Penerapan Chinese Remainder Theorem untuk Menebak Angka

Irfan Haris Widyadhana - 13517041

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

13517041@stei.itb.ac.id

*Abstract*—Banyak permasalahan dalam matematika yang penyelesaiannya cukup lama tetapi didalamnya terdapat sebuah trik untuk menyelesaikannya. Kita bisa memanfaatkan trik yang ada dalam matematika ini untuk melakukan suatu sulap yakni menebak angka yang dipikirkan seseorang jika kita diberi petunjuk yang berkaitan dengan angka yang dimaksud. Salah satu trik yang bisa dipakai adalah dengan memanfaatkan Chinese Remainder Theorem dimana kita akan diberi petunjuk berupa sisa dari pembagian bilangan yang dimaksud terhadap suatu bilangan.

*Keywords*— modulo, bilangan prima, trik, chinese remainder theorem

# I. Pendahuluan

Manusia dalam menghadapi permasalahan selalu berusaha untuk mencari solusi atau cara terbaik menyelesaikan masalah yang ada, terutama dalam permasalahan yang berkaitan dengan matematika sehingga ilmu matematika akan terus berkembang untuk bisa mendapatkan penyelesaian yang paling cepat dan sederhana.

Matematika adalah ilmu eksak yang berdasarkan pada kepastian dan prinsip yang tetap. Jika mengikuti prosedur yang sama, akan selalu mendapatkan jawaban yang sama. Matematika juga bisa digunakan sebagai sebuah trik dalam sulap sehingga bisa dikatakan menjadi sebuah seni yang bias membuat orang lain menjadi takjub.

Salah satu trik yang biasa digunakan yakni anda bisa dengan mudah menentukan angka yang dipikirkan seseorang tanpa menyuruh orang tersebut memberitahu anda angka yang dimaksud, caranya dengan menyuruh orang tersebut mengolah angka tersebut dengan trik yang sudah diatur perhitungannya yang memanfaatkan operasi matematika.

Dengan cara ini seakan-akan kita bisa membaca pikiran lawan kita, tetapi tentu saja sebenarnya kita tidak membaca pikiran seseorang dengan menggunakan cara tersebut. Trik ini dapat membuat orang lain terkejut dengan cara kita menebak angka jika orang tersebut belum mengetahui trik yang kita pakai. Jawaban yang diperoleh selalu berasal dari proses perhitungan yang selalu sama.

Metode untuk melakukan trik ini bervariasi dari yang sederhana hingga yang memerlukan perhitungan yang rumit, tetapi kebanyakan hanya menggunakan perhitungan aritmatika sederhana agar perhitungan bisa lebih cepat. Selain itu juga sejumlah trik hanya dapat dilakukan pada rentang angka tertentu tetapi ada juga yang bisa digunakan untuk bilangan berapapun tergantung dari rumus menghitungnya.

Dalam makalah ini penulis akan membahas salah satu trik dalam matematika untuk menebak suatu bilangan yang diberikan seseorang jika kita hanya diberi petunjuk berupa hasil modulo dengan bilangan tertentu dengan memanfaatkan konsep Chinese Remainder Theorem.

# II. teori Bilangan

A. Bilangan Bulat

Bilangan bulat adalah bilangan yang tidak mempunyai pecahan desimal, dan terdiri atas bilangan bulat positif, bilangan bulat negatif dan 0. Sehingga bilangan bulat adalah himpunan bilangan yang mencakup bilangan cacah, bilangan asli, bilangan nol, bilangan satu, bilangan prima, bilangan komposit dan bilangan negatif, nilai dari bilangan bulat dalam garis bilangan semakin ke kiri maka nilainya akan semakin kecil dan sebaliknya semakin ke kanan nilainya semakin besar.

B. Teorema Euclid

Euclid, matematikawan Yunani (lahir 350 SM), beliau menggabungkan karyanya bersama dengan karya orang terdahulu termasuk di dalamnya Hippocrates dalam sebuah buku *Elements,* di dalamnya terdapat langkah-langkah untuk menemukan pembagi bersama terbesar (common greatest divisor atau gcd), dari dua buah bilangan bulat, m dan n. Pembagi bersama terbesar dari dua buah bilangan bulat tak negatif adalah bilangan bulat positif terbesar yang habis membagi kedua bilangan tersebut. Dalam teoremanya :

*Misal m dan n adalah dua bilangan bulat dengan syarat* *n >* *0. Jika m dibagi dengan n maka terdapat dua buah bilangan bulat lainnya, yaitu* *h (hasil bagi) dan* *s (sisa), sedemikian sehingga:*

*m* = *h*× *n* + *s , dengan 0 <= s <= n*

Misal *m* dan *n* adalah dua bilangan bulat dengan syarat *n* > 0.

*m* = *h*× *n* + *s , dengan 0 <= s <= n*

Maka faktor persekutuan terbesar dari m dan n sama dengan faktor persekutuan terbesar dari n dan s.

Dengan teori yang diberikan Euclidean kita bisa mencari nilai FPB (faktor persekutuan terbesar) atau pembagi terbesar dari 2 buah bilangan. Dengan menggunakan rekursi hingga mendapat sisa 0 :

*m = x n +*

*n =*  *x +*

*= x +*

*….*

*= x + 0*

Dari teorema kedua kita peroleh: FPB(m,n) = FPB(n,) = FPB(,) = …. = FPB() = FPB(,0) = .

C. Kombinasi Linear

Faktor persekutuan dari 2 buah bilangan dapat kita bentuk kombinasi linearnya, contohnya FPB(a,b) = c dapat kita bentuk kombinasinya :

ax + by = c, dengan x dan y bilangan bulat.

D. Bilangan Prima

Bilangan prima adalah bilangan asli yang hanya memiliki 2 faktor yakni 1 dan bilangan itu sendiri, 1 tidak termasuk ke dalam bilangan prima.Setiap bilangan bulat positif lebih dari 1 dapat dituliskan secara unik sebagai hasil kali bilangan-bilangan prima, contohnya 12 adalah hasil perkalian 2 x 2 x 3 . Semua bilangan prima adalah ganjil kecuali 2 dan banyaknya bilangan prima berjumlah tak berhingga.

Kemunculan bilangan prima tidak memiliki pola berulang atau pola tertentu sehingga kemunculannya sulit diprediksi, dan untuk mengertahui suatu bilangan merupakan prima atau bukan cukup sulit dilakukan terutama untuk bilangan prima yang sangat besar.

Salah satu cara untuk mengetes apakah suatu bilangan merupakan bilangan prima dapat dilakukan dengan membagi n yang merupakan bilangan yang akandengan sejumlah bilangan prima,mulai dari 2 , 3 , … , bilangan prima n. Jika n habis dibagi dengan salah satu dari bilangan prima tersebut, maka n tidak termasuk dalam bilangan prima, tetapi jika n tidak habis dibagi oleh semua bilangan prima tersebut, maka n adalah bilangan prima.

Selain itu juga dikenal istilah relatif prima, bilangan a dan b dikatakan keduanya relatif prima jika faktor persekutuan terbesar keduanya adalah 1. Jika a dan b relatif prima maka terdapat bilangan bulat x dan y sehingga :

ax + by = 1

E. Modulo

Modulo adalah suatu metode dalam ilmu matematika yang menyatakan suatu sisa suatu bilangan bulat jika dibagi dengan bilangan bulat yang lain.

Dalam matematika dan pemrograman komputer, operasi modulus adalah sebuah operasi yang menghasilkan sisa pembagian dari suatu bilangan terhadap bilangan lainnya. Dalam bahasa pemrograman operasi ini umumnya dilambangkan dengan simbol %, mod atau modulo, tergantung bahasa pemrograman yang digunakan.

Untuk 2 buah bilangan bulat a dan b dapat ditulis :

a mod b = r

persamaan diatas ekuivalen dengan :

a = h x b + r

dengan 0 <= r <= b-1

F. Kekongruenan

Jika a dan b adalah bilangan-bilangan bulat dan m ≠ 0. a disebut kongruen dengan b modulo m, ditulis a ≡ b (mod m), jika dan hanya jika m ∣ a – b.

Kekongruenan dari a ≡ b (mod m) dapat juga ditulis dalam bentuk a = b + km, serta bentuk a mod b = r dapat kita tulis menjadi a ≡ r (mod b). Terdapat juga sifat-sifat yang berlaku dalam kekongruenan ini

1. Jika a ≡ b (mod m) dan c adalah bilangan bulat, maka

1) (a + c) ≡ (b + c) (mod m)

2) ac ≡ bc (mod m)

2. Jika a ≡ b (mod m) dan c ≡ d (mod m), maka

1) (a + c) ≡ (b + d) (mod m)

2) ac ≡ bd (mod m)

Dalam sifat kekongruenan tidak berlaku pembagian dengan bilangan bulat, karena kekongruenan belum tentu terpenuhi jika kedua ruas dibagi dengan suatu bilangan bulat.

G. Invers Modulo

Istilah “Invers” dalam matematika memiliki arti yaitu lawan atau kebalikan, atau bisa juga diartikan sebagai sesuatu yang berlawanan, dan bila suatu bilangan dikalikan dengan inversnya akan menghasilkan identitas. Balikan modulo memiliki beberapa syarat yaitu untuk bentuk persamaan a (mod m) = b, maka a dan m harus relatif prima dan m > 1, maka persamaan tersebut memiliki invers modulo :

ab ≡ 1 (mod m)

Hal ini dapat dibuktikan dengan a dan m adalah relatif prima maka terdapat b dan c sehingga

ab + mc =1

ab + mc ≡ 1 (mod m)

karena mc ≡ 0 (mod m), maka

ab ≡ 1 (mod m)

H. Kekongruenan Linear

Kekongruenan linear dengan a,b dan m adalah bilangan bulat, memiliki bentuk :

ax ≡ b (mod m)

dengan tujuan kita mencari nilai-nilai x yang memenuhi kekongruenan tersebut.Metode yang sederhana untuk mencari nilai-nilai x tersebut adalah :

ax = b + km

yang dapat disusun menjadi :

x = (b + km) / a

dengan k adalah sembarang bilangan bulat. Coba nilai-nilai k = 0, 1, 2, … dan k = -1, -2, … ke dalam persamaan yang terakhir untuk menghasilkan x sebagai bilangan bulat.

Metode lain untuk mencari solusi kekongruenan linear adalah dengan menggunakan invers modulo.

I. Teorema Fermat

Jika p adalah bilangan prima, a adalah bilangan bulat dan p tidak habis membagi a, maka berlaku :

≡ 1 (mod p)

Teorema ini digunakan untuk mengetahui apakah a merupakan bilangan prima atau bilangan komposit, bilangan komposit adalah bilangan yang habis dibagi oleh bilangan prima.

J. Chinese Remainder Theorem

Chinese Remainder Theorem adalah teorema yang menghasilkan solusi unik dari sejumlah kekongruenan linear dengan modulo relatif prima.

Sebuah persamaan kekongruenan linear :

x ≡ (mod )

x ≡ (mod )

x ≡ (mod )

….

x ≡ (mod )

dengan , , … , bilangan bulat dan , , … , bilangan prima, memiliki solusi unik dalam modulo M = x x … x .

# III. Trik dalam matematika

Matematika adalah ilmu yang selalu berkembang dari waktu ke waktu, baik dalam komputasi, logika, analisis, terapan maupun statistik. Sampai saat ini ilmu matematika terus berkembang dan berperan sangat penting di berbagai bidang keilmuan. Hal itu karena banyak cabang dari ilmu matematika yang digunakan untuk menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari

Untuk menyelesaikan suatu persoalan yang menerapkan matematika, banyak cara yang tersedia untuk mengerjakannya, biasanya suatu persoalan bisa diselesaikan dengan suatu konsep yang sederhana namun memerlukan waktu pengerjaan yang lama, tetapi jika kita sudah mengetahui trik mengerjakannya tentunya pengerjaannya akan jauh lebih mudah.

Tentu tiap orang tentu menginginkan cara tercepat dan efisien untuk memperoleh jawaban yang diinginkan, sehingga ilmu matematika terus dikembangkan untuk semakin mempermudah menyelesaikan persoalan.

Salah satu trik sederhana matematika bisa dilakukan cukup dengan memanfaatkan kalender. Seperti berikut :

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Senin | Selasa | Rabu | Kamis | Jumat | Sabtu | Minggu |
|  |  |  |  | 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 |

Untuk menghitung jumlah seluruh angka yang berada di kotak 3 x 3 berwarna merah kita bisa menjumlahkannya secara biasa , namun menghitung banyak angka seperti ini tanpa bantuan alat hitung kalkulator akan rawan untuk terjadi kesalahan perhitungan. Trik menghitung persoalan ini sangat sederhana yakni cukup mengalikan angka yang di tengah dengan 9, untuk perkalian 9 dapat dilakukan dengan mengalikan dengan 10 kemudian dikurangi dengan bilangannya.

Masih banyak lagi trik dalam matematika untuk menyelesaikan suatu persoalan, kesamaan yang terdapat dalam berbagai trik matematika dengan bilangan ini adalah semuanya memanfaatkan pola tertentu untuk penyelesaiannya sehingga menghasilkan suatu rumus yang disebut rumus cepat.

Sehingga cukup dengan menghafal rumus cepat ini persoalan yang rumit bisa menjadi sederhana, dengan sebelumnya kita harus menguasai konsepnya terlebih dahulu sebelum menghafal rumusnya. Sehingga hasil yang kita dapat harus sama dengan jika kita mengerjakan dengan cara biasa untuk memastikan bahwa trik tersebut benar.

# Iv. Menebak angka dengan chinese remainder theorem

Untuk melaksanakan trik menebak angka ini, dapat meminta orang lain untuk memikirkan suatu bilangan bulat dalam rentang 1 – 100 tetapi bilangan tersebut tidak diberitahukan kepada anda. Disinilah penggunaan trik matematika untuk menebak angka yang dipikirkan orang tersebut.

Petunjuk yang diberikan untuk menebak angka tersebut adalah orang tersebut disuruh untuk menyebutkan hasil perhitungan modulo bilangan yang dipikirkan dengan angka 11 dan memberitahukan hasilnya kepada anda, dan juga menyebutkan hasil perhitungan modulo dengan angka 13 dan memberitahukannya juga.

Sebagai contoh petunjuk yang kita peroleh adalah bilangan tersebut jika dibagi dengan 11 memiliki sisa 9 dan jika dibagi dengan 13 memiliki sisa 3.Terlihat bahwa kasus yang diberikan merupakan bentuk kasus yang cocok diselesaikan dengan menggunakan Chinese Remainder Theorem. Petunjuk yang diberikan dapat kita ubah menjadi bentuk persamaan :

N mod 11 = 9

N mod 13 = 3

Sehingga kita memperoleh sistem kekongruenan :

N ≡ 9 (mod 11)………...(1)

N ≡ 3 (mod 13)………...(2)

Selanjutnya bentuk persamaan (1) dapat kita ubah menjadi :

N ≡ 9 + 11 ………...(3)

Substitusikan persamaan (3) ke persamaan (2) sehingga kita peroleh :

9 +11 ≡ 3 (mod 13)

11 ≡ -6 (mod 13)………...(4)

Selanjutnya untuk menyelesaikan persamaan ini kita harus menerapkan konsep invers modulo untuk menemukan solusi dari sitem kekongruenan, ada beberapa alternatif untuk menemukan solusinya.

Alternatif pertama kita lakukan dengan mengubah persamaan 4 menjadi

= (-6 + 13k) / 11

Selanjutnya kita mencoba banyak kemungkinan bilangan bulat k yang jika disubstitusikan ke persamaan menghasilkan nilai berupa bilangan bulat juga

….

k= -9 = (-6 + ( (-9) . 13) ) / 11 = -123/11

k= -8 = (-6 + ( (-8) . 13) ) / 11 = -10

k= -7 = (-6 + ( (-7) . 13) ) / 11 = -97/11

….

k=-1 = (-6 + ( (-1) . 13) ) / 11 = -19/11

k=0 = (-6 + (0 . 13) ) / 11 = -6/11

k=1 = (-6 + (1 . 13) ) / 11 = 7/11

k=2 = (-6 + (2 . 13) ) / 11 = 20/11

k=3 = (-6 + (3 . 13) ) / 11 = 3

k=4 = (-6 + (4 . 13) ) / 11 = 46/11

k=5 = (-6 + (5 . 13) ) / 11 = 59/11

k=6 = (-6 + (6 . 13) ) / 11 = 72/11

….

k=14 = (-6 + (14 . 13) ) / 11 = 16

….

Dari percobaan yang dilakukan pada beberapa bilangan bulat, diperoleh solusi dari persamaan kekongruenan adalah nilai-nilai yang berupa bilangan bulat yakni = …. , -10 ,3 , 16 , …. atau dengan kata lain solusi nilai x yang memenuhi dapat kita tuliskan dalam bentuk :

≡ 3 (mod 13)

Alternatif yang lain dilakukan dengan menggunakan kembali persamaan 4, selanjutnya kita harus mencari nilai invers modulo dari 11 (mod 13) .Balikan dari 11 (mod 13) adalah

x sedemikian sehingga 11x ≡ 1 (mod 13), yakni:

11x ≡ 1 (mod 13)

11x = 1 + 13k

Selanjutnya kita mencari nilai x dari persamaan kekongruenan

yakni kembali dengan cara mencari nilai k yang menyebabkan nilai x menjadi bilangan bulat

….

k=-6 1 + ( 13 . (-6) ) = 11x , x = -7

k=-5 1 + ( 13 . (-5) ) = 11x , x = -64/11

….

k=0 1 + ( 13 . 0 ) = 11x , x = 1/11

k=1 1 + ( 13 . 1 ) = 11x , x = 14/11

k=2 1 + ( 13 . 2 ) = 11x , x = 27/11

k=3 1 + ( 13 . 3 ) = 11x , x = 39/11

k=4 1 + ( 13 . 4 ) = 11x , x = 53/11

k=5 1 + ( 13 . 5 ) = 11x , x = 6

….

k=16 1 + ( 13 . 16 ) = 11x , x = 19

….

Sehingga dari percobaan kita ketahui nilai x yang berupa bilangan bulat adalah x = …. , -7 , 6 , 19 , …. atau dalam bentuk persamaan kekongruenan :

x ≡ 6 (mod 13)

Selanjutnya untuk menghitung solusi dari persamaan (4), kita gunakan hasil invers modulo kita untuk dikalikan dengan kedua ruas persamaan (4) yakni :

11 . (6) ≡ ( (-6) . (6) ) (mod 13)

Karena 66 =- 1 (mod 13) Maka =- (-36) (mod 13) atau dapat juga ditulis =- 3 (mod 13). Hasil yang kita peroleh sama dengan hasil yang kita peroleh dengan menggunakan alternatif pertama yakni :

≡ 3 (mod 13)

≡ 3 + 13………...(5)

Selanjutnya kita substitusikan persamaan (5) ke persamaan (3) sehingga menjadi :

N ≡ 9 + 11

N ≡ 9 + 11 ( 3 + 13 )

N ≡ 9 + 33 + 143

N ≡ 42 + 143

atau

N ≡ 42 (mod 143)

Semua nilai N yang kongruen dengan N ≡ 42 (mod 143) adalah solusinya, dan karena nilai yang kita cari terletak di antara 1 – 100 maka solusinya hanya ada satu dan merupakan bilangan yang kita cari yakni 42, teknik ini merupakan penerapan dari Chinese Remainder Theorem dan salah satu syarat kita menerapkan teori ini adalah seluruh pembagi merupakan bilangan prima.

Kita juga bisa memvariasikan permainan menebak bilangan ini untuk bilangan yang lebih besar, misalnya untuk menebak bilangan yang berada di rentang 1 – 1000, kita bisa meminta petunjuk dengan membagi bilangan tersebut dengan 11 dan diberikan hasilnya dan juga membagi dengan 101 dan diberikan hasilnya.

Kita memilih membagi dengan 11 dan 101 angka tersebut dikarenakan 2 angka tersebut merupakan relatif prima, dan jika kita mengalikan 11 dengan 101 diperoleh 1111 yang memiliki nilai lebih besar dari 1000. Misalnya dalam kasus ini kita mencoba untuk menebak angka 743, diketahui 743 jika dibagi 11 akan bersisa 6 dan jika dibagi dengan 101 akan bersisa 36.

Seperti cara untuk menebak angka yang pertama, kita ubah terlebih dahulu ke bentuk persamaan :

N ≡ 6 + 11………...(1)

N ≡ 36 + 101………...(2)

Dengan mensubstitusikan persamaan (1) ke persamaan (2) kita peroleh :

6 + 11 ≡ 36 +101………...(3)

Solusi persamaan kekongruenan tersebut adalah =- 67 +101, selanjutnya kita substitusikan solusi yang kita peroleh ke persamaan (1) menjadi:

N ≡ 6 + 11

N ≡ 6 + 11( 67 + 101 )

N ≡ 743 + 1111

atau

N ≡ 743 + (mod 1111)

Hanya terdapat satu angka yang memenuhi kekongruenan tersebut dalam rentang 1 – 1000, yakni angka 743 itu sendiri. Sehingga terbukti kalau kita bisa menebak angka tersebut dengan cara ini, salah satu penyebab kenapa hanya ada satu angka yang memenuhi kekongruenan dalam setiap kita menebak angka dengan cara ini terletak pada 2 angka pembagi yang kita pilih.

Angka 11 dan 101 yang kita gunakan sebagai pembagi dalam menebak sebelumnya jika dikalikan hasilnya adalah 1111, inilah yang menyebabkan hanya akan ada satu angka dalam rentang 1 – 1000 . Sesuai dengan Chinese Remainder Theorem yang menyatakan sistem kekongruenan linear akan memiliki solusi unik dalam modulo M dengan M = x x … x .

Sehingga kita bisa mencari suatu bilangan unik diantara rentang 0 – M-1 dengan M = x x …. x , dan ,,…., adalah pembagi yang kita tentukan. Kita hanya dapat mencari hingga rentang M-1 karena hasil dari M mod M adalah 0. Tentu saja semakin besar angka yang akan ditebak akan semakin mempersulit perhitungan.

Jika kita menggunakannya untuk sulap kepada orang yang belum mengetahui trik ini tentu bisa membuat orang lain takjub, karena untuk orang yang belum mengetahui mengenai Chinese Remainder Theorem ini salah satu cara termudah untuk menebak angka jika diketahui hasil modulonya adalah dengan cara mencoba satu-persatu angka di dalam rentang yang diberikan. Mereka berpikir kita menyelesaikannya dengan perhitungan yang cepat dimana kita berusaha untuk melakukan operasi modulo kepada tiap elemen dalam rentang hingga menemukan angka yang pas.

Sebenarnya bisa saja mencoba untuk mencoba satu-persatu bilangan dalam rentang sesuai dengan petunjuk yang telah diberikan, namun tentu cara ini tidak efektif karena memakan waktu yang lama dan akan rawan dengan kesalahan perhitungan, dan jika rentang yang diberikan semakin besar akan sangat sulit untuk mencari angka yang dimaksud karena banyaknya angka yang harus dicoba.

Sehingga cukup dengan menggunakan metode dalam Chinese Remainder Theorem, penyelesaian masalah ini menjadi lebih terstruktur dan lebih mempersingkat waktu, karena tentu lebih mengurangi jumlah perhitungan kita daripada kita menghitung semua angka di dalam rentang.

# V. kesimpulan

Berbagai persoalan dalam matematika dapat diselesaikan dengan cara lain yang lebih mudah dan lebih efisien untuk mengerjakannya berdasarkan konsep-konsep dalam matematika. Sehingga ilmu dalam matematika akan terus berkembang untuk terus memunculkan teori dan rumus baru yang akan memudahkan manusia mengerjakan persoalan- persoalan yang menerapkan matematika.

# VI. UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan puji syukur pada Allah SWT, karena berkat rahmat dan karunia-Nya penulisan makalah ini dapat terselesaikan. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada Bapak Rinaldi Munir dan Ibu Harlili, selaku dosen dari mata kuliah Matematika Diskrit, atas bimbingan dan materi yang diberikan. Terima kasih juga penulis sampaikan kepada kedua orang tua penulis yang selalu memberikan doa dan motivasi selama pengerjaan makalah ini.

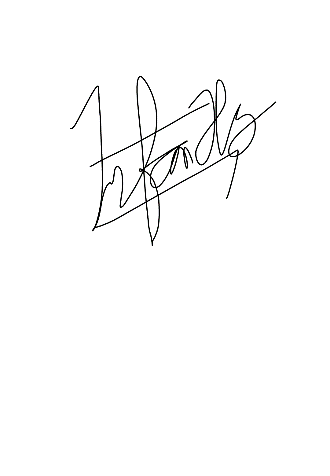
# References

1. Munir, Rinaldi. 2005. Matematika Diskrit, edisi 3. Bandung: Informatika Bandung.
2. https://theoremoftheweek.wordpress.com/2010/04/18/theorem-24-the-chinese-remainder-theorem (Diakses pada 1 Desember 2018 pukul 14.00)
3. <https://www.britannica.com/biography/Euclid-Greek-mathematician/> (Diakses pada 7 Desember 2018 pukul 17.30)
4. <https://asimtot.wordpress.com/2010/04/26/bilangan-prima-rumus-prima-yang-gagal-dan-tentang-prima-yang-lain/> (Diakses pada 7 Desember 2018 pukul 15.57)
5. <http://www.learn-with-math-games.com/calendar-math-trick.html> / (Diakses pada 7 Desember 2018 pukul 16.26)

# PeRNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 8 Desember 2017



Irfan Haris Widyadhana

13517041