', 0, 1 \rangle$

, , ' , 0, 1 > disebut aljabar Boolean jika untuk setiap a, b, c ∈ B berlaku aksioma berikut:

1. Identitas
 - (i) $a + 0 = a$
 - (ii) $a \cdot 1 = a$
2. Komutatif
 - (i) $a + b = b + a$
 - (ii) $a \cdot b = b \cdot a$
3. Distributif
 - (i) $a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$
 - (ii) $a + (b \cdot c) = (a + b) \cdot (a + c)$
4. Komplemen. Untuk setiap a ∈ B terdapat elemen unik a' ∈ B sehingga
 - (i) $a + a' = 1$
 - (ii) $a \cdot a' = 0$

Berhubung elemen-elemen B tidak didefinisikan nilainya (kita bebas menentukan anggota-anggota B), maka terdapat banyak sekali aljabar boolean..

Untuk mempunyai sebuah aljabar Boolean, orang harus memperlihatkan:

1. elemen-elemen himpunan B,
2. kaidah/aturan operasi untuk dua operator biner dan operator uner,
3. himpunan B, bersama-sama dengan dua operator tersebut, memenuhi keempat aksioma di atas.

Aljabar himpunan dan aljabar logika proposisi juga merupakan aljabar Boolean karena memenuhi empat aksioma di atas. Dengan kata lain, aljabar himpunan dan aljabar proposisi adalah himpunan bagian (subset) dari aljabar Boolean. Pada aljabar proposisi misalnya:

- B berisi semua proposisi dengan n peubah.
- dua elemen unik berbeda dari B adalah T dan F,
- operator biner: ∨ dan ∧, operator uner: ~
- semua aksioma pada definisi di atas dipenuhi

Dengan kata lain adalah aljabar Boolean.

Aljabar Boolean memiliki beberapa hukum yang dapat dilihat di tabel di bawah ini.

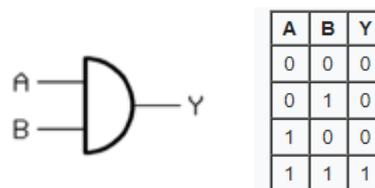
1. Hukum identitas: (i) $a + 0 = a$ (ii) $a \cdot 1 = a$	2. Hukum idempoten: (i) $a + a = a$ (ii) $a \cdot a = a$
3. Hukum komplemen: (i) $a + a' = 1$ (ii) $aa' = 0$	4. Hukum dominansi: (i) $a \cdot 0 = 0$ (ii) $a + 1 = 1$
5. Hukum involusi: (i) $(a')' = a$	6. Hukum penyerapan: (i) $a + ab = a$ (ii) $a(a + b) = a$
7. Hukum komutatif: (i) $a + b = b + a$ (ii) $ab = ba$	8. Hukum asosiatif: (i) $a + (b + c) = (a + b) + c$ (ii) $a(bc) = (ab)c$
9. Hukum distributif: (i) $a + (bc) = (a + b)(a + c)$ (ii) $a(b + c) = ab + ac$	10. Hukum De Morgan: (i) $(a + b)' = a'b'$ (ii) $(ab)' = a' + b'$
11. Hukum 0/1 (i) $0' = 1$ (ii) $1' = 0$	

Tabel 1. Hukum-Hukum Aljabar Boolean

B. Gerbang Logika

Fungsi Boolean dapat juga direpresentasikan dalam bentuk rangkaian logika. Ada beberapa gerbang logika :

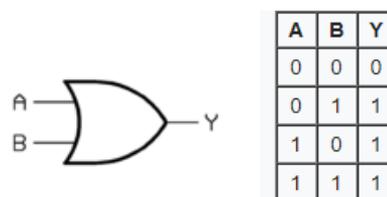
1. Gerbang AND



Gambar 3. Gerbang dan Tabel kebenaran AND

Gerbang AND memerlukan 2 atau lebih Masukan (Input) untuk menghasilkan hanya 1 Keluaran (Output). Gerbang AND akan menghasilkan Keluaran (Output) Logika 1 jika semua masukan (Input) bernilai Logika 1 dan akan menghasilkan Keluaran (Output) Logika 0 jika salah satu dari masukan (Input) bernilai Logika 0. Simbol yang menandakan Operasi Gerbang Logika AND adalah tanda titik (“.”) atau tidak memakai tanda sama sekali. Contohnya : $Z = X.Y$ atau $Z = XY$:

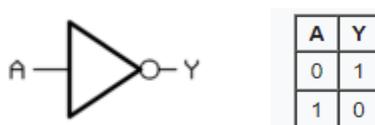
2. Gerbang OR



Gambar 4. Gerbang dan Tabel kebenaran OR

Gerbang OR memerlukan 2 atau lebih Masukan (Input) untuk menghasilkan hanya 1 Keluaran (Output). Gerbang OR akan menghasilkan Keluaran (Output) 1 jika salah satu dari Masukan (Input) bernilai Logika 1 dan jika ingin menghasilkan Keluaran (Output) Logika 0, maka semua Masukan (Input) harus bernilai Logika 0. Simbol yang menandakan Operasi Logika OR adalah tanda Plus (“+”). Contohnya : $Z = X + Y$.

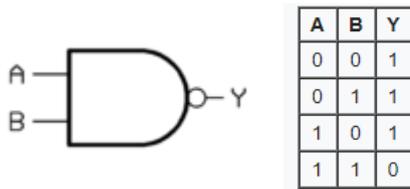
3. Gerbang NOT



Gambar 5. Gerbang dan tabel kebenaran NOT

Gerbang NOT hanya memerlukan sebuah Masukan (Input) untuk menghasilkan hanya 1 Keluaran (Output). Gerbang NOT disebut juga dengan Inverter (Pembalik) karena menghasilkan Keluaran (Output) yang berlawanan (kebalikan) dengan Masukan atau Inputnya. Berarti jika kita ingin mendapatkan Keluaran (Output) dengan nilai Logika 0 maka Input atau Masukannya harus bernilai Logika 1. Gerbang NOT biasanya dilambangkan dengan simbol minus (“-”) di atas Variabel Inputnya.

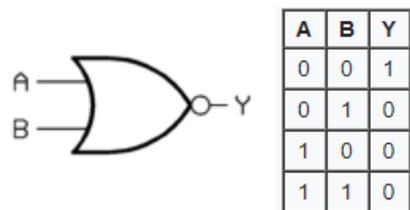
4. Gerbang NAND



Gambar 6. Gerbang dan tabel kebenaran NAND

Arti NAND adalah NOT AND atau BUKAN AND, Gerbang NAND merupakan kombinasi dari Gerbang AND dan Gerbang NOT yang menghasilkan kebalikan dari Keluaran (Output) Gerbang AND. Gerbang NAND akan menghasilkan Keluaran Logika 0 apabila semua Masukan (Input) pada Logika 1 dan jika terdapat sebuah Input yang bernilai Logika 0 maka akan menghasilkan Keluaran (Output) Logika 1.

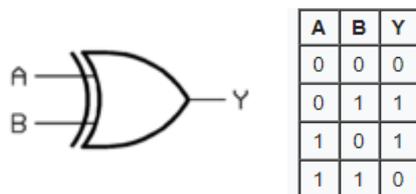
5. Gerbang NOR



Gambar 7. Gerbang dan tabel kebenaran NOR

Arti NOR adalah NOT OR atau BUKAN OR, Gerbang NOR merupakan kombinasi dari Gerbang OR dan Gerbang NOT yang menghasilkan kebalikan dari Keluaran (Output) Gerbang OR. Gerbang NOR akan menghasilkan Keluaran Logika 0 jika salah satu dari Masukan (Input) bernilai Logika 1 dan jika ingin mendapatkan Keluaran Logika 1, maka semua Masukan (Input) harus bernilai Logika 0.

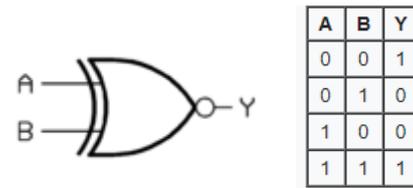
6. Gerbang XOR



Gambar 8. Gerbang dan tabel kebenaran XOR

X-OR adalah singkatan dari Exclusive OR yang terdiri dari 2 Masukan (Input) dan 1 Keluaran (Output) Logika. Gerbang X-OR akan menghasilkan Keluaran (Output) Logika 1 jika semua Masukan-masukannya (Input) mempunyai nilai Logika yang berbeda. Jika nilai Logika Inputnya sama, maka akan memberikan hasil Keluaran Logika 0.

7. Gerbang XNOR



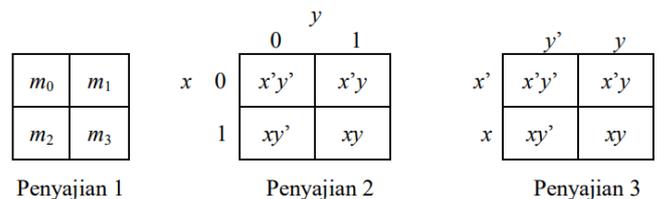
Gambar 9. Gerbang dan tabel kebenaran XNOR

Seperti Gerbang X-OR, Gerbang X-NOR juga terdiri dari 2 Masukan (Input) dan 1 Keluaran (Output). X-NOR adalah singkatan dari Exclusive NOR dan merupakan kombinasi dari Gerbang X-OR dan Gerbang NOT. Gerbang X-NOR akan menghasilkan Keluaran (Output) Logika 1 jika semua Masukan atau Inputnya bernilai Logika yang sama dan akan menghasilkan Keluaran (Output) Logika 0 jika semua Masukan atau Inputnya bernilai Logika yang berbeda. Hal ini merupakan kebalikan dari Gerbang X-OR (Exclusive OR).

C. Peta Karnaugh

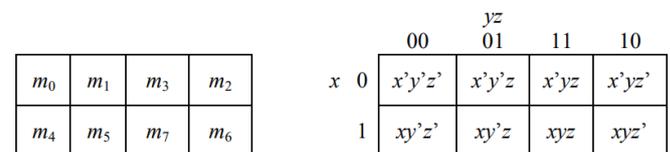
Peta Karnaugh (atau K-map) merupakan metode grafis untuk menyederhanakan fungsi Boolean. Metode ini ditemukan oleh Maurice Karnaugh pada tahun 1953. Peta Karnaugh adalah sebuah diagram/peta yang terbentuk dari kotak-kotak (berbentuk bujursangkar) yang bersisian. Tiap kotak merepresentasikan sebuah minterm. Tiap kotak dikatakan bertetangga jika minterm-minterm yang merepresentasikannya berbeda hanya 1 buah literal.

1. Peta Karnaugh dengan dua peubah



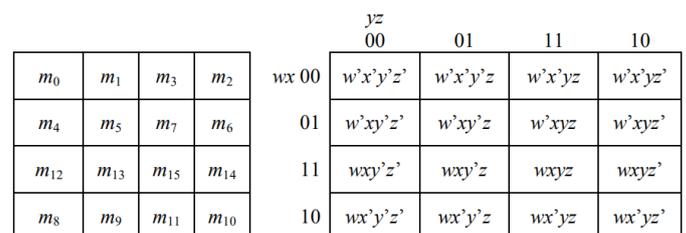
Tabel 2. Peta Karnaugh dengan dua peubah

2. Peta Karnaugh dengan tiga peubah



Tabel 3. Peta Karnaugh dengan tiga peubah

3. Peta Karnaugh dengan empat peubah



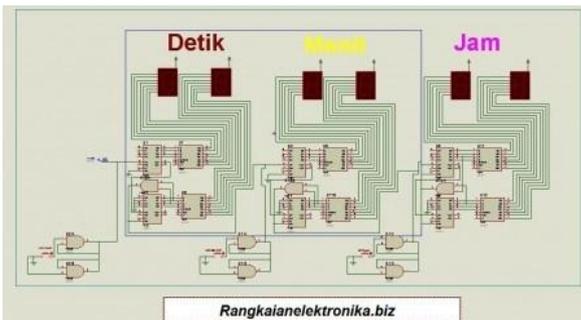
Tabel 4. Peta Karnaugh dengan empat peubah

III. RANGKAIAN DAN CARA KERJA JAM DIGITAL

Rangkaian jam digital adalah rangkaian yang dirancang sedemikian rupa sehingga mirip sebuah jam yang memiliki penunjukan lebih teliti terhadap bilangan detik, menit hingga jam dengan memakai sistem dua puluh empat jam. Rangkaian ini juga bekerja dengan cara asinkron berupa pencacah naik. Untuk menampilkan waktu, rangkaian ini dilengkapi dengan empat buah penampil dan tujuh buah ruas lampu LED.

Untuk dapat menghasilkan satu getaran per detik atau 1 Hz maka di perlukan rangkaian dengan sebuah sumber detak. Hal ini nantinya berguna dalam penunjukan waktu bilangan second yang maksimumnya 0 serta untuk memulai cacah pada pemicu pecacahnya. Semua pencacah tersebut nantinya akan di gunakan dalam penunjukan bilangan menit yang memiliki prinsip kerja yang juga sama. Selain itu, pencacah juga dipakai dalam penunjukan bilangan waktu jam yang maksimal adalah 23 jam.

Dari pengertian diatas, dapat kita simpulkan *rangkaiannya jam digital* adalah rangkaian yang sangat sederhana dan hanya memakai prinsip kerja dari pencacah naik yang daya kerjanya dengan cara asinkron. Pencacah yang berada paling ujung nantinya digunakan untuk menunjukkan bilangan satu dari detik yang asalnya dari sumber detak kemudian di picu oleh pencacah yang ada sebelumnya.

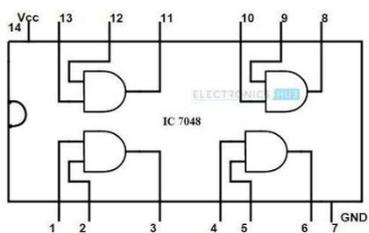


Gambar 10. Rangkaian Jam Digital

Pada rangkaian jam digital, hal-hal yang akan dibahas lebih lanjut adalah:

A. Gerbang AND

Pada simulasi EWB digunakan gerbang AND biasa untuk menyederhanakan rangkaian simulasi, namun pada prakteknya dapat digunakan IC 7408 yaitu empat rangkap gerbang AND dengan dua input.



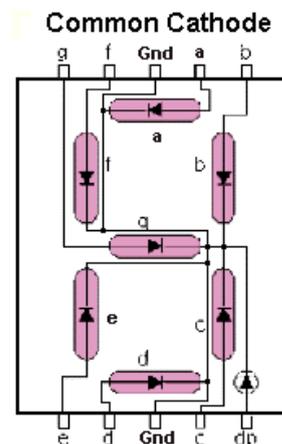
Gambar 11. IC 7048

B. Indikator

Indikator yang digunakan adalah enam buah seven segment, yang digunakan untuk menampilkan angka-angka cacahan dalam bentuk bilangan desimal.

Seven segment adalah komponen Elektronika yang dapat menampilkan angka desimal melalui kombinasi-kombinasi segmennya. *Seven Segment Display* pada umumnya dipakai pada Jam Digital, Kalkulator, Penghitung atau Counter Digital, Multimeter Digital dan juga Panel Display Digital seperti pada Microwave Oven ataupun Pengatur Suhu Digital. *Seven Segment Display* pertama diperkenalkan dan dipatenkan pada tahun 1908 oleh Frank. W. Wood dan mulai dikenal luas pada tahun 1970-an setelah aplikasinya pada LED (Light Emitting Diode). *Seven Segment Display* memiliki 7 Segmen dimana setiap segmen dikendalikan secara ON dan OFF untuk menampilkan angka yang diinginkan. Angka-angka dari 0 (nol) sampai 9 (Sembilan) dapat ditampilkan dengan menggunakan beberapa kombinasi Segmen. Selain 0 – 9, *Seven Segment Display* juga dapat menampilkan Huruf Hexadecimal dari A sampai F. Segmen atau elemen-elemen pada Seven Segment Display diatur menjadi bentuk angka “8” yang agak miring ke kanan dengan tujuan untuk mempermudah pembacaannya. Pada beberapa jenis Seven Segment Display, terdapat juga penambahan “titik” yang menunjukkan angka koma decimal. Terdapat beberapa jenis *Seven Segment Display*, diantaranya adalah Incandescent bulbs, Fluorescent lamps (FL), Liquid Crystal Display (LCD) dan Light Emitting Diode (LED).

Tampilan 7-segmen terdiri dari pengaturan LED dalam bentuk 'H'. Tabel kebenaran dibangun dengan kombinasi input untuk setiap angka desimal. Misalnya, angka desimal 1 akan memerintahkan kombinasi b dan c



Gambar 12. LED Seven Segment

Tabel kebenaran untuk desain decoder tergantung pada jenis tampilan 7-segmen. Seperti yang sebutkan di atas bahwa untuk tampilan tujuh segmen katoda umum, output dari decoder atau driver segmen harus aktif tinggi untuk memancarkan cahaya pada segmen tersebut.

Gambar di bawah ini menunjukkan tabel kebenaran dari BCD ke decoder tujuh-segmen dengan tampilan katoda umum. Di tabel kebenaran, ada 7 kolom output yang berbeda sesuai dengan masing-masing 7 segmen.

Misalkan kolom untuk segmen a menunjukkan kombinasi berbeda yang harus diterangi. Jadi 'a' aktif untuk angka 0, 2, 3, 5, 6, 7, 8 dan 9.

Digit	A	B	C	D	a	b	c	d	e	f	g
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1
2	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0
3	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0
5	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0
6	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
7	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0

Tabel 5. Tabel kebenaran Seven Segment

Dari tabel kebenaran di atas, ekspresi Boolean dari setiap fungsi output dapat ditulis sebagai

$$a = F1(A, B, C, D) = \sum m(0, 2, 3, 5, 7, 8, 9)$$

$$b = F2(A, B, C, D) = \sum m(0, 1, 2, 3, 4, 7, 8, 9)$$

$$c = F3(A, B, C, D) = \sum m(0, 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$$

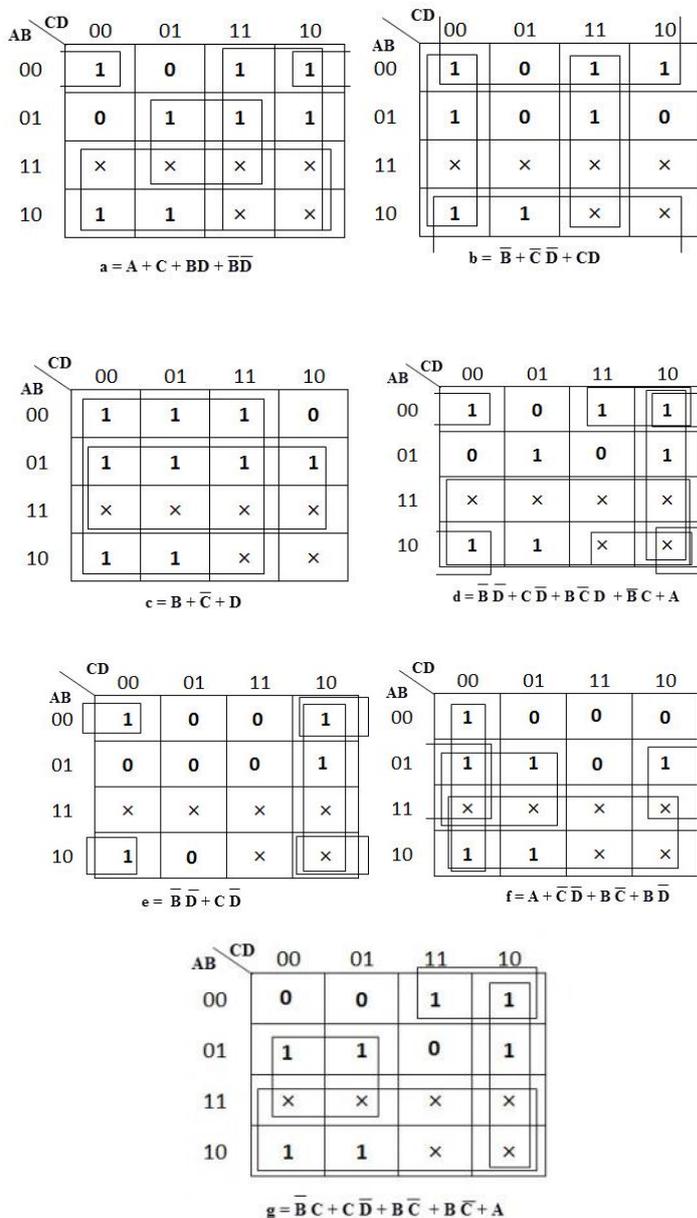
$$d = F4(A, B, C, D) = \sum m(0, 2, 3, 5, 6, 8)$$

$$e = F5(A, B, C, D) = \sum m(0, 2, 6, 8)$$

$$f = F6(A, B, C, D) = \sum m(0, 4, 5, 6, 8, 9)$$

$$g = F7(A, B, C, D) = \sum m(2, 3, 4, 5, 6, 8, 9)$$

Gambar-gambar di bawah ini menunjukkan penyederhanaan k-map atau peta karnaugh untuk decoder tujuh-segmen katoda umum untuk merancang sirkuit kombinasional.



Gambar 13. Peta Karnaugh

Dari penyederhanaan di atas, kita mendapatkan nilai output sebagai

$$a = A + C + BD + \bar{B} \bar{D}$$

$$b = \bar{B} + \bar{C} \bar{D} + CD$$

$$c = B + \bar{C} + D$$

$$d = \bar{B} \bar{D} + C \bar{D} + B \bar{C} D + \bar{B} C + A$$

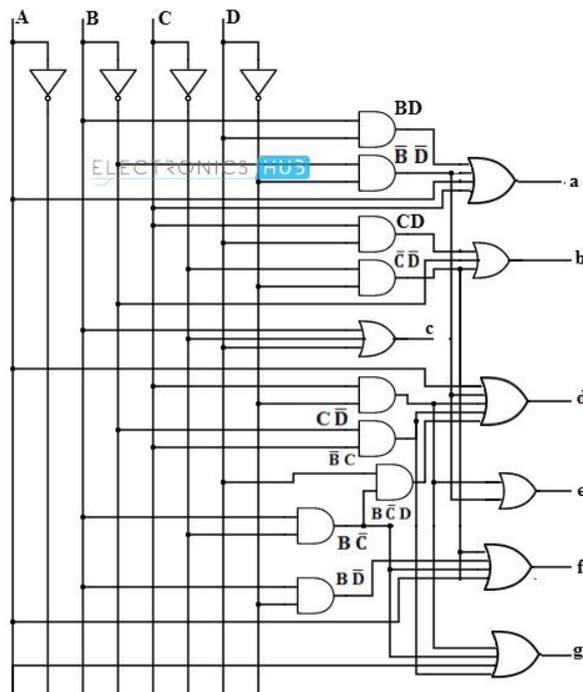
$$e = \bar{B} \bar{D} + C \bar{D}$$

$$f = A + \bar{C} \bar{D} + B \bar{C} + B \bar{D}$$

$$g = A + B \bar{C} + \bar{B} C + C \bar{D}$$

Gambar 14. Hasil penyederhanaan

Terakhir, tinggal menggambar rangkaian logika kombinasional untuk setiap sinyal keluaran. Setelah tugas selesai, sirkuit logika kombinasional dapat ditarik menggunakan 4 input (A, B, C, D) dan tampilan 7-segmen (a, b, c, d, e, f, g) sebagai output.



Gambar 15. Rangkaian logika

Begitulah penjelasan lebih dalam mengenai aplikasi aljabar boolean dalam jam digital khususnya pada seven segment. Namun, rangkaian di atas tidak hanya digunakan pada jam digital juga karena rangkaian seven segment merupakan rangkaian yang cukup umum digunakan di barang barang lainnya.

V. KESIMPULAN

Makalah ini membahas mengenai aplikasi aljabar boolean dalam penggunaannya di jam Saraga dan jam digital karena jam Saraga termasuk jam digital, penggunaannya adalah dalam tampilan melalui seven segment

Dalam makalah ini, juga dibahas mengenai pendalaman aljabar boolean dalam seven segment, berikut dengan tabel kebenaran dan gerbang logikanya.

VI. UCAPAN TERIMA KASIH

Saya berterima kasih kepada Tuhan Yang Maha Esa atas rahmat-Nya, saya dapat menyelesaikan makalah ini, saya juga berterima kasih kepada orang tua saya karena sudah memberikan dukungan dan semangat kepada saya selama saya mengerjakan makalah ini. Tak lupa juga saya berterima kasih sebesar-besarnya kepada Ibu Harlili selaku dosen Matematika Diskrit saya yang sudah membimbing saya dan mengajarkan saya berbagai materi di Matematika Diskrit sehingga saya paham dan dapat mengerjakan makalah ini.

REFERENSI

- [1] Ruthsmith, "Sejarah Serta Jenis dan Bagian Jam" [online]. Tersedia : <https://www.ruthsmithforsenate.com/technology/sejarah-serta-jenis-dan-bagian-jam/> diakses tanggal 30 November 2019 pukul 22.00
- [2] Wikipedia, "Gerbang Logika" [online]. Tersedia : https://id.wikipedia.org/wiki/Gerbang_logika diakses tanggal 1 Desember 2019 pukul 22.00
- [3] Rinaldi Munir "Aljabar Boolean" [online]. Tersedia : <http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2016-2017/Aljabar-Boolean-2016.pdf> diakses tanggal 1 Desember 2019 pukul 22.00
- [4] Marshall Brain, "How Digital Clocks Work" [online]. Tersedia: <https://electronics.howstuffworks.com/gadgets/clocks-watches/digital-clock.htm> diakses tanggal 1 Desember 2019 pukul 22.00.
- [5] Dickson Kho, "Seven Segment Display" [online]. Tersedia : <https://teknikelektronika.com/pengertian-seven-segment-display-layar-tujuh-segmen/> diakses tanggal 3 Desember 2019 pukul 18.46

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 5 Desember 2019

Felicia Gojali
13518101