Pemanfaatan Induksi Matematika dalam Pembuatan ATM Multinominal

Arif Rahman Amrul Ghani 13518023[1]
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
[1]*13518023@std.stei.itb.ac.id*

***Abstrak*— Di era industri 4.0 seperti sekarang ini, banyak teknologi baru mulai bermunculan. Tidak hanya muncul, teknologi tersebut juga mulai mendominasi dan mengubah gaya hidup manusia. Salah satu aspek yang terkena dampak dari perkembangan teknologi adalah di bidang ekonomi. ATM (Automatic Teller Machine) atau dikenal dengan Anjungan Tunai Mandiri salah satunya. Mesin canggih ini bisa digunakan untuk mengirim uang ke rekening orang lain, mengisi saldo bank, maupun untuk mengambil uang yang kita tabungkan di bank. Akan tetapi, alat ini biasanya hanya menerima satu jenis pecahan mata uang (biasanya Rp. 100.000, Rp. 50.000, atau Rp. 20.000). Hal ini menimbulkan permasalahan baru bagi nasabah bank yang ingin mengambil uang dengan nominal yang bukan kelipatan yang tertera pada mesin ATM. Rp.70.000,- misalnya. Uang Rp.70.000,- tidak bisa diambil dari mesin ATM yang mempunyai pecahan uang Rp.20.000,-, Rp.50.000,-, maupun Rp.100.000,-. Makalah ini akan menjelaskan pemanfaatan induksi matematika untuk membuat ATM multinominal untuk menjawab permasalahan yang ada.**

***Kata Kunci*—ATM, bank, basis, bukti, digital, langkah, kelipatan, teknologi, uang.**

I. PENDAHULUAN

Pada abad ke-21 ini, tidak bisa dipungkiri bahwa teknologi mulai mendarah daging dalam kehidupan manusia. Mulai dari hal terkecil seperti komunikasi sampai hal yang besar seperti sistem pemerintahan, sekarang semuanya memanfaatkan perkembangan teknologi. Menurut KBBI, teknologi adalah metode ilmiah untuk mencapai tujuan praktis; ilmu pengetahuan terapan; keseluruhan sarana untuk menyediakan barang-barang yang diperlukan bagi kelangsungan dan kenyamanan hidup manusia. Dapat disimpulkan bahwa teknologi merupakan suatu penerapan dari ilmu pengetahuan yang berguna untuk mencapai tujuan praktis dan memudahkan kehidupan manusia.

Teknologi mengubah pola hidup manusia, dari sederhana menjadi lebih modern. Teknologi mempengaruhi seluruh lini kehidupan manusia. Bidang ekonomi salah satunya. Dunia perbankan sekarang sedang mengembangkan teknologi *cashless,* yaitu pemanfaatan uang digital untuk segala jenis transaksi. Selain itu, pihak bank sekarang juga memberikan fasilitas untuk mempermudah nasabahnya, yaitu dengan menyediakan mesin ATM yang tersebar di berbagai tempat. Mesin ATM *(Automatic Teller Machine)* atau di Indonesia biasa dikenal dengan Anjungan Tunai Mandiri merupakan salah satu hasil dari perkembangan teknologi yang memiliki berbagai macam fitur, antara lain: Tarik Tunai, Menyetor Uang ke Rekening Bank, Pengiriman Uang, Pembayaran Tagihan, dan Pembayaran Lainnya. Cara mengakses sistem ini cukup mudah. Hanya dengan menggunakan sebuah kartu yang biasa disebut kartu ATM, kita bisa memanfaatkan fitur-fitur yang ada di mesin ATM. Kartu ATM dilengkapi dengan PIN (*Personal Identification Number*) sebagai keamanan agar terhindar dari tindak kejahatan yang tidak diinginkan.

Mesin ATM pertama kali dikembangkan oleh Luther George Simjian pada tahun 1939. Pada tahun tersebut, Luther mendirikan ATM di City Bank yang berada di New York. Akan tetapi, pemasangan mesin ATM ini tidak berlangsung lama karena masih banyak masyarakat yang belum terbiasa dengan teknologi tersebut. Perkembangan ini berhenti selama kurang lebih 25 tahun.

Mesin ATM mulai mucul lagi seiring dengan munculnya supermarket, pembelian tiket, dan semua sistem yang memanfaatkan *self-system service* di Amerika dan Eropa. Perkembangan Industri, penambahan jumlah nasabah bank, dan mulai mengertinya masyarakat akan teknologi juga membuat mesin ATM ini mulai dikenalkan dan dikembangkan kembali. Pada tahun 1960-an, teknologi yang digunakan pada mesin ATM masih memiliki banyak kendala, antara lain: mesin macet, mengeluarkan struk berkali-kali, keterlambatan dalam pengiriman informasi dan masih banyak lagi. Masalah tersebut menjadi fokus utama bagi para *software engineer* pada zaman itu untuk membuat mesin ATM yang bisa *real-time* dan aman untuk digunakan. Pada tahun 1970 hingga 1980-an awal beberapa bank di Inggris dan para ahli IBM mulai mengembangkan sistem yang menjadi cikal bakal sistem mesin ATM saat ini.

Seiring dengan perkembangan zaman dan teknologi, mesin atm mulai dikembangkan dan terus diperbaiki. Perusahaan yang mewarnai perkembangan industry dan inovasi ATM adalah Spytec-Burroughs, Chubb (Inggris), Docutel dan Diebold, De La Rue (Amerika), Omron Tateisi (Jepang), mereka bekerjasama dengan IBM dan melahirkan fitur-fitur ATM seperti PIN dan bagian perbaikan di bagian *software*. Sementara Itu, perusahaan NCR dan Dieblod berperan dalam inovasi mengubah ukuran mesin ATM menjadi lebih kecil dan multifungsi (Mengurangi kemacetan mesin dengan sistem pengeluaran uang horizontal, penambahan fungsi transfer dan informasi saldo.

Gambar mesin ATM dari berbagai macam Bank.
Sumber : https://images.app.goo.gl/TKo8s4uPKb8o9uKZ6

Saat ini, sudah tersebar puluhan ribu mesin ATM dengan berbagai macam bank di seluruh Indonesia. Fitur yang ada di mesin ATM juga selalu di-*upgrade* untuk memenuhi kebutuhan manusia yang semakin lama semakin banyak. Salah satu fitur mesin ATM yang terkenal adalah Tarik Tunai. Tarik Tunai adalah sebuah transaksi yang dilakukan oleh nasabah melalui mesin ATM untuk mengambil uang yang ada di rekeningnya. Pada umumnya, mesin ATM hanya memiliki satu jenis nominal uang. Mesin ATM hanya memiliki satu buah *cartridge* uang, biasanya pecahan uang Rp.20.000, Rp.50.000, atau Rp.100.000. Sistem kerja dari mesin ATM ini sendiri pertama-tama mesin akan mengonversi uang yang ingin ditarik dengan banyak uang yang akan dikeluarkan oleh mesin sesuai dengan nominalnya. Setelah itu, mesin baru mengeluarkan beberapa lembar yang nilainya sama dengan besar uang yang akan ditarik. Misalnya mesin ATM berisi pecahan Rp.50.000. Apabila kita ingin mengambil uang Rp.200.000, maka mesin akan mengonversi Rp.200.000 menjadi 4 lembar Rp.50.000 lalu mengeluarkan uang sebanyak 4 lembar Rp.50.000-an. Fitur lainnya yaitu transfer. Kita bisa mengirimkan uang ke rekening bank orang lain tanpa harus mendatangi bank. Cukup dengan menggunakan mesin ATM dan uang akan langsung terkirim. Apalagi sekarang mesin ATM sudah menerapkan sistem antarbank sehingga lebih memudahkan kita apabila ingin mentransfer ke bank yang berbeda.

II. LANDASAN TEORI

2.1 Pengertian Induksi Matematika

Dalam Kamus Besar Bahasa Indonesia, Induksi (In.duk.si) mempunyai arti metode pemikiran yang bertolak dari kaidah (hal – hal atau peristiwa) khusus untuk menentukan hukum (kaidah) yang umum; penarikan kesimpulan berdasarkan keadaan yang khusus untuk diperlakukan secara umum; penentuan kaidah umum berdasarkan kaidah khusus.

Secara implisit, sebenarnya induksi matematika sudah mulai dipelajari pada sekitar tahun 1000 masehi oleh Al-Karaji. Beliau menulis dalam bukunya yang berjudul Al-Fakhri. Pada saat itu induksi matematika digunakan untuk membukrikan teorema binomial dan sifat segitiga pascal. Selain Al-Karaji, terdapat ilmuwan yang berasal dari Yunani Kunoyang membuktikan induksi matematika untuk menyatakan bahwa sifat bilangan prima yang tidak terbatas. Akan tetapi, belum ada satupun orang yang menyebutkan secara eksplisit tentang induksi matematika pada saat itu.

Barulah pada tahun 1665 seorang ilmuwan Prancis bernama Blaise Pascal dapat membuktikan secara eksplisit tentang induksi matematika. Bukti induksi ini dia tulis di dalam bukunya yang berjudul “arithmetique segitiga du Traite”. Pada akhir abad ke-19, Induksi Matematika mulai disempurnakan oleh dua orang matematikawan yang bernama Richard Dedekind dan Guiseppe Peano. Dedekind mengembangkan sekumpulan aksioma yang menggambarkan bilangan bulat positif. Peano memperbaiki aksioma tersebut dan memberikan interpretasi secara logis. Keseluruhan aksioma tersebut dikenal dengan Postulat Peano. Postulat ini ditemukan sekitar tahun 1890 sebagai rumusan formula konsep bilangan asli. Isi postulat ini adalah sebagai berikut :

1. 1 adalah anggota N
2. Setiap anggota $x \in N$ mempunyai pengikut $p(x) \in N$
3. Dua bilangan N yang ebrbeda memiliki pengikut yang berbeda pula
4. 1 bukan pengikut bilangan $x \in N$ yang manapun.
5. Jika subhimpunan $S \subseteq N$ memuat 1 dan pengikut dari setiap bilangan di S, maka $S = N$.

Induksi matematika merupakan salah satu metode atau cara pembuktian di dalam ilmu matematika untuk membuktikan suatu pernyataan matematika apakah benar atau salah. Seringkali, apabila kita diberi suatu pernyataan matematika, kita langsung menganggap bahwa pernyataan yang diberikan tersebut adalah benar. Padahal, belum tentu itu benar. Oleh karena itu lahirlah induksi matematika guna memerika apakah pernyataan yang diberikan benar atau salah.

Meskipun namanya induksi matematika, namun metode ini menggunakan penerapan secara deduktif. Induksi matematika merupakan salah satu argumentasi pembuktian suatu teorema atau pernyataan matematika yang lingkup pembahasannya kumpulan bilangan asli atau lebih khusus himpunan bilangan asli. Melalui induksi matematika ini kita dapat meminimalisir langkah pembuktian bahwa semua bilangan bulat termasuk ke dalam suatu himpunan kebenaran dengan hanya menggunakan beberapa langkah sederhana saja.

2.2 Prinsip Induksi Sederhana

Misalkan p(n) adalah proporsi bilangan bulat positif dan kita ingin membuktikan bahwa p(n) benar untuk semua bilangan bulat positif n. Untuk membuktikan proporsi ini, kita perlu menunjukkan bahwa:

a. p(1) benar, dan
b. jika p(n) benar, maka p(n+1) juga benar untuk setiap n >= 1

Dalam prinsip induksi matematika juga terdapat perluasan prinsip induksi matematika yang biasa disebut dengan Prinsip Induksi dimampatkan dengan penjelasan sebagai berikut:

p(n) merupakan sebuah pernyataan yang bergantung pada n. p(n) benar untuk masing-masing bilangan asli n >= m jika memenuhi 2 keadaan dibawah ini:

a. p(m) benar, yang berarti untuk n = m, maka p(n) juga benar

b. untuk masing-masing bilangan asli k >= m, jika p(k) benar maka p(k+1) juga benar.

Selain prinsip induksi dimampatkan, terdapat pula Prinsip Induksi Kuat dengan penjelasan sebagai berikut:
Pertama, misalkan $p(n)$ adalah pernyataan perihal bilangan bulat. Kita ingin membuktikan bahwa $p(n)$ benar untuk semua bilangan bulat $n \geq n_0$.

Kedua, untuk membuktikan ini, kita hanya perlu menunjukkan bahwa:

1. $p(n_0)$ benar, dan
2. jika $p(n_0)$, $p(n_0+1)$, …, $p(n)$ benar maka $p(n+1)$ juga benar untuk semua bilangan bulat $n \geq n_0$.

Prinsip kerja dari induksi matematika sama dengan efek yang ada pada permainan domino. Ada dua kondisi atau syarat yang harus terpenuhi supaya semua domino bisa jatuh, yaitu:
Pertama, domino pertama atau no. 1 harus jatuh.
Kedua, apabila setiap domino jatuh, maka domino yang berada tepat satu domino berikutnya juga akan jatuh. Maksudnya,apabila domino 1 jatuh, maka domino 2 juga akan jatuh. Apabila domino 2 jatuh, maka domino 3 juga akan jatuh. Begitu pula seterusnya sampai semua domino jatuh. Secara umum dapat dikatakan bahwa apabila domino ke-n terjatuh, maka domino ke-n+1 juga akan jatuh sehingga apabila kedua syarat tersebut terpenuhi, maka bisa dipastikan bahwa semua domino pasti akan jatuh.

Gambar Permainan Domino
Sumber : https://images.app.goo.gl/uJ2Si7diTzmnaSKh8

2.3 Langkah-langkah menyelesaikan Induksi Matematika
Dalam materi induksi matematika, terdapat 2 langkah untuk menyelesaikannya, antara lain:

a. Basis Induksi
Langkah ini dinamakan basis/dasar induksi. Pada langkah ini, harus dibuktikan bahwa untuk p(1) adalah benar. Untuk menunjukkan p(1) adalah benar, kita cukup mensubtitusikan n = 1 pada p(n).
b. Langkah Induksi
Langkah ini berisi asumsi yang menyatakan bahwa p(n) benar. Asumsi ini dinamakan hipotesis induksi. Dalam langkah ini, akan dibuktikan bahwa apabila p(n) benar, maka p(n+1) juga benar, untuk setiap n lebih besar samadengan 1.

Apabila kedua langkah tersebut telah ditempuh, maka akan diperoleh jawaban p(n) terbukti atau tidak. Perlu diketahui bahwa induksi matematika hanya digunakan untuk membuktikan suatu rumus benar atau salah, bukan untuk menurunkan atau membuat suatu rumus baru.

2.4. Contoh Penggunaan Induksi Matematika
Soal 1:
Buktikan bahwa jumlah n bilangan bulat positif pertama adalah n(n+1)/2

Penyelesaian :
Andaikan bahwa $p(n)$ menyatakan proposisi bahwa jumlah n bilangan bulat positif pertama adalah $n(n + 1)/2$, yaitu $1 + 2 + 3 + \ldots + n = n(n + 1)/2$. Kita harus membuktikan kebenaran proposisi ini dengan dua langkah induksi sebagai berikut:
(i). Basis Induksi. p(1) benar, karena untuk n=1, diperoleh

$$1 = 1(1+1)/2 = 1(2)/2 = 1$$

(ii). Langkah Induksi. Misalkan p(n) benar

$$1 + 2 + 3 + \ldots + n = n(n+1)/2$$

Adalah benar (hipotesis induksi). Kita harus perlihatkan bahwa p(n+1) juga benar, yaitu

$$1 + 2 + 3 + \ldots + n + (n+1) = (n+1)((n+1)+1)/2$$

Pembuktian :

$$\begin{aligned}1 + 2 + 3 + \ldots + n + (n+1) &= (1 + 2 + 3 + \ldots + n) + (n+1)\\ &= (n(n+1)/2) + (n+1)\\ &= ((n^2+n)/2) + (n+1)\\ &= ((n^2+n)/2) + ((2n+2)/2)\\ &= (n^2 + 3n + 2)/2\\ &= (n+1)(n+2)/2\\ &= (n+1)(n+1+1)/2\end{aligned}$$

Terbukti benar. Karena langkah (i) dan (ii) terbukti benar, maka berlaku jumlah n bilangan bulat positif pertama adalah n (n + 1) / 2 untuk semua bilangan bulat positif n >= 1

Soal 2 :
Gunakan induksi matematik untuk membuktikan bahwa jumlah n bilangan ganjil positif pertama adalah n^2.

Penyelesaian :
(i). Basis Induksi. p(1) benar, karena untuk n = 1, diperoleh

$$1 = 1^2$$
$$1 = 1$$

(ii). Langkah Induksi. Misalkan p(n) benar

$$1 + 3 + 5 + \ldots + (2n-1) = n^2$$

Adalah benar (hipotesis induksi). Perhatikan bahwa bilangan ganjil ke-n adalah (2n - 1). kita harus perlihatkan bahwa p(n+1) juga benar, yaitu

$$1 + 3 + \ldots + (2n-1) + (2n+1) = (n+1)^2$$

Pembuktian :

$$\begin{aligned}1 + 3 + \ldots + (2n-1)+(2n+1) &= (1 + 3 + \ldots + (2n-1)) + (2n+1)\\ &= n^2 + 2n + 1\end{aligned}$$

$= (n + 1)^2$

Terbukti benar. Karena langkah (i) dan (ii) terbukti benar, maka berlaku jumlah n bilangan ganjil positif pertama adalah n^2.

<u>Soal 3 (Prinsip Induksi yang dirampatkan) :</u>

Untuk semua bilangan bulat tidak negatif n, buktikan dengan induksi matematika bahwa $2^0 + 2^1 + 2^2 + \ldots + 2^n = 2^{n+1} - 1$

<u>Penyelesaian :</u>

(i). Basis Induksi. Untuk n = 0 (bilangan bulat tidak negatif), diperoleh

$$2^0 = 2^{0+1} - 1$$
$$1 = 2 - 1$$
$$1 = 1$$

(ii). Langkah Induksi. Misalkan p(n) benar

$$2^0 + 2^1 + 2^2 + \ldots + 2^n = 2^{n+1} - 1$$

Adalah benar (hipotesis induksi). Kita harus perlihatkan bahwa p(n+1) juga benar, yaitu

$$2^0 + 2^1 + 2^2 + \ldots + 2^n + 2^{n+1} = 2^{n+1+1} - 1$$

Pembuktian :

$$\begin{aligned} 2^0 + 2^1 + 2^2 + \ldots + 2^n + 2^{n+1} &= (2^0 + 2^1 + 2^2 + \ldots + 2^n) + 2^{n+1} \\ &= (2^{n+1} - 1) + 2^{n+1} \\ &= (2^{n+1} + 2^{n+1}) - 1 \\ &= (2 .\ 2^{n+1}) - 1 \\ &= (2^{n+1+1}) - 1 \\ &= (2^{n+2}) - 1 \end{aligned}$$

Terbukti benar. Karena langkah (i) dan (ii) terbukti benar, maka untuk semua bilangan bulat tidak negatif n, berlaku $2^0 + 2^1 + 2^2 + \ldots + 2^n = 2^{n+1} - 1$

<u>Soal 4:</u>

Bilangan bulat positif disebut prima jika dan hanya jika bilangan bulat tersebut habis dibagi dengan 1 dan bilangan itu sendiri. Kita ingin membuktikan bahwa setiap bilangan bulat positif n (n >= 2) dapat dinyatakan sebagai perkalian dari (satu atau lebih) bilangan prima. Buktikan dengan prinsip induksi kuat.

<u>Penyelesaian :</u>

(i). Basis Induksi. Jika n = 2, maka 2 sendiri adalah bilangan prima dan disini 2 dapat dinyatakan sebagai perkalian dari satu buah bilangan prima, yaitu dirinya sendiri.

(ii). Langkah Induksi. Misalkan pernyataan bahwa bilangan 2, 3, …, n dapat dinyatakan sebagai perkalian (satu atau lebih) bilangan prima adalah benar (hipotesis induksi). Perlu ditunjukkan bahwa n + 1 juga dapat dinyatakan sebagai perkalian bilangan prima. Ada 2 kemungkinan nilai n+1 :

a. Jika n+1 sendiri bilangan prima, maka jelas ia dapat dinyatakan sebagai perkalian satu atau lebih bilangan prima.
b. Jika n+1 bukan bilangan prima maka terdapat bilangan bulat positif a yang membagi habis n+1 tanpa sisa. Dengan kata lain,

$$(n + 1) / a - b \text{ atau } (n + 1) / ab$$

Yang dalam hal ini $2 \leq a \leq b \leq n$. Menurut hipotesis induksi, a dan b dapat dinyatakan sebagai perkalian satu atau lebih bilangan prima. Ini berarti, n+1 jelasdapat dinyatakan sebagai perkalian bilangan prima, karena (n + 1) / ab.

Karena langkah (i) dan (ii) terbukti benar, maka terbukti bahwa setiap bilangan bulat positif n (n ≥ 2) dapat dinyatakan sebagai perkalian dari (satu atau lebih) bilangan prima.

<u>Soal 5:</u>

Buktikan pernyataan "Untuk membayar biaya pos sebesar n rupiah (n >= 8) selalu dapat digunakan hanya perangko 3 sen dan perangko 5 sen" benar.

<u>Penyelesaian:</u>

(i). Basis Induksi. Untuk membayar biaya pos Rp.8 dapat digunakan satu buah perangko Rp.3 dan 1 buah perangko Rp.5. Ini jelas benar.

(ii) Langkah Induksi. Andaikan p(n) benar, yaitu membayar biaya pos sebesar n dengan n lebihdari samadengan 8 rupiah dapat digunakan perangko Rp.3 dan Rp.5 (hipotesis induksi).

Tunjukkan bahwa p(n+1) juga benar, yaitu untuk membayar biaya pos sebesar (n+1) rupiah juga bisa menggunakan pecahan Rp.3 dan Rp.5. Sehingga terdapat 2 kemungkinan yang harus diperiksa:

1. Misalkan kita membayar biaya pos senilai n rupiah dengan sedikitnya satu perangko Rp.5. Dengan mengganti satu buah perangko Rp.5 dengan dua buah perangko Rp.3, maka akan diperoleh susunan perangko dengan harga n+1 rupiah.
2. Apabila menggunakan perangko Rp.3 rupiah saja, setidaknya diperlukan 3 buah perangko untuk memenuhi (n >= 8). Dengan mengganti tiga buah perangko Rp.3 dengan dua buah perangko Rp.5, maka akan diperoleh susunan perangko dengan harga n+1 rupiah.

III. Analisis dan Pembahasan

Mesin ATM pada umumnya hanya memiliki satu jenis nominal uang, Mesin ATM hanya memiliki satu *cartridge* uang, yang biasanya hanya dapat diisi pecahan Rp. 20.000, Rp.50.000, atau Rp.100.000. Pada sistem seperti ini, terdapat kelemahan yaitu kita tidak bisa mengambil uang Rp.70.000 pada mesin ATM yang berisi uang Rp.50.000-an. Kita juga tidak bisa mengambil uang sebesar Rp.50.000 pada mesin ATM yang berisi uang Rp.20.000-an. Pada analisis kali ini akan dibahas mengenai pemanfaatan induksi matematika untuk pembuatan mesin ATM Multinominal, yaitu mesin ATM yang memiliki pecahan uang lebih dari 1 macam. Ada beberapa ketentuan pada ATM Multinominal kali ini, yaitu :

Pertama, terdapat jumlah minimal penarikan (karena pecahan uang rupiah terbatas).

Kedua, jumlah kelipatan penarikan dari jumlah minimalnya.

Ketiga, pecahan uang berapa saja yang terdapat dalam ATM tersebut.

Misalkan, dalam sebuah ATM Multinominal, terdapat pecahan Rp.10.000, Rp.20.000, Rp.50.000, dan Rp.100.000. Kelipatan uang berapakah yang bisa dikeluarkan oleh mesin ATM tersebut?

<u>Pembahasan :</u>

(i). Basis Induksi.

Menunjukkan bahwa f(n_0) benar.

Pecahan uang minimal yang bisa dikeluarkan dengan menggunakan Mesin ATM tersebut adalah Rp.10.000,- .Pernyataan tersebut benar karena mesin ATM bisa mengeluarkan selembar uang Rp.10.000,-.

(ii). Langkah Induksi.

Jika f(n) benar (berlaku), maka kita harus menunjukkan f(n+k) juga berlaku untuk semua bilangan bulat n ≥ n0 (k ialah kelipatan pengambilan uang di mesin ATM).

Terdapat beberapa kemungkinan, antara lain :

Kemungkinan pertama, misalkan mesin ATM mengeluarkan uang dengan sedikitnya satu lembar pecahan Rp.10.000,-. Dengan mengganti selembar uang pecahan Rp.10.000,- dengan satu lembar pecahan uang Rp.20.000,- maka akan menjadikan uang yang dikeluarkan mesin ATM sebesar Rp.n+k,- dengan k senilai Rp.10.000,-

Kemungkinan kedua, apabila nilai n = Rp.30.000,-, kita bisa mengasumsikan bahwa dengan menggunakan 3 lembar uang Rp.10.000,- maka p(n) akan benar. Dengan mengganti tiga lembar pecahan uang Rp.10.000,- dengan dua lembar pecahan uang Rp.20.000,- maka akan menjadikan uang yang dikeluarkan oleh mesin ATM adalah sebesar Rp.n+k,- dengan k senilai Rp.10.000,-

Kemungkinan ketiga, apabila nilai n = Rp.40.000,-, kita bisa mengasumsikan bahwa dengan menggunakan 4 lembar uang Rp.10.000,- atau menggunakan 2 lembar uang pecahan Rp.20.000,- maka p(n) akan benar. Dengan mengganti empat lembar pecahan uang Rp.10.000,- atau dua lembar uang pecahan Rp.20.000,- dengan satu lembar pecahan uang Rp.50.000,- maka akan menjadikan uang yang dikeluarkan oleh mesin ATM adalah sebesar Rp.n+k,- dengan k senilai Rp.10.000,-

Kemungkinan keempat, apabila nilai n = Rp.50.000,- dan mesin ATM tidak mengeluarkan uang Rp.50.000, maka kita bisa mengganti selembar uang Rp.50.000 dengan 5 lembar pecahan uang Rp.10.000,- ataupun bisa juga dengan mengganti selembar uang Rp.50.000,- dengan tiga lembar uang Rp.20.000,- sehingga akan menjadikan uang yang dikeluarkan oleh mesin ATM adalah sebesar Rp.n+k,- dengan k senilai Rp.10.000,-

Kemungkinan kelima, apabila nilai n = Rp.100.000,- dan mesin ATM tidak mengeluarkan pecahan uang Rp.100.000,-, maka kita bisa (mengasumsikan) bahwa dengan menggunakan sepuluh lembar uang Rp.10.000,- atau 5 lembar pecahan uang Rp.20.000,- maka p(n) akan terpenuhi. Dengan mengganti pecahan uang Rp.100.000,- dengan selembar uang Rp.50.000,- dan 3 lembar pecahan uang Rp.20.000,- maka akan menjadikan uang yang bisa dikeluarkan oleh mesin ATM adalah sebesar Rp.n+k,- dengan nilai k senilai Rp.10.000,-

Dari kemungkinan-kemungkinan diatas, dapat disimpulkan bahwa mesin ATM multinominal dengan pecahan uang sebesar Rp.10.000,-, Rp.20.000,-, Rp.50.000,-, dan Rp.100.000,- dapat mengeluarkan uang dengan minimal Rp.10.000,- dan kelipatan Rp.10.000,-. Hal ini dapat menyelesaikan berbagai keluhan yang ada di masyarakat umum tentang mesin ATM yang hanya bisa mengeluarkan satu nominal saja.

Setelah pembuktian menggunakan 4 macam pecahan uang rupiah yang berbeda, kita bisa mengaplikasikannya untuk variasi pecahan uang yang berbeda dan lebih banyak pula. Karena pecahan uang kertas yang ada di Indonesia terdapat 7 macam, yaitu pecahan uang Rp.1.000,-, pecahan uang Rp.2.000,-, pecahan uang Rp.5.000,-, pecahan uang Rp.10.000,-, pecahan uang Rp.20.000,- pecahan uang RP.50.000,- dan pecahan uang Rp.100.000,- maka akan kita coba untuk membuktikannya dengan cara induksi matematika.

Misalkan, dalam sebuah ATM Multinominal, terdapat pecahan Rp.1.000,-, Rp.2.000,-, Rp.5.000,-, Rp.10.000, Rp.20.000, Rp.50.000, dan Rp.100.000. Kelipatan uang berapakah yang bisa dikeluarkan oleh mesin ATM tersebut?

<u>Pembahasan :</u>

(i). Basis Induksi.

Menunjukkan bahwa f(n_0) benar.

Pecahan uang minimal (terkecil) yang bisa dikeluarkan dengan menggunakan Mesin ATM tersebut adalah Rp.1.000,- .Pernyataan tersebut benar karena mesin ATM bisa mengeluarkan selembar uang Rp.1.000,-

(ii). Langkah Induksi.

Jika f(n) benar (berlaku), maka kita harus menunjukkan f(n+k) juga berlaku untuk semua bilangan bulat n ≥ n0 (k ialah kelipatan pengambilan uang di mesin ATM).

Terdapat beberapa kemungkinan, antara lain :

Kemungkinan pertama, misalkan mesin ATM mengeluarkan uang dengan sedikitnya satu lembar pecahan Rp.1.000,-. Dengan mengganti selembar uang pecahan Rp.1.000,- dengan satu lembar pecahan uang Rp.2.000,- maka akan menjadikan uang yang dikeluarkan mesin ATM sebesar Rp.n+k,- dengan k senilai Rp.1.000,-

Kemungkinan kedua, apabila nilai n = Rp.3.000,-, kita bisa mengasumsikan bahwa dengan menggunakan 3 lembar uang Rp.1.000,- maka p(n) akan benar. Dengan mengganti tiga lembar pecahan uang Rp.1.000,- dengan dua lembar pecahan uang Rp.2.000,- maka akan menjadikan uang yang dikeluarkan oleh mesin ATM adalah sebesar Rp.n+k,- dengan k senilai Rp.1.000,-.

Kemungkinan ketiga, apabila nilai n = Rp.4.000,-, kita bisa mengasumsikan bahwa dengan menggunakan 4 lembar uang Rp.1.000,- atau menggunakan 2 lembar uang pecahan Rp.2.000,- maka p(n) akan benar. Dengan mengganti empat lembar pecahan uang Rp.1.000,- atau dua lembar uang pecahan Rp.2.000,- dengan satu lembar pecahan uang Rp.5.000,- maka akan menjadikan uang yang dikeluarkan oleh mesin ATM adalah sebesar Rp.n+k,- dengan k senilai Rp.1.000,-

Kemungkinan keempat, apabila nilai n = Rp.5.000,- dan mesin ATM tidak mengeluarkan uang Rp.5.000, maka kita bisa mengganti selembar uang Rp.5.000 dengan 5 lembar pecahan uang Rp.1.000,- ataupun bisa juga dengan mengganti selembar uang Rp.5.000,- dengan tiga lembar uang Rp.2.000,- sehingga akan menjadikan uang yang dikeluarkan oleh mesin ATM adalah sebesar Rp.n+k,- dengan k senilai Rp.1.000,-

Kemungkinan kelima, apabila nilai n = Rp.10.000,- dan mesin ATM tidak mengeluarkan pecahan uang Rp.10.000,-, maka kita bisa (mengasumsikan) bahwa dengan menggunakan sepuluh lembar uang Rp.1.000,- atau 5 lembar pecahan uang

Rp.2.000,- maka p(n) akan terpenuhi. Dengan mengganti pecahan uang Rp.10.000,- dengan selembar uang Rp.5.000,- dan 3 lembar pecahan uang Rp.2.000,- maka akan menjadikan uang yang bisa dikeluarkan oleh mesin ATM adalah sebesar Rp.n+k,- dengan nilai k senilai Rp.1.000,-

Dari kemungkinan-kemungkinan diatas, untuk nominal angka yang lebih besar (Rp.20.000,-, Rp.50.000,-, Rp.100.000,-) sudah bisa dipastikan benar (p(n+k) pasti benar) karena kita bisa memenuhinya dengan pecahan uang Rp.1.000,-, Rp.2.000,-, Rp.5.000,- dan Rp.10.000,-, sehingga dapat disimpulkan bahwa mesin ATM dapat mengeluarkan uang dengan minimal pengambilan Rp.1.000,- dengan kelipatan minimal Rp.1.000,-.

Tentu ini menarik sekali untuk diterapkan pada mesin-mesin ATM yang ada di Indonesia untuk mempermudah nasabah bank yang ingin mengambil uang. Apabila dasar ini dikembangkan, maka bukan tidak mungkin mesin ATM masa depan bisa mengeluarkan uang hingga pecahan Rp.100,-, Rp.200,- dan Rp.500,-. Tidak hanya itu, mesin ATM multinominal juga sebagai bukti bahwa teknologi akan selalu berkembang sesuai dengan perkembangan zaman di era industry 4.0 ini.

IV. KESIMPULAN

Induksi matematika dapat diterapkan dalam kehidupan sehari-hari, bahkan bisa membantu mempermudah kita dalam menyelesaikan suatu permasalahan yang ada. Bukan hanya induksi matematika saja, tetapi dengan matematika, banyak sekali masalah yang dapat diselesaikan dengan lebih mudah.

Berdasarkan hasil analisis dengan menggunakan induksi matematika, sistem pada mesin ATM dapat diubah menjadi mesin ATM Multinominal, yaitu mesin ATM yang memiliki pecahan uang lebih dari satu macam. Misalnya mesin ATM yang bisa mengeluarkan pecahan uang Rp.1.000,-, Rp.2.000,-, Rp.5.000,-, Rp.10.000,-, Rp.20.000,-, Rp.50.000,-, dan Rp.100.000,-. Apabila dilihat dari segi kegunaan, mesin ini tentu sangat membantu pelanggan/nasabah bank apabila mereka ingin menarik uang sesuai dengan keinginan mereka. Dari segi *branding*, mesin ATM multinominal ini tentu akan menarik lebih banyak pelanggan untuk menjadi nasabah dari bank yang mempunyai mesin ATM Multinominal karena manfaat yang sudah disebutkan di atas. Dari segi teknologi, apabila kita menerapkan sistem mesin ATM Multinominal pastinya akan terdapat kemajuan dan dapat dikembangkan lagi menjadi berbagai macam variasi.

V. UCAPAN TERIMA KASIH

Pertama, Penulis mengucap syukur kepada Allah SWT, sehingga dapat menyelesaikan penulisan makalah Matematika Diskrit ini. Setelah itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada Bapak Rinaldi Munir, Ibu Harlili, dan Bapak Judhi Santoso selaku dosen mata kuliah IF2120 Matematika Diskrit pada Program Studi Teknik Informatika Institut Teknologi Bandung (ITB) yang telah menyampaikan materi dengan baik dan semoga ilmunya bisa bermanfaat kedepannya. Kemudian, penulis juga mengucapkan terima kasih kepada orangtua penulis, keluarga, teman, dan semua yang telah membantu secara teknis maupun nonteknis sehingga penulisan makalah ini bisa selesai. Semoga makalah ini bisa bermanfaat untuk banyak orang.

REFERENSI

[1] https://www.academia.edu/37941265/INDUKSI_MATEMATIKA_DALAM_KEHIDUPAN_SEHARI-HARI_KHUSUSNYA_DALAM_BIDANG_EKONOMI_MAKALAH_Disusun_Oleh , diakses pada Hari Senin, 2 Desember 2019.
[2] http://www.2012forum.com/technology/pengertian-sejarah-fungsi-serta-perangkat-yang-ada-pada-atm/ , diakses pada Hari Rabu, 4 Desember 2019
[3] https://kbbi.kemdikbud.go.id/entri/teknologi , diakses pada Hari Rabu, 4 Desember 2019
[4] https://www.infoperbankan.com/umum/pengertian-tarik-tunai.html , diakses pada Hari Kamis, 5 Desember 2019
[5] https://rumusrumus.com/induksi-matematika/ , diakses pada Hari Rabu, 4 Desember 2019
[6] Munir, Rinaldi, 2016. “04. Induksi-Matematik (2016).ppt”, Bandung
[7] https://fitrimheysuci.blogspot.com/2017/01/makalah-induksi-matematika.html , diakses pada Hari Kamis, 5 Desember 2019

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 5 Desember 2019

Arif Rahman Amrul Ghani
13518023