

Friendship Riddle

Putri Nadia Salsabila (13518094)
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
13518094@std.stei.itb.ac.id

Abstract—Graf dapat digunakan dalam banyak hal. Salah satunya adalah untuk menyelesaikan teka-teki. Friendship Riddle merupakan teka-teki yang dapat diselesaikan dengan menggunakan graf. Friendship Riddle ini merupakan salah satu jenis dari Facebook Friendship Problem, yaitu teka-teki permasalahan dari Facebook *mathematical problem*. Friendship Riddle ini berbunyi pada kelompok berisi 6 orang, kita mungkin dapat menemukan seseorang yang berteman dengan yang lain di Facebook atau menemukan bahwa tidak ada seorang pun yang berteman dengan yang lain di Facebook, tunjukkan bahwa selalu ada sebuah kelompok yang terdiri dari 3 orang yang semuanya merupakan teman di Facebook atau semuanya asing dengan yang lain (tidak berteman di Facebook.)

Keywords—Facebook, Friends and Stranger Theorem, Graf, Hubungan, Simpul, Social Graph, Sisi

I. INTRODUCTION

Manusia merupakan makhluk sosial, sehingga sudah sewajarnya manusia tidak dapat hidup sendiri dan tidak dapat terlepas dari kata sosial. Manusia sebagai makhluk sosial sendiri mempunyai arti bahwa manusia berinteraksi dengan manusia lainnya. Berinteraksi dalam hal ini berarti manusia berhubungan antar yang satu dan yang lain.

Menurut KBBI, hubungan */hu.bung.an/* yang berasal dari kata hubung */hu.bung/* mempunyai arti bersambung atau berangkai (yang satu dengan yang lain); bertalian (dengan); berkaitan (dengan); bersangkutan (dengan).

Hubungan antar manusia merupakan salah satu hal yang susah untuk diprediksi. Notifikasi pertemanan pada media sosial merupakan salah satu bentuk prediksi pertemanan. Fitur ini membaca jaringan pertemanan pengguna dan kesamaan antara satu pengguna dengan pengguna yang lain. Media sosial seperti Facebook, menggunakan graf sebagai algoritma perhitungan yang menunjukkan bahwa suatu manusia berhubungan dengan manusia lainnya. Prediksi pertemanan ini merupakan salah satu aplikasi dari Friends and Stranger Theorem yang merupakan turunan dari Teori Ramsey. Teori Ramsey ini merupakan salah satu bentuk teori yang memanfaatkan graf sebagai pemecahan masalahnya. Dengan pemanfaatan teori graf, seseorang dapat memeriksa struktur hubungan sosial dalam suatu kelompok untuk mengungkap hubungan antar individu.

Graf merupakan struktur diskrit dari matematika yang direpresentasikan ke dalam bentuk simpul dan sisi. Dalam suatu kelompok, individu akan digambarkan sebagai node atau simpul, sementara hubungan antar individu digambarkan

sebagai sisi. Graf yang menggambarkan hubungan antar manusia dinamakan *social graph*. *Social graph* merupakan graf yang merepresentasikan relasi sosial antar manusia. Sehingga, pada dasarnya, *social graph* ini merupakan permodelan dari media sosial. *Social graph* telah dimaksud sebagai pemetaan global setiap orang dan bagaimana mereka saling berhubungan.

Social graph dipopulerkan pada Konferensi Facebook F8 yang diadakan pada tanggal 24 May 2007, yang dimana ketika itu dijelaskan bagaimana platform Facebook akan menggunakan konsep hubungan antar manusia sebagai graf untuk membuat pengalaman bermedia sosial menjadi lebih mudah dan menyenangkan. Definisi tersebut telah diperluas untuk merujuk ke *social graph* dari semua pengguna internet.

Sejak menjelaskan konsep dari *social graph*, Mark Zuckerberg, salah satu pendiri Facebook, sering menyebutkan bahwa Facebook menawarkan *website social graph* ke *website* yang lain, sehingga hubungan pengguna dapat digunakan diluar Facebook.

Social graph ini menyebabkan Facebook mempunyai masalah matematikanya sendiri, yang dinamakan Facebook Friendship Problem. Friendship Riddle merupakan sebuah teka-teki yang berdasar pada Facebook Friendship Problem. Friendship Riddle ini menggunakan Friends and Stranger Theorem untuk menyelesaikan permasalahannya.

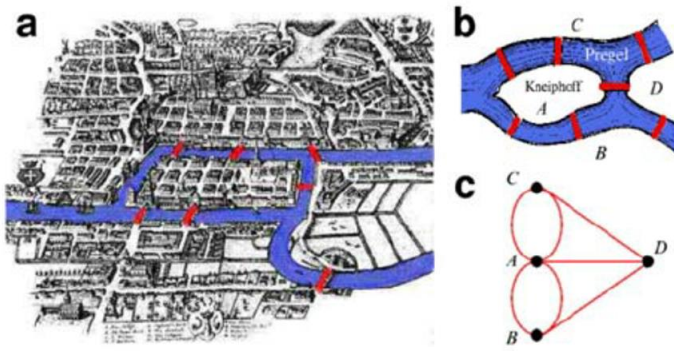
Friends and Stranger Theorem mengemukakan bahwa, jika dalam suatu pesta dan terdapat enam orang acak yang berkumpul, maka akan ada paling sedikit tiga orang dari mereka yang tidak saling mengenal atau terdapat tiga diantara mereka yang merupakan teman dan saling mengenal.

II. TEORI DASAR

A. Graf

Graf merupakan struktur data yang terdiri dari 2 komponen, yaitu *node* atau *vertex* yang dapat disebut juga dengan simpul, dan *edge* atau yang dapat disebut juga dengan sisi. Graf pertama kali diperkenalkan pada tahun 1736 oleh matematikawan Swiss yang bernama Leonhard Euler untuk menyelesaikan masalah jembatan Konigsberg. Jembatan Konigsberg ini berada di salah satu kota di Jerman yang bernama Kota Konigsberg dan bersituasi di sungai Pregolya. Penampilan geografi jembatan ini dapat digambarkan dengan 4 wilayah dengan 7 jembatan.

Graf dapat didefinisikan sebagai $G = (V, E)$, dengan V merupakan himpunan tidak kosong dari simpul-simpul $\{V_1, V_2, V_3, \dots, V_n\}$ dan E adalah himpunan sisi yang menghubungkan sepasang simpul $\{E_1, E_2, E_3, \dots, E_n\}$.



Gambar 2.1 Jembatan Königsberg yang Direpresentasikan dalam Graf

Dalam definisi graf sebelumnya dinyatakan bahwa V tidak boleh kosong, sedangkan E boleh kosong. Artinya, sebuah graf dimungkinkan tidak memiliki sisi (hanya simpul-simpul tak berhubungan), tetapi harus memiliki simpul minimal satu. Graf yang hanya memiliki satu simpul dan tidak ada sisi dinamakan graf trivial.

Secara geometri, graf adalah gambaran dari satu atau lebih noktah atau yang biasa disebut simpul di dalam bidang dwimatra yang dihubungkan oleh garis atau sisi.

B. Jenis-Jenis Graf

Graf dapat dikelompokkan dalam berbagai jenis. Menurut bentuknya, graf dapat dikelompokkan menjadi 2, yaitu graf sederhana dan graf tidak sederhana.

1. Graf Tidak Sederhana

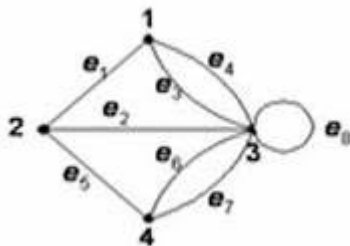
Graf tidak sederhana merupakan graf yang mempunyai sisi ganda, sisi semu, ataupun mempunyai keduanya.

a) Graf Ganda

Graf ganda merupakan graf yang mempunyai sisi ganda. Dinamakan sisi ganda karena kedua sisi menghubungkan 2 simpul yang sama.

b) Graf Semu/Gelang

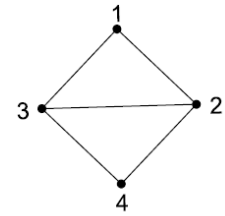
Graf semu merupakan graf yang mempunyai sisi semu, yaitu sisi yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama.



Gambar 2.2 Contoh Gambar Graf Tidak Sederhana

2. Graf Sederhana

Graf sederhana merupakan graf yang tidak mempunyai gelang (tidak memiliki sisi dengan simpul itu sendiri) maupun sisi ganda (dua atau lebih sisi yang sama menghubungkan dua simpul).

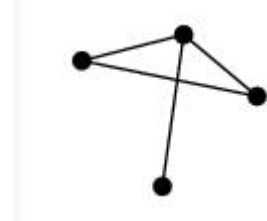


Gambar 2.3 Contoh Gambar Graf Sederhana

Graf dapat pula dikelompokkan berdasarkan orientasi arah pada sisi-sisi. Berikut pengelompokan graf berdasarkan orientasi arah pada sisi-sisi.

1. Graf Tak Berarah

Graf tak berarah merupakan graf yang tiap sisi tidak diberi orientasi arah. Pada graf tak berarah urutan pasangan simpul yang dihubungkan oleh sisi tidak diperhatikan. Sehingga sisi (u, v) dan sisi (v, u) merupakan sisi yang sama.



Gambar 2.4 Contoh Gambar Graf Tak Berarah

2. Graf Berarah

Graf berarah merupakan graf yang tiap sisi diberikan orientasi arah. Sisi berarah lebih sering disebut busur. Pada graf berarah (u, v) dan (v, u) menyatakan dua busur yang berbeda. Pada busur (u, v) , u menyatakan simpul asal (*initial vertex*) sementara v menyatakan simpul terminal (*terminal vertex*).



Gambar 2.5 Contoh Gambar Graf Berarah

Terdapat pula pengelompokan graf menjadi graf khusus. Berikut pengelompokan graf, berdasarkan kekhususannya.

1. Graf Lengkap

Graf lengkap merupakan graf sederhana yang tiap simpulnya saling terhubung. Jumlah sisi dalam graf lengkap berjumlah $n(n-1)/2$ dengan n merepresentasikan jumlah simpul.

2. Graf Lingkaran

Graf lingkaran merupakan graf sederhana yang tiap simpul berderajat dua. Simpul terakhir pada graf lingkaran akan terhubung ke simpul pertama.

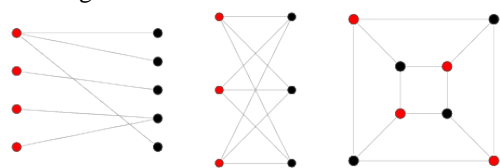
3. Graf Teratur

Graf teratur merupakan graf yang tiap simpulnya punya derajat yang sama. Jumlah sisi dalam graf

teratur berjumlah $nr/2$ dengan n merepresentasikan jumlah simpul dan r merepresentasikan derajat.

4. Graf Bipartite

Graf bipartite merupakan graf yang himpunan simpul-simpulnya dapat dikelompokkan menjadi dua bagian.



Gambar 2.6 Bentuk Graf Bipartite

C. Terminologi Graf

Graf mempunyai terminologi (istilah), berikut ini terminologi yang biasa digunakan dalam graf.

1. Ketetanggaan (*Adjacent*)

Dua buah simpul dikatakan bertetangga jika keduanya terhubung langsung dengan sebuah sisi. Pada graf berarah, simpul yang bertetangga ialah simpul yang memiliki busur yang menghubungkan kedua simpul tersebut.

2. Bersisian

Sebuah sisi dikatakan bersisian jika dalam sebuah graf suatu sisi menghubungkan dua buah simpul. Sehingga, untuk sembarang sisi $e = (u, v)$, sisi e dikatakan bersisian dengan simpul u dan simpul v .

3. Simpul Terpencil

Simpul terpencil merupakan simpul yang tidak mempunyai sisi yang bersisian dengannya dan tidak bertetangga dengan simpul-simpul lainnya.

4. Graf Kosong

Graf kosong adalah graf yang himpunan sisinya merupakan himpunan kosong, akan tetapi tetap memiliki simpul.

5. Derajat

Derajat suatu simpul pada graf merupakan jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut. Notasi dari derajat ialah $d(V)$. Pada simpul terpencil, derajatnya adalah 0. Sedangkan pada sisi gelang, derajatnya dihitung dua. Dalam graf berarah, derajat suatu simpul dibagi dua, yaitu jumlah busur sebagai simpul asal dan jumlah busur sebagai simpul akhir. Notasi dari jumlah busur sebagai simpul asal adalah $d(V_{in})$, sementara notasi dari jumlah busur sebagai simpul akhir adalah $d(V_{out})$.

6. Lintasan (*Path*)

Lintasan yang mempunyai panjang n , dari simpul V_0 ke simpul V_n di dalam suatu graf adalah barisan berselang antara simpul dan sisi, yang berbentuk $V_0, e_1, V_1, e_2, \dots, e_n, V_n$

sedemikian sehingga $e_1 = (V_0, V_1)$, $e_2 = (V_1, V_2)$, \dots , $e_n = (V_{n-1}, V_n)$ adalah sisi-sisi dari graf. Lintasan ini tidak memiliki peraturan kembali, sehingga simpul ataupun sisi yang dilalui dapat diulang kembali. Jenis-jenis lintasan:

a. Lintasan sederhana

Lintasan sederhana merupakan lintasan yang semua simpulnya berbeda, sehingga dapat dikatakan bahwa lintasan sederhana merupakan lintasan yang setiap sisinya hanya dilalui satu kali.

b. Lintasan tertutup

Lintasan tertutup merupakan lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama.

c. Lintasan terbuka

Lintasan terbuka merupakan lintasan yang tidak berawal dan berakhir pada simpul yang sama.

7. Siklus/Sirkuit

Siklus merupakan lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama. Panjang sirkuit merupakan jumlah sisi dalam sirkuit tersebut. Sirkuit sederhana adalah sirkuit yang melewati setiap sisi yang berbeda.

8. Terhubung

Dua buah simpul dikatakan terhubung jika terdapat lintasan yang menghubungkan kedua simpul tersebut. Terminologi terhubung terbagi menjadi 2, yaitu:

a. Terhubung kuat

Dua buah simpul dikatakan terhubung kuat jika arah dari sisi kedua simpul tersebut terhubung bolak balik. Jika semua simpul pada sebuah graf terhubung kuat, maka graf tersebut disebut graf terhubung kuat.

b. Terhubung lemah

Dua buah simpul dikatakan terhubung lemah, jika dua buah simpul terhubung, tapi arah dari sisi kedua simpul tersebut tidak bolak balik atau dapat dikatakan hanya satu arah. Jika semua simpul pada sebuah graf terhubung lemah, maka graf tersebut disebut graf terhubung lemah.

9. Upagraf

Upagraf merupakan sub bagian dari graf. Sementara, komplemen merupakan bagian yang melengkapi upagraf. Pada graf tidak terhubung, graf tersebut artinya terdiri dari beberapa komponen terhubung. Komponen terhubung adalah upagraf terhubung yang tidak terdapat dalam upagraf terhubung lainnya.

10. Upagraf rentang

Upagraf rentang adalah upagraf yang mengandung

semua simpul dari graf sebelumnya.

11. Cut-Set

Cut-Set pada graf merupakan himpunan sisi yang ketika dibuang membuat graf menjadi dua bagian terpisah. Cut-Set selalu menghasilkan dua buah bagian terhubung.

12. Bobot

Suatu graf dikatakan mempunyai bobot jika tiap sisi dari graf tersebut diberikan bobot. Bobot ini dapat berbeda ataupun sama dengan sisi yang lainnya.

D. Pigeonhole Principle

Pigeonhole Principle, merupakan sebuah prinsip matematika yang menyatakan bahwa jika terdapat n buah barang yang akan diletakkan pada m buah kontainer, dengan jumlah n lebih besar dari jumlah m , maka setidaknya satu kontainer berisi lebih dari 1 barang. Teorema ini merupakan salah satu contoh dari *counting argument*. Pernyataan ini dapat digunakan untuk menyatakan hasil yang tidak terduga.

Bentuk formal dari ide ini dibuat oleh Peter Gustav Lejeune Dirichlet pada tahun 1834 dengan nama Schubfachprinzip (*“drawer principle”* atau *“shelf principle”*). Karena hal itu Pigeonhole Principle disebut juga dengan Dirichlet’s Box Principle atau Dirichlet’s Drawer Principle.

III. PEMBAHASAN

A. Teori Ramsey

Teori Ramsey, merupakan teori yang dinamai dari matematikawan Inggris dan filosofis Frank P. Ramsey. Teori Ramsey merupakan salah satu cabang dari matematika yang mempelajari kondisi dimana suatu keadaan harus ada. Ron Graham mendeskripsikan Teori Ramsey sebagai cabang dari kombinatorik.

Dasar dari Teori Ramsey dimulai dari beberapa truktur matematika yang dipotong menjadi beberapa bagian. Pertanyaan dasarnya ialah seberapa besar struktur untuk memastikan bahwa setidaknya salah satu bagian mempunyai suatu properti khusus. Ide ini dapat didefinisikan sebagai *partition regularity*.

Dalam kombinatorik, *partition regularity* adalah gagasan tentang besarnya kumpulan koleksi. Jika diberikan sebuah set X , maka koleksi dari subset $S \subset P(X)$ dinamakan *partition regularity* jika setiap set A pada koleksi mempunyai properti dimana, tidak peduli bagaimana A berpartisi dengan banyaknya subset, setidaknya satu dari subset harus merupakan bagian dari koleksi. Untuk $A \in S$, dan partisi $A = C_1 \cup C_2 \cup \dots \cup C_n$, terdapat $i \leq n$, dimana C merupakan bagian dari S . Teori Ramsey kadang-kadang dicirikan sebagai studi koleksi dimana S merupakan *partition regular*.

Pada contohnya teori Ramsey dapat digambarkan sebagai graf lengkap n , dimana terdapat n simpul dan setiap simpul berhubungan dengan simpul yang lain dengan sisi sebagai penghubungnya, Graf lengkap dengan n berjumlah 3 dinamakan segitiga. Setiap sisi diwarnai dengan warna merah atau biru. Seberapa besar n harus ada untuk memastikan bahwa terdapat

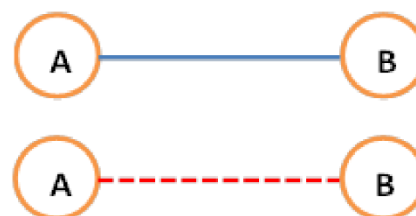
setidaknya satu segitiga merah atau satu segitiga biru.

Teorema Ramsey menyatakan bahwa seseorang akan menemukan titik monokromatik di setiap pelabelan sisi dari sebuah graf lengkap. Untuk menunjukkan teorema, sisi diwarnai dengan dua warna berbeda, katakanlah merah dan biru. Misalkan r dan s merupakan dua buah bilangan bulat positif. Teorema Ramsey menyatakan bahwa setidaknya terdapat satu buah bilangan bulat positif $R(r,s)$ untuk setiap sisi merah ataupun sisi biru pada graf lengkap dimana $R(r,s)$ mengandung sisi berwarna biru pada simpul r atau warna merah pada simpul s .

Perpanjangan dari teorema ini berlaku untuk sejumlah warna tertentu, bukan hanya dua. Lebih tepatnya teorema menyatakan bahwa untuk sejumlah warna, c , dan bilangan bulat n_1, \dots, n_c , terdapat bilangan $R(n_1, \dots, n_c)$ dimana jika sisi dari graf lengkap dari $R(n_1, \dots, n_c)$ diwarnai dengan c warna yang berbeda, maka untuk beberapa i antara 1 dan c , harus termasuk subgraf lengkap n_i dimana sisinya berwarna sejumlah i .

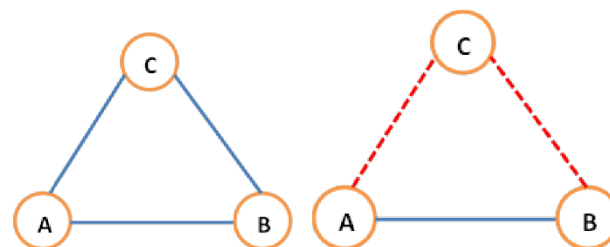
B. Friends and Stranger Theorem

Friendship Riddle dibuat menggunakan konsep Friends and Stranger Theorem. Dipilihnya graf 6 simpul dapat dibuktikan dengan kasus dua simpul. Pada kasus dimana terdapat dua orang yang berteman atau dua orang yang tidak berteman, hal ini tidak dapat dilakukan, karena hanya terdapat satu sisi, sehingga tidak memiliki upagraf.



Gambar 3.1 Contoh Kasus Dua Orang yang Berteman atau Dua Orang yang Tidak Berteman

Pada kasus dimana terdapat 3 orang, walaupun jika tiga orang ini semuanya berteman ataupun semuanya tidak berteman dapat membuat kumpulan tiga orang (segitiga), akan tetapi jika dari ketiga orang tersebut terdapat satu orang tidak berteman dan dua orang berteman maupun sebaliknya, maka tidak akan terbentuk segitiga sehingga tidak dapat membuat teorema ini bekerja.



Gambar 3.2 Contoh Kasus Tiga Orang

Pada kasus dimana terdapat 4 atau 5 orang, teorema ini juga belum dapat bekerja dikarenakan kumpulan tiga orang (segitiga) belum dapat dibuat apapun kasusnya.

Pada kasus dimana terdapat 6 orang, teorema ini dapat bekerja, dengan kasus dimana selalu ada 3 orang yang mengenal

atau selalu ada 3 orang yang tidak mengenal. Sehingga batasan untuk Friends and Stranger Theorem ini adalah 6 simpul, yaitu $R(3,3)$.

C. Friendship Riddle

Friendship Riddle berbunyi pada sebuah kelompok dengan anggota didalamnya berjumlah 6 orang yaitu Amy, Ben, Cindy, Dan, Ema, dan Francis. Kita pasti dapat menemukan bahwa beberapa orang pasti berteman dengan yang lain di Facebook atau menemukan bahwa tidak ada seorang pun yang berteman dengan yang lain di Facebook, tunjukkan bahwa selalu ada sebuah kelompok yang terdiri dari 3 orang yang semuanya merupakan teman di Facebook atau semuanya asing dengan yang lain (tidak berteman di Facebook.)

Pada kasus ini terdapat banyak kombinasi yang dapat menunjukkan bahwa seseorang berteman atau tidaknya di Facebook. Tapi selalu ada fakta yang benar bahwa selalu ada sebuah kelompok yang terdiri dari 3 orang yang semuanya merupakan teman di Facebook atau semuanya asing dengan yang lain (tidak berteman di Facebook.). Hal ini dapat dibuktikan dengan menggunakan konsep graf.

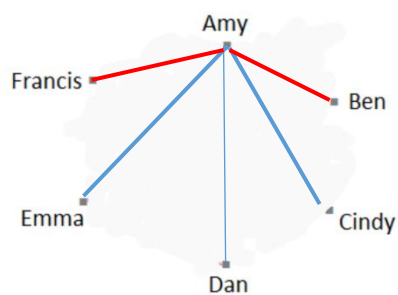
Pertama, ilustrasikan setiap orang dengan sebuah simpul pada graf. Kemudian kita dapat menggambarkan sebuah garis biru antara dua buah simpul yang menggambarkan dua orang berteman, dan garis merah antara dua simpul yang menggambarkan dua orang tidak berteman.



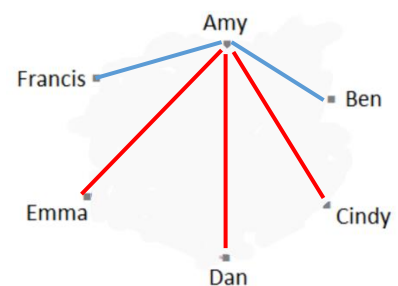
Gambar 3.3 Ilustrasi Satu Orang dengan Sebuah Simpul

Untuk menggambarkan hubungan ini gunakan Pigeonhole Principle. Pigeonhole Principle menyatakan jika terdapat 5 buah burung merpati yang diletakkan dalam 2 lubang, maka salah satu dari kedua lubang tersebut pasti akan menyimpan 3 buah burung merpati. Prinsip ini dapat digunakan pada Friendship Riddle, dengan contoh kita memilih puncak simpul Amy, dari simpul Amy kita memiliki 5 buah sisi yang menghubungkan Amy dengan 5 orang yang lain dalam kelompok tersebut. Lima buah sisi ini dapat dipertimbangkan sebagai 5 buah merpati.

Dengan menggunakan Pigeonhole Principle, dapat digambarkan sekarang bahwa terdapat 3 sisi merah dan 2 sisi biru atau 3 sisi biru atau 2 sisi merah yang menghubungkan Amy dengan lima orang lain dalam kelompok.

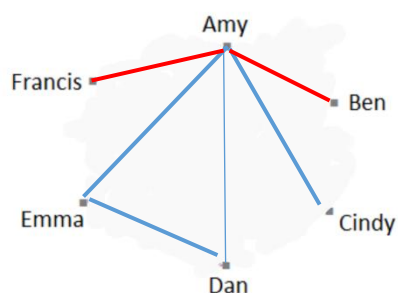


Gambar 3.4 Kasus 3 Sisi Berwarna Biru

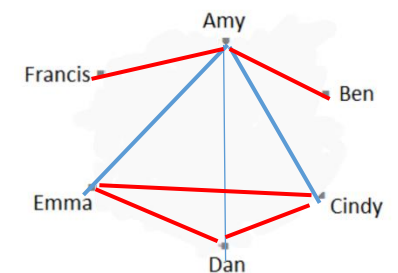


Gambar 3.5 Kasus 3 Sisi Berwarna Merah

Pada kasus dimana terdapat setidaknya 3 sisi berwarna biru. Jika Ema, Dan, serta Cindy berteman di Facebook, maka garis yang menghubungkan mereka dapat membuat sebuah segitiga berwarna biru. Jika tidak ada diantara mereka yang berteman di Facebook, kita dapat menggambar garis merah pada Ema, Dan, serta Cindy yang menyatakan bahwa mereka tidak berteman, hal ini juga dapat membuat sebuah segitiga berwarna merah.



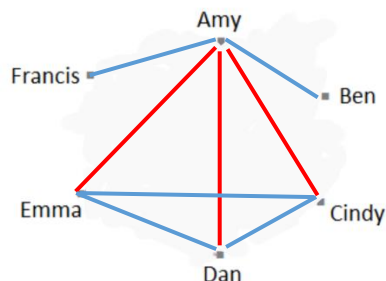
Gambar 3.6 Contoh Kasus yang Dapat Membuat Segitiga Biru pada Tiga Sisi Biru



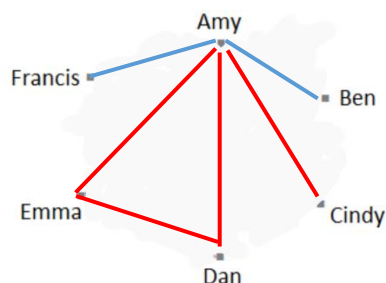
Gambar 3.7 Contoh Kasus yang Dapat Membuat Segitiga Merah pada Tiga Sisi Biru

Sehingga hal ini dapat membuktikan bahwa kita selalu mendapatkan setidaknya 3 orang yang berteman di Facebook, atau mendapatkan setidaknya terdapat 3 orang yang tidak berteman di Facebook.

Pada kasus dimana terdapat setidaknya 3 sisi berwarna merah. Jika Ema, Dan, serta Cindy tidak ada yang berteman di Facebook, maka akan membentuk tiga orang yang tidak berteman di Facebook sehingga membentuk segitiga berwarna merah. Jika Ema, Dan, serta Cindy semuanya berteman di Facebook, maka hal ini dapat membentuk pula segitiga berwarna biru.



Gambar 3.8 Contoh Kasus yang Dapat Membuat Segitiga Biru pada Tiga Sisi Merah



Gambar 3.9 Contoh Kasus yang Dapat Membuat Segitiga Merah pada Tiga Sisi Merah

Sehingga, kita dapat membuktikan bahwa tidak peduli 6 orang ini berteman atau tidak berteman di Facebook, kita selalu dapat menemukan sebuah kelompok dengan 3 orang didalamnya yang berteman (segitiga biru) atau sebuah kelompok dengan 3 orang didalamnya yang tidak berteman/orang asing (segitiga merah).

IV. CONCLUSION

Friendship Riddle yang merupakan salah satu jenis teka-teki dalam *facebook friendship problem*, dapat diselesaikan dengan Friendship Theorem yang merupakan turunan dari Friends and Strangers Theorem. Sehingga, Friendship Riddle terbukti dalam matematika dan dapat dibuktikan dalam graf lengkap dengan 6 simpul.

Friendship Riddle sendiri merupakan sebuah bentuk teka-teki yang didasari oleh konsep pembuatan graf untuk dapat menelusuri hubungan antar manusia pada media sosial.

VI. ACKNOWLEDGMENT

Puji syukur saya panjatkan kepada Allah SWT. karena

kehendak-Nya makalah ini dapat saya selesaikan tepat waktu. Terimakasih juga saya ucapkan kepada orangtua dan teman yang telah membantu dan menyemangati saya dalam mengerjakan tugas ini.

REFERENCES

- [1] <http://3.bp.blogspot.com/-Qzwwx-qhjkw/TuRe3kJX89I/AAAAAAAAAD4/IVxYLylOWq4/s1600/9.png> diakses pada 3 Desember 2019 pukul 17.00.
- [2] <https://mindyourdecisions.com/blog/2016/08/14/the-friendship-theorem-sunday-puzzle/> diakses pada 3 Desember 2019 pukul 17.00.
- [3] <https://plus.maths.org/content/friends-and-strangers> diakses pada 3 Desember 2019 pukul 17.00.
- [4] <https://mathgardenblog.blogspot.com/2012/12/Ramsey33.html> diakses pada 3 Desember 2019 pukul 17.00.
- [5] <https://www.geeksforgeeks.org/mathematics-graph-theory-basics-set-1/> diakses pada 4 Desember 2019 pukul 14.00.
- [6] <https://www.geeksforgeeks.org/discrete-mathematics-the-pigeonhole-principle/> diakses pada 4 Desember 2019 pukul 14.00.
- [7] <https://towardsdatascience.com/graph-theory-history-overview-f89a3efc0478> diakses pada 4 Desember 2019 pukul 14.00.
- [8] <http://mathworld.wolfram.com/> diakses pada 4 Desember 2019 pukul 14.00.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 3 Desember 2017



PUTRI NADIA S.

Putri Nadia Salsabila
13518094