

# Rekursivitas dalam Musik Fraktal

Annisa Rahim - 13518089  
Program Studi Teknik Informatika  
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika  
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia  
13518089@std.stei.itb.ac.id

**Abstrak**—musik dan matematika adalah dua bidang yang sangat berbeda, namun jika ditinjau lebih lanjut memiliki hubungan yang erat. Makalah ini berisi gabungan dari teori musik dengan teori matematika diskrit, yaitu meninjau tentang fenomena rekurens, khususnya fraktal, yang dapat diterapkan pada musik.

**Kata kunci**—Fraktal, Musik, Rekurens.

## I. PENDAHULUAN

Seni adalah segala sesuatu yang diciptakan oleh manusia dan mengandung unsur keindahan. Musik adalah salah satu wujud seni yang ada di kehidupan manusia. Dalam kehidupan sehari-hari, musik digunakan untuk berbagai macam urusan, dimulai dari sekedar meluapkan emosi, penenang jiwa, dan sarana hiburan, sebagai bisnis dan sarana komunikasi, sebagai sarana menyambut tamu, pengiring tarian dan pertunjukan, menjadi ciri khas kebudayaan setempat, dan bahkan untuk meningkatkan kecerdasan dan sarana pendidikan. Meskipun musik adalah ilmu yang cenderung bebas, karena seni adalah bidang yang bebas dan umumnya dinilai secara subjektif, namun musik tetap memiliki teori dasar dan cabang ilmunya tersendiri.

Sementara itu, cabang ilmu matematika merupakan cabang ilmu pasti yang memiliki ukuran dan penilaian yang jauh lebih objektif daripada seni.

Namun, ternyata kedua cabang ilmu yang sangat berbeda ini memiliki banyak hubungan yang berkaitan erat satu sama lain. Dimulai dari pembentukan nada hingga menghitung komposisi tangga nada, akor, dan oktaf, tanpa disadari musik menggunakan banyak perhitungan matematika dalam penerapannya.

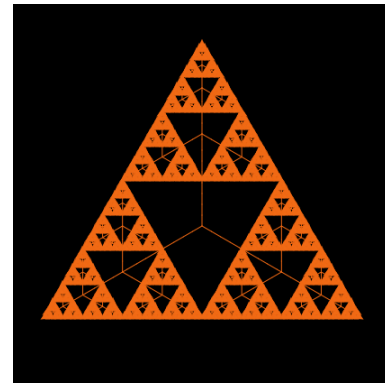
Salah satu fenomena musik yang berhubungan dengan teori matematika diskrit, khususnya teori rekurens, adalah musik fraktal.

## II. DASAR TEORI

### A. Rekursi dan Fraktal

Rekursi adalah suatu proses yang menggunakan dirinya sendiri. Sebuah objek dikatakan rekursif jika dalam prosesnya objek tersebut menggunakan dirinya sendiri, atau didefinisikan dalam terminologi dirinya sendiri. Salah satu contoh proses rekursi di kehidupan nyata adalah fenomena fraktal.

Fraktal adalah sesuatu yang dibangun atas dirinya sendiri. Bentuk fraktal banyak ditemukan baik di alam maupun dalam bidang desain, yaitu terbentuk dari dirinya sendiri dalam skala yang lebih kecil.



Gambar 1. Segitiga Sierpinski

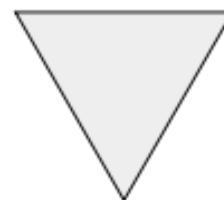
(Sumber: <http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/> diakses pada tanggal 5 Desember 2019 pukul 22.33 WIB)

Salah satu contoh bentuk fraktal adalah segitiga sierpinski. Pertama, buatlah sebuah segitiga utama. Setelah itu, buatlah segitiga lain di dalam segitiga utama dengan posisi terbalik dan skala yang lebih kecil.

Setelah itu, akan terbentuk tiga segitiga lain di sebelah sisi-sisi segitiga kedua. Ketiga segitiga tersebut akan diisi oleh segitiga terbalik lain, yang akan memecah segitiga-segitiga tersebut kembali menjadi segitiga yang lebih kecil.

Proses ini akan terus berulang hingga setiap kita mencoba melihat lebih dekat, segitiga-segitiga kecil tersebut akan berbentuk persis seperti segitiga utama.

Contoh lain dari bentuk fraktal adalah bentuk *Koch Snowflake*. Salah satu wujud salju yang unik ini pertama kali diteliti oleh matematikawan Swedia, Helge von Koch, pada tahun 1904. Dengan bentuk dasar segitiga, *Koch Snowflake* dapat menghasilkan bentuk kompleks yang indah.



Gambar 2(a). Bentuk awal *Koch Snowflake*

(Sumber: [https://commons.wikimedia.org/wiki/Koch\\_snowflake#Iteration](https://commons.wikimedia.org/wiki/Koch_snowflake#Iteration) diakses pada 5 Desember 2019 pukul 22.40 WIB)



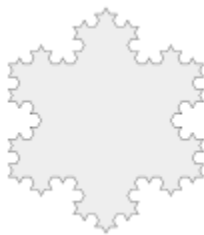
Gambar 2(b). Iterasi pertama *Koch Snowflake*

(Sumber: [https://commons.wikimedia.org/wiki/Koch\\_snowflake#Iteration](https://commons.wikimedia.org/wiki/Koch_snowflake#Iteration) diakses pada 5 Desember 2019 pukul 22.40 WIB)



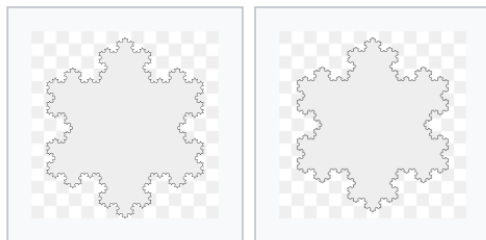
Gambar 2(c). Iterasi kedua *Koch Snowflake*

(Sumber: [https://commons.wikimedia.org/wiki/Koch\\_snowflake#Iteration](https://commons.wikimedia.org/wiki/Koch_snowflake#Iteration) diakses pada 5 Desember 2019 pukul 22.40 WIB)



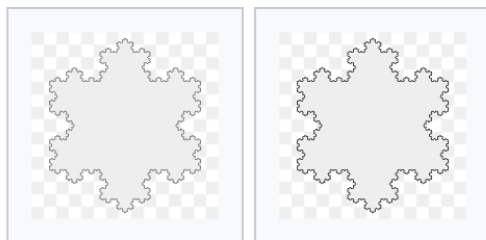
Gambar 2(d). Iterasi ketiga *Koch Snowflake*

(Sumber: [https://commons.wikimedia.org/wiki/Koch\\_snowflake#Iteration](https://commons.wikimedia.org/wiki/Koch_snowflake#Iteration) diakses pada 5 Desember 2019 pukul 22.40 WIB)



Snowflake, 4th iteration

Snowflake, 5th iteration



Snowflake, 6th iteration

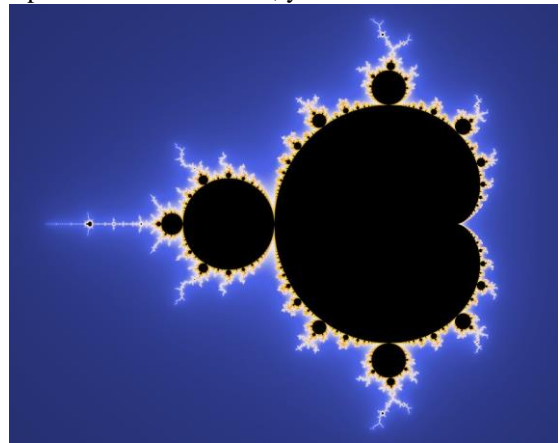
Snowflake, 7th iteration

Gambar 2(e). Iterasi ke-4 sampai 6 *Koch Snowflake*

(Sumber: [https://commons.wikimedia.org/wiki/Koch\\_snowflake#Iteration](https://commons.wikimedia.org/wiki/Koch_snowflake#Iteration) diakses pada 5 Desember 2019 pukul 22.40 WIB)

Selain kedua contoh fraktal di atas, masih banyak lagi contoh bentuk fraktal. Contoh bentuk lain yang terjadi secara alami di alam adalah spesies brokoli yang cabangnya memiliki bentuk yang sama dengan bentuk utuh brokoli tersebut, morfologi daun, pohon, dan masih banyak lagi. Selain yang

terjadi di alam, terdapat pula bentuk-bentuk yang dibuat oleh manusia. Contohnya, terdapat bentuk yang berhubungan dengan persamaan matematika, yaitu bentuk *Mandelbrot set*.



Gambar 3. Mandelbrot Set

(Sumber: <https://pixabay.com/id/illustrations/mandelbrot-set-fraktal-matematika-979309/> diakses pada 5 Desember pukul 23.09)

## B. Musik

Menurut KBBI, musik adalah ilmu atau seni menyusun nada atau suara dalam urutan, kombinasi, dan hubungan temporal untuk menghasilkan komposisi (suara) yang mempunyai kesatuan dan kesinambungan; atau nada atau suara yang disusun demikian rupa sehingga mengandung irama, lagu, dan keharmonisan (terutama yang menggunakan alat-alat yang dapat menghasilkan bunyi).

Musik adalah suara yang disusun sedemikian rupa sehingga mengandung irama, lagu, dan keharmonisan, berdasarkan hasil pengolahan suara, melodi, harmoni, dan ritme. Biasanya musik disusun untuk membentuk sebuah lagu. Beberapa unsur musik yang membentuk sebuah lagu yaitu: melodi, irama, birama, harmoni, tangga nada, tempo, dinamika, timbre, dan ekspresi. Pada makalah ini, yang akan focus dibahas adalah tentang nada, tangga nada, irama, birama, dan tempo.

### I. Nada dan Interval

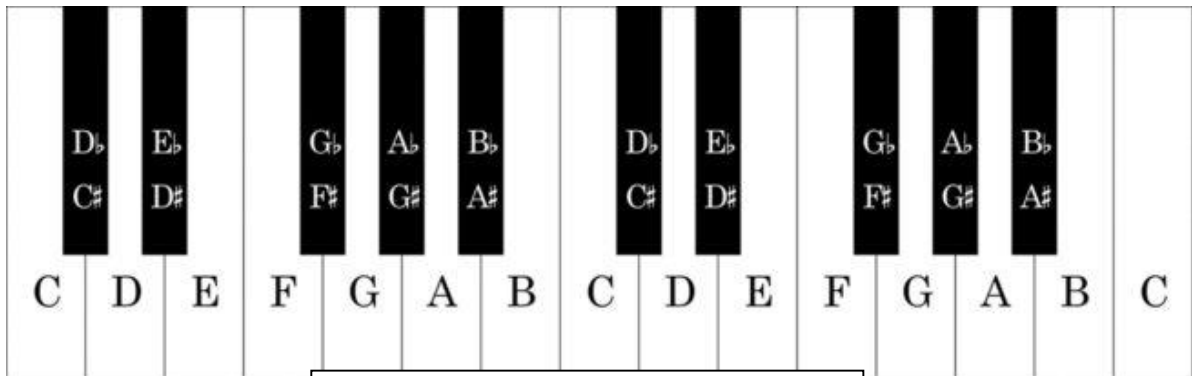
Musik modern memiliki alphabet yang terdiri dari tujuh huruf: A, B, C, D, E, F, dan G. Setiap huruf memiliki nada yang berbeda-beda.

Selain tujuh huruf tersebut, terdapat beberapa nada yang berada di antara huruf-huruf tersebut. Secara lengkap, terdapat 12 nada dalam piano:

A, A#/Bb, B, C, C#/Db, D, D#/Eb, E, F, F#/Gb, G, G#/Ab.

Not tersebut tersusun berurutan dan berulang di piano, dari ujung kiri hingga ujung kanan. Huruf A hingga G menandakan tuts piano yang berwarna putih dan huruf-huruf lain yang memiliki # atau b adalah tuts piano berwarna hitam yang berada di sela-sela tuts piano berwarna putih. Beberapa nada yang tidak memiliki tuts hitam diantara mereka adalah E-F dan B-C, sedangkan sisanya memiliki tuts hitam diantara tuts putih.

Satu oktaf berisi nada dari suatu huruf hingga huruf itu lagi dengan beda nada 11 not.



Gambar 4. Ilustrasi tuts piano  
(Sumber: <https://iconcollective.com/basic-music-theory/>  
diakses pada 5 Desember 2019 pukul 22.40 WIB)

Suatu nada terbentuk dari gelombang suara yang memiliki frekuensi tertentu. Contohnya, nada A yang terbentuk dari gelombang suara berfrekuensi 440 Hz.

## II. Tangga Nada

Setiap nada memiliki interval menuju nada-nada yang lain. Terdapat dua jenis interval, *semitone* dan *tone*. *Semitone* adalah perbedaan sebanyak setengah, yaitu dari satu nada ke tepat nada berikutnya tanpa melompati nada lainnya. Contohnya, dari A# ke B atau dari E ke F. Selain itu, terdapat *tone* yang merupakan interval penuh, yaitu satu *tone* merepresentasikan beda nada melompati tepat satu nada di sebelahnya. Misalnya dari C ke D (melompati C#) dan dari Bb ke C.

Umumnya terdapat 7 interval utama yang menandakan perbedaan suatu nada dengan nada lainnya, yaitu interval kedua, ketiga, keempat, kelima, keenam, ketujuh, dan kedelapan. Nilai-nilai ini menandakan jumlah semitone atau tone yang dilewati di antara kedua nada tersebut.

Contoh daftar interval suatu nada C:

- 2<sup>nd</sup> : D                      6<sup>th</sup> : A
- 3<sup>rd</sup> : E                      7<sup>th</sup> : B
- 4<sup>th</sup> : F                      8<sup>th</sup> : C (satu oktaf lebih tinggi)
- 5<sup>th</sup> : G

Terdapat beberapa jenis tangga nada, seperti mayor dan minor. Jika interval tone dilambangkan dengan t dan semitone dilambangkan dengan s, tangga nada mayor memiliki interval:

$$t - t - s - t - t - t - s$$

Contohnya pada tangga nada C mayor:

$$C (t) D (t) E (s) F (t) G (t) A (t) B (s) C$$

Atau B mayor:

$$B (t) C\# / D\flat (t) D\# / E\flat (s) E (t) F\# / G\flat (t) G\# / A\flat (t) A\# / B\flat (s) B$$

Sedangkan tangga nada minor memiliki interval yang berbeda dengan mayor, yaitu:

$$t - s - t - t - s - t - t$$

Contohnya pada tangga nada A minor:

$$A (t) B (s) C (t) D (t) E (s) F (t) G (t) A$$

## III. Irama dan Birama



Gambar 7. Contoh lambing birama 4/4 pada partitur musik  
(Sumber: milik sendiri, dibuat dengan aplikasi MuseScore pada tanggal 6 Desember 2019 pukul 6.40)

Irama adalah variasi dari panjang-pendek, tinggi-rendah, serta keras-lembut suatu nada atau bunyi dalam suatu rangkaian musik. Irama menjadi penentu dari ketukan dalam musik. Irama juga dapat disebut sebagai ritme, yaitu variasi horizontal dari aksentuasi atau suara yang diatur.

Sedangkan birama adalah ketukan yang teratur yang membangun suatu lagu. Ada beberapa jenis birama, misalnya 4/4, yaitu setiap bar dalam lagu tersebut terdiri atas 4 ketukan yang bernilai 1/4. Selain itu juga terdapat birama 3/4 yang setiap barnya berisi 3 ketukan 1/4, dan 6/8 yang satu barnya berisi 6 ketukan bernilai 1/8.

## IV. Tempo

Tempo adalah penentu cepat atau lambatnya jalan suatu lagu. Tempo menentukan kecepatan birama lagu. Semakin besar nilai tempo, semakin cepat birama pada lagu tersebut.

Terdapat delapan kategori tempo: *adagio* (lambat), *lento* (lebih lambat), *largo* (lambat sekali), *allegro* (cepat), *andante* (sedang), *moderato* (sedang agak cepat), *vivace* (lebih cepat), dan *presto* (cepat sekali).

### C. Hubungan Musik dan Matematika

Asal usul musik itu terbentuk berkaitan erat dengan cabang ilmu fisika tentang gelombang. Nada pada musik tercipta dari gelombang konstan yang berfrekuensi tertentu. Jika kita memiliki frekuensi suatu nada, maka cara kita mencari frekuensi tujuh interval utamanya dapat dihitung

dengan menggunakan perbandingan-perbandingan sederhana.

Nada	Jenis Interval	Perbandingan frekuensi	Harmonik Dasar
C	-	1:1	24
D	major 2 <sup>nd</sup>	9:8	27
E	major 3 <sup>rd</sup>	5:4	30
F	perfect 4 <sup>th</sup>	4:3 (27:20)	32
G	perfect 5 <sup>th</sup>	3:2 (40:27)	36
A	major 6 <sup>th</sup>	5:3 (27:16)	40
B	major 7 <sup>th</sup>	15:8 (50:27)	45
C	perfect octave	2:1	48

Tabel 1. Perbandingan frekuensi dari tiap interval C major scale

Selain tentang hubungan perbandingan frekuensi, salah satu hubungan yang tidak biasa antara musik dan matematika adalah musik fraktal.

### III. REKURSIVITAS DALAM MUSIK FRAKTAL

#### A. Fraktal dalam Pola dan Urutan Lagu

Seorang Komposer musik asal Brazil bernama Dmitry Kormann melakukan eksperimen dengan membuat fraktal dari kombinasi urutan lagu.

Sebuah lagu terdiri dari beberapa bagian lagu, seperti verse, reff, dll. Sebuah pola fraktal dapat dibuat dengan pengulangan urutan-urutan lagu tersebut.

Contohnya, sebuah lagu memiliki urutan sebagai berikut:

Verse I      –      Reff      –      Verse II  
2 bar                      4 bar                      2 bar

Maka kita dapat menggunakan urutan tersebut sebagai basis (Selanjutnya akan disebut sebagai bagian basis atau B).

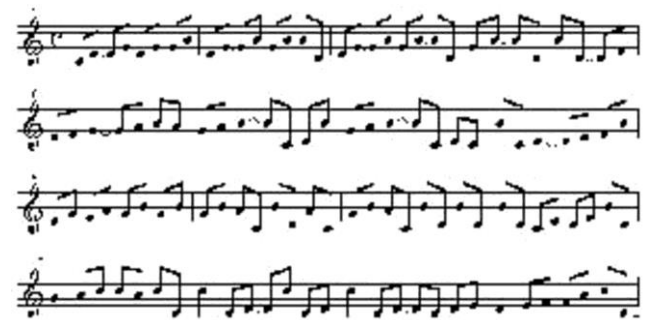
Lalu bagian B tersebut dapat diulang sebanyak 2 kali, menjadi sebuah verse I baru, 4 kali menjadi sebuah reff baru, dan 2 kali kembali untuk menjadi verse II yang baru.

Hal ini dapat terus terulang hingga menghasilkan lagu dengan urutan Verse I – Reff – Verse II yang sama, namun setiap elemennya terdiri atas pengulangan dari struktur lagu itu sendiri. Musik yang diimplementasikan mungkin memiliki beberapa hal yang berbeda saat mencapai bagian yang berbeda, untuk menandakan bahwa blok verse I, reff, dan verse II adalah blok yang berbeda. Hal ini dapat terus diulang hingga menghasilkan lagu utuh.

Verse I (baru)		Reff (baru)				Verse II (baru)	
B	B	B	B	B	B	B	

Tabel 2. Ilustrasi musik fraktal dalam pola dan urutan lagu

#### B. Musik yang Berasal dari Deret atau Baris Rekurens



Gambar 5. Partitur hasil menggunakan barisan Morse-Thue (Sumber: <https://www.emusician.com/gear/fractals-and-music>, diakses pada tanggal 6 Desember 2019 pukul 9.03)

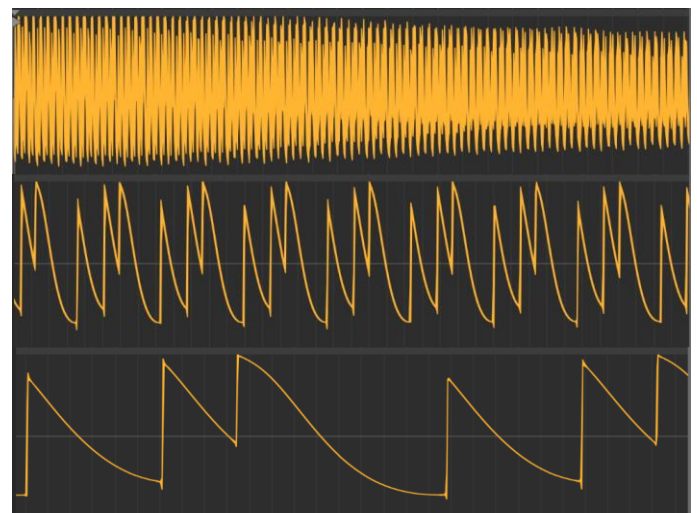
Beberapa musik dapat diciptakan dari deret atau baris Rekurens, seperti barisan Morse-Thue yang diimplementasikan ke dalam komposisi musik. Selain itu juga terdapat barisan lain seperti deret Fibonacci.

Caranya, perbandingan-perbandingan pada barisan atau deret tersebut dihubungkan dengan perbandingan not pada *music sheet*. Sehingga tercipta musik yang memiliki sifat rekurens yang mirip dengan sifat deret-deret tersebut.

Implementasi musik tersebut biasanya digunakan pada genre *electronic music*. Terdapat banyak aplikasi yang menyediakan pembuatan musik fraktal ini, seperti Frac Mus, A Musical Generator, MusiNum, FibonacciBlues, dan masih banyak lagi.

#### C. Musik Fraktal yang Menggunakan Hubungan Ritme dan Melodi

Pada dasar teori disebutkan bahwa nada tercipta dari frekuensi gelombang suara. Artinya, jika melihat komposisi suatu nada dalam jarak yang lebih dekat, akan terlihat bahwa nada tersebut terdiri dari gelombang yang berisi tekanan-tekanan konstan.



Gambar 6. Sebuah gelombang nada yang diperbesar (Sumber: milik sendiri, diakses dengan aplikasi Abelton Live pada tanggal 6 Desember 2019 pukul 6.33)

Jika ditinjau lebih jauh, suatu ritme juga merupakan kumpulan dari tekanan-tekanan yang teratur. Apa yang terjadi

dijka suatu ritme konstan temponya dipercepat hingga 1000 sampai 2000 kali kecepatan awalnya? Ya, ritme tersebut akan membentuk suatu nada.

Seorang *youtuber* asal amerika bernama Adam Neely, seorang pemain bass sekaligus komposer, membahas fenomena ini dalam sebuah video tentang *harmonic polyrhythms*. Dengan melakukan eksperimen dengan membuat beberapa kombinasi ritme dan mempercepat pola-pola tersebut. Pada kecepatan tertentu, ritme-ritme tersebut berubah menjadi nada. Dapat disimpulkan bahwa ritme, melodi, dan harmoni pada dasarnya adalah hal yang sama, namun dalam kecepatan yang jauh berbeda.

Selain itu, Adam Neely juga membuat eksperimen lain, dengan membuat musik fraktal dengan suatu melodi dasar. Melodi ini dapat diputar secara berulang hingga menghasilkan tekanan konstan yang mirip dengan ritme. Setelah mencapai kecepatan tertentu, melodi berulang ini akan menghasilkan sebuah nada baru. Pengulangan melodi-melodi tersebut diatur sedemikian rupa sehingga ketika musik dipercepat sebanyak 1024 kali, musik tersebut membentuk melodi yang sama persis seperti melodi dasar.

Karena fenomena ini, sangat mungkin untuk menciptakan musik fraktal, yaitu musik yang terbentuk atas gabungan dirinya sendiri dalam skala yang lebih kecil. Jika kita memiliki sebuah baris melodi, dengan menggunakan perhitungan sesuai dengan perbandingan frekuensi pada tujuh interval, kita dapat membuat fraktal besarnya.

Berdasarkan tabel 1, kita dapat menghitung perbandingan jumlah melodi dasar yang harus diulang. Jika harmonik pada F dasar dari C adalah 24, maka kita dapat menghitung not-not lain menggunakan perbandingan-perbandingan tersebut.

Contohnya dengan menggunakan melodi ini:



Gambar 7. Potongan melodi scale C yang turun di nada kelima (Sumber: milik sendiri, dibuat dengan aplikasi MuseScore pada tanggal 6 Desember 2019 pukul 6.40)

Melodi tersebut terdiri atas masing-masing satu ketuk dari not-not berikut:

C D E F G F E D C

Kita akan menjadikan melodi ini sebagai basis. Dengan mengulang melodi tersebut sebanyak 24 kali, kita akan medapatkan blok nada C ketika melodi-melodi tersebut dipercepat. Untuk mendapat nada D, melodi tersebut diulang sebanyak 27 kali, lalu panjangnya disamakan dengan blok nada C. Setelah itu, nada E didapatkan dengan mengulang melodi sebanyak 30 kali, lalu dilakukan hal yang sama dengan nada D yaitu menyerupakan panjang nada, karena semua nada pada partitur di atas memiliki panjang yang sama, yaitu satu ketuk.

Seterusnya: nada F didapat dengan pengulangan sebanyak 32 kali, dan nada G didapat dengan pengulangan sebanyak 36 kali. Setelah menyerupakan panjang nada dengan blok nada C awal, hal selanjutnya yang dilakukan adalah menyusun blok-blok tersebut sehingga menjadi sesuai dengan urutan pada partitur di atas: C D E F G F E D C.

Jika kita menganggap B sebagai melodi basis, yaitu melodi pada ilustrasi partitur di atas, ilustrasi musiknya akan menjadi seperti berikut:

C	D	E	F	G	F	E	D	C
24xB	27xB	30xB	32xB	36xB	32xB	30xB	27xB	24xB

Tabel 3. Ilustrasi musik fraktal dari ritme dan melodi

Pada tabel di atas, B adalah melodi basis. Ketika nada-nada tersebut diputar, akan dihasilkan pola berulang yang berperan seperti ritme. Ketika kecepatan nada dipercepat sebanyak 1024 atau 2048 kali, barulah terdengar bahwa kumpulan melodi berulang tersebut akan menghasilkan melodi yang lebih besar. Jika perhitungan sudah benar, maka melodi yang dihasilkan akan persis sama dengan basis melodi, yaitu melodi pada partitur di atas.

Mari kita lihat contoh lain yang sedikit lebih kompleks:



Gambar 8. Kalimat awal lagu Ibu Kita Kartini (Sumber: milik sendiri, dibuat dengan aplikasi MuseScore pada tanggal 6 Desember 2019 pukul 6.43)

Persis seperti cara tadi, melodi tersebut dijadikan basis melodi. Basis melodi terdiri atas: 1½ ketuk not C, ½ ketuk not D, 1 ketuk not E, 1 ketuk not F, 1½ ketuk not G, ½ ketuk not E, dan 2 ketuk not C.

Not C terdiri atas pengulangan sebanyak 24 kali. Namun, kali ini panjang not tidak hanya satu ketuk, melainkan 1½. Oleh karena itu, jumlah not total dari blok not C adalah  $24 * 3/2 = 36$  buah. Selanjutnya, blok not D memiliki pengulangan sebanyak 27 kali, namun panjangnya hanya ½ ketuk. Maka dari itu, blok not D hanya berisi pengulangan sebanyak 13½ kali, dengan menyesuaikan panjang dari blok tersebut dengan 1/3 dari panjang blok C (karena panjang blok C terdiri atas 3 kali panjang not ½). Proses ini terus diulang hingga not terakhir, dengan menyesuaikan jumlah pengulangan dengan panjang not, dan menyesuaikan panjang setiap blok agar panjang dari tiap ketuknya seragam.

Kita dapat menggunakan sembarang jumlah pengulangan, selama angka tersebut memenuhi perbandingan frekuensi dari not-not tersebut. Misalnya, jika kita menggunakan 200 pengulangan untuk nada C, maka untuk mendapatkan nada G kita membutuhkan  $200 * 3/2 = 300$  pengulangan, karena G merupakan *perfect fifth* dari C dan rasio G:C adalah 3:2.

Hal ini dapat terjadi karena frekuensi adalah jumlah gelombang per satu detik, maka membuat pola tekanan berulang akan menghasilkan gelombang yang jika dipercepat akan menghasilkan nada tertentu. Untuk membuat kombinasi suara sesuai dengan not-not pembentuk basis, perlu dibentuk perbandingan frekuensi sesuai dengan perbandingan frekuensi dari not satu ke not lainnya

## V. CONCLUSION

Meskipun bidang musik dan matematika terlihat seperti

bidang yang sangat berbeda dan tidak memiliki hubungan apapun, nyatanya hubungan musik dan matematika sangat dekat. Salah satu hubungan nyata antara musik dan matematika adalah dapat diterapkannya rekursivitas dalam membuat suatu musik, salah satunya pembuatan musik fraktal. Pada makalah ini, terdapat tiga jenis pembentukan musik fraktal: menggunakan pola dan urutan lagu, barisan atau deret rekursif, dan menggunakan hubungan ritme dan melodi. Musik fraktal menggunakan salah satu prinsip matematika diskrit yaitu rekurens.

## VII. UCAPAN TERIMA KASIH

Pertama-tama, saya mengucapkan terima kasih kepada Tuhan Yang Maha Esa karena telah melancarkan urusan saya sehingga makalah ini dapat selesai pada waktunya. Selain itu, tidak lupa juga saya mengucapkan terima kasih kepada dosen Matematika Diskrit, Ibu Dra. Harlili S., M.Sc., atas dukungannya dan kegiatan pengajaran selama semester ini. Terakhir, saya mengucapkan terima kasih kepada seluruh pihak yang telah menunjang selesainya makalah ini.

## REFERENCES

- [1] Ahmad, "Seni Musik", <https://www.yuksinau.id/musik-pengertian-unsur-jenis-fungsi/> diakses pada 6 Desember 2019 pukul 06.53.
- [2] Ilham, Mughnifar. "Pengertian Musik, Unsur-Unsur, Jenis-Jenis, dan Fungsi" <https://materi.belajar.co.id/pengertian-musik/>, diakses pada 6 Desember 2019 pukul 08.33.
- [3] Kormann, Dmitry. "Fractal Music" <https://plus.maths.org/content/os/issue55/features/kormann/index> diakses pada 6 Desember 2019 pukul 08.33.
- [4] P. Q. Rory, "Basic Music Theory For Beginners – The Complete Guide" <https://iconcollective.com/basic-music-theory/>, diakses pada 6 Desember 2019 pukul 08.33.
- [5] <https://zenosphere.wordpress.com/2014/06/18/fun-with-math-berkenalan-dengan-fraktal/> diakses pada 6 Desember 2019 pukul 06.53.
- [6] [https://commons.wikimedia.org/wiki/Koch\\_snowflake#Iteration](https://commons.wikimedia.org/wiki/Koch_snowflake#Iteration) diakses pada 6 Desember 2019 pukul 06.53.
- [7] <https://www.youtube.com/watch?v=gCJHNBEdoc> diakses pada 6 Desember 2019 pukul 06.53.
- [8] <https://www.youtube.com/watch?v=mq0z-sxjNlo&t=197s> diakses pada 2 Desember 2019 pukul 22.04.

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 6 Desember 2019



Annisa Rahim 13518089