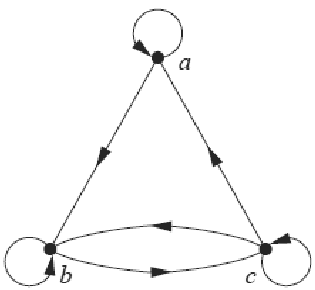
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung

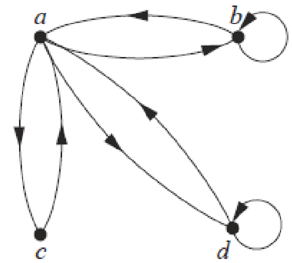
Nama :…………………………
NIM :…………………………
T.tangan:…………………………

Solusi Kuis ke-2 IF2120 Matematika Diskrit (3 SKS) – Relasi & Fungsi, Aljabar Boolean
Dosen: Rinaldi Munir, Harlili, Judhi Santoso
Kamis, 4 Oktober 2018
Waktu: 50 menit

1. Terdapat dua graf berarah yang merepresentasikan relasi:



(i)



(ii)

Untuk masing-masing relasi, tentukan apakah relasi tersebut bersifat reflektif, setangkup, tolak setangkup, dan menghantar! Sebutkan alasannya

Penyelesaian:

(i) Relasi tersebut bersifat reflektif karena terdapat sisi gelang di setiap simpul.

Relasi tersebut tidak bersifat setangkup karena terdapat sisi dari simpul *a* ke *b* tetapi tidak sebaliknya, dan tidak tolak setangkup karena terdapat sisi dari simpul *b* ke *c*, dan simpul *c* ke *b.*

Relasi tersebut tidak menghantar karena terdapat sisi dari simpul *a* ke *b,* dan sisi dari simpul *b* ke *c*, tetapi tidak terdapat sisi dari simpul *a* ke *c.*

(ii) Relasi tersebut tidak bersifat reflektif karena tidak terdapat sisi gelang di setiap simpul.

Relasi tersebut bersifat setangkup dan tidak tolak setangkup karena terdapat dua sisi yang berlawanan arah pada setiap simpul yang berbeda.

Relasi tersebut tidak menghantar karena terdapat sisi dari simpul *c* ke *a* dan sisi dari simpul *a* ke *b*, tetapi tidak terdapat sisi dari simpul *c* ke *b.*

2. Carilah *transitive closure* dari *R* = {(1,1), (1,3), (2, 2), (3, 1), (3, 2) }

Penyelesaian:

Menggunakan representasi matriks, klosur menghantar R dapat dicari.

$$M_{R^*} = M_R \vee M_R^{[2]} \vee M_R^{[3]}$$

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$M_R^{[2]} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_R^{[3]} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Maka,

$$M_{R^*} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \vee \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \vee \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Jadi, klosur menghantarnya adalah $R = \{(1,1),(1,2),(1,3),(2,2),(3,1),(3,2),(3,3)\}$

3. Minimisasi bentuk boolean berikut (dalam bentuk SOP dan POS): *f*(*w*, *x*, *y*, *z*) = $\sum$ (1, 3, 7, 9, 13) dengan kondisi *don't care* *d*(*w*, *x*, *y*, *z*) = (5, 6, 12, 14).

Penyelesaian:

wx \ yz	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	X	1	X
11	X	1	0	X
10	0	1	0	0

SOP : $f(x, y, z) = w'y + y'z$

POS : $f(x, y, z) = z(w' + y)$

4. *Half substractor* adalah rangkaian sirkuit dengan gerbang logika yang memungkinkan pengurangan 2 angka biner, tanpa mempertimbangkan kemungkinan peminjaman pada masukannya (mirip halnya dengan *half adder* yang sudah kalian pelajari). Buatlah rangkaian sirkuit *half substractor* dengan salah satu dari kedua pilihan gerbang logika: Hanya dengan gerbang NAND saja, atau Hanya dengan gerbang NOR saja.

Penyelesaian:

a. Misalkan A menyatakan kemungkinan bilangan pertama dan B menyatakan bilangan kedua, S menyatakan hasil penjumlahan A dan B serta C menyatakan pinjaman dari hasil pengurangan A dan B. Maka tabel kebenaran yang terbentuk adalah sebagai berikut:

A	B	S	C
1	1	0	0
1	0	1	0
0	1	1	1
0	0	0	0

Maka peta Karnaughnya adalah sebagai berikut:

Untuk yang C:

B \ A	0	1
0	0	0
1	1	0

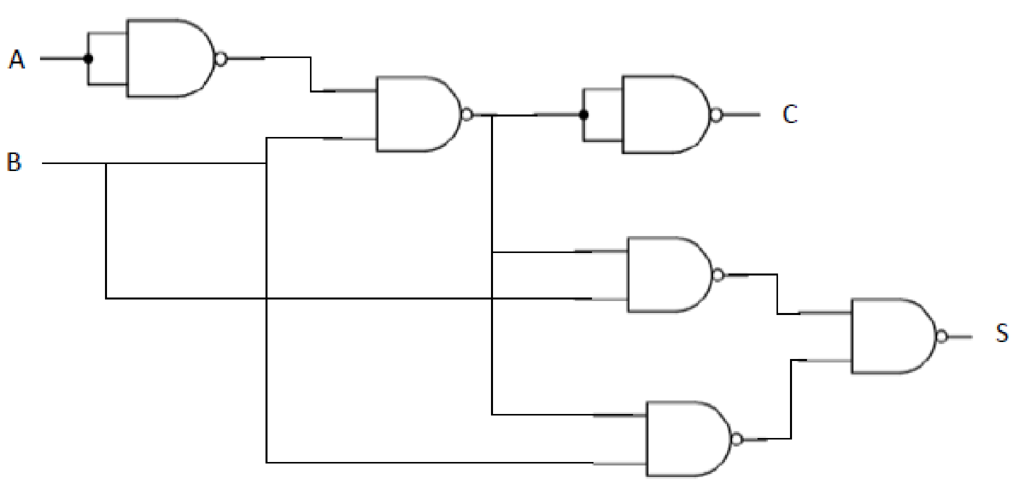
Untuk yang S:

B \ A	0	1
0	0	1
1	1	0

Sehingga dalam aljabar Boolean, $C \equiv AB$ dan $S \equiv A'B + AB'$
Kita bentuk dalam gerbang NAND, maka S dan C dibuat sedemikian rupa sehingga dapat dinyatakan dalam gerbang NAND saja.

$C \equiv A'B \equiv ((A'B)')'$ (Hukum involusi)
$S \equiv A'B + AB'$
$\equiv ((A'B)')' + ((AB')')'$ (Hukum involusi)
$\equiv ((A'B)'(AB')')'$ (Hukum de Morgan)
$\equiv ((A'B + 0)'(0 + AB')')'$ (Hukum identitas)
$\equiv ((A'B + BB')'(AA' + AB')')'$ (Hukum negasi)
$\equiv ((B(A' + B'))'(A(A' + B'))')'$ (Hukum distributif)
$\equiv ((B(AB)')'(A(AB)')')'$ (Hukum de Morgan)

Sehingga, gerbang logika yang terbentuk adalah:



b. Dari poin a, didapat C ≡ A’B dan S ≡ A’B + AB’
Kita bentuk dalam gerbang NOR, maka S dan C dibuat sedemikian rupa sehingga dapat dinyatakan dalam gerbang NOR saja.

C ≡ A’B ≡ A’(B’)’ (Hukum involusi) ≡ (A + B’)’ (Hukum de Morgan)
S ≡ A’B + AB’
≡ (0 + A’B) + (AB’ + 0) (Hukum identitas dan asosiatif)
≡ (A’A + A’B) + (AB’ + BB’) (Hukum negasi)
≡ A’(A + B) + B’(A + B) (Hukum distributif)
≡ (A + B)(A’ + B’) (Hukum distributif)
≡ ((A’)’ + (B’)’)(A’ + B’) (Hukum involusi)
≡ (A’ + B’)’(A + B)’ (Hukum involusi)
≡ ((A’ + B’) + ((A’)’ + (B’)’)’ (Hukum involusi)
≡ ((A + B)’ + ((A’ + B’)’)’ (Hukum de Morgan)

Sehingga, gerbang logika yang terbentuk adalah: